

KOSMOLOGIE

(Sommersemester 2018)

Thema 2: Rotverschiebung und Entfernungen. Die kosmische Nahzone

Aufgabe 1: Vergleich von Entfernungen

- a) Vergleichen Sie bis zur Ordnung z^2 die folgenden Entfernungen miteinander:
- die radiale Entfernung $D(t_0)$ einer Galaxie zum heutigen Zeitpunkt (Empfangsentfernung)
 - die radiale Entfernung $D(t_e)$ der Galaxie zum Zeitpunkt der Emission des heute empfangenen Lichtes (Emissionsentfernung)
 - die Leuchtkraft-Entfernung D_L der Galaxie
 - die Winkeldurchmesser-Entfernung D_A .

Bei welcher Rotverschiebung z unterscheiden sich die vier Entfernungen um mehr als zehn Prozent? Welche „Entfernung“ entspricht dieser Rotverschiebung bei einer HUBBLE-Zahl $H_0 = 70 \frac{\text{km}}{\text{s-Mpc}}$?

- b) Entwickeln Sie die *Rückblickzeit* $(t_0 - t_e)$ jeweils bis zur zweiten Ordnung einmal nach Potenzen der Rotverschiebung z und zum anderen nach Potenzen des Verhältnisses $\frac{D(t_0)}{c}$, worin $D(t_0)$ die radiale Entfernung zur Empfangszeit t_0 bedeutet.
- c) Zeigen Sie, daß sich der HUBBLE-Parameter mit der Rotverschiebung z gemäß

$$H(z) = H_0 [1 + (1 + q_0) z - \dots]$$

ändert.

Aufgabe 2: Galaxienzählungen

Eine Population von Licht- oder Radioquellen sei gleichmäßig im Universum verteilt. Ihre heutige Anzahldicke sei $n(t_0)$.

- a) Berechnen Sie die heute von der Erde aus beobachtbare Anzahl $N(z_*)$ solcher Quellen, deren Rotverschiebung z kleiner als $z_* \ll 1$ ist. Nehmen Sie dabei an, daß die Anzahl von derartigen Quellen in einem bestimmten mitbewegten Volumen konstant bleibt.
- b) Die genannten Quellen sollen alle die einheitliche Leuchtkraft L haben. Berechnen Sie die heute von der Erde aus beobachtbare Anzahl $N(F_*)$ dieser Quellen, deren Fluß F größer als F_* ist. Die Leuchtkraft-Entfernung sei sehr klein im Vergleich zur HUBBLE-Länge $\frac{c}{H_0}$.
- c) Alle Galaxien dieser Population mögen bei einer bestimmten Rotverschiebung $z \ll 1$ einen kurzen Helligkeitsausbruch von der Dauer des Eigenzeit-Intervalls Δt erleiden. Danach sollen Galaxien weder verlöschen noch neu entstehen. Bestimmen Sie die Anzahl $N(z)$ der in dieser Phase des Helligkeitsausbruchs befindlichen Galaxien, die heute am Himmel sichtbar sind.

bitte wenden

Aufgabe 3: Winkeldurchmesser- und Eigenbewegungs-Entfernung

- a) Zwei Galaxien mit den mitbewegten radialen Koordinaten χ_1 und χ_2 sollen sich mit dem bei $\chi = 0$ befindlichen Beobachter (nahezu) auf einer Sehlinie befinden. Ihre Rotverschiebungen seien z_1 und z_2 mit $z_2 > z_1$.
- Berechnen Sie die Winkeldurchmesser-Entfernung $D_A(1, 2)$ zu der Galaxie mit der Rotverschiebung z_2 , wie sie von einem Beobachter auf der Galaxie mit der Rotverschiebung z_1 gemessen würde und weisen Sie damit nach, daß Winkeldurchmesser-Entfernungen nicht additiv sind, daß also *nicht* $D_A(2) = D_A(1) + D_A(1, 2)$ gilt.
 - Formulieren Sie für einen räumlich flachen ROBERTSON-WALKER-Kosmos, ($\varepsilon = 0$), ein „Additionstheorem“ für Winkeldurchmesser-Entfernungen.
- b) Falls sich eine Galaxie transversal mit der (Eigen-)Geschwindigkeit v bewegt und demzufolge eine Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\delta}{dt}$ beobachtbar ist, ist ihre *Eigenbewegungs-Entfernung* durch

$$D_M = \frac{v}{\left(\frac{d\delta}{dt}\right)}$$

definiert.

- Machen Sie sich für den Euklidischen und statischen Fall klar, daß diese Definition naheliegend ist.
- Berechnen Sie D_M analog zur Winkeldurchmesser-Entfernung D_A mit Hilfe des ROBERTSON-WALKER-Linienelementes und unter Beachtung der Tatsache, daß rotverschobene Vorgänge dem Beobachter verlangsamt erscheinen.
- Mit welchem anderen Entfernungs-Konzept stimmt die Eigenbewegungs-Entfernung in der kosmischen Nahzone überein?