

## Aufgaben zum 14. Dezember 2017

(Abgabe bis zum Beginn der Vorlesung)

### Aufgabe 22: Modelle

Geben Sie für jede Formel jeweils ein Kripke-Modell an, das die Formel erfüllt, und ein weiteres, das die Formel nicht erfüllt (falls möglich).

1.  $(A \wedge \Box(A \rightarrow B)) \rightarrow \Box B$
2.  $\Diamond A \rightarrow \Box A$
3.  $\Diamond \Box A \rightarrow \Box \Diamond A$
4.  $\Box \Box A \wedge \Diamond \Diamond B$
5.  $(\Diamond(A \rightarrow B) \wedge \Diamond(B \rightarrow C)) \rightarrow \Diamond(A \rightarrow C)$
6.  $\Diamond(A \wedge \Box(\neg A \wedge \Diamond A))$
7.  $(\Diamond A \wedge \Diamond B) \rightarrow \Diamond(A \wedge B)$
8.  $(A \rightarrow \Box A) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box \Box A)$
9.  $\Diamond A \wedge \Diamond \neg A \wedge \Box(((A \wedge \Box A) \vee (\neg A \wedge \Box \neg A)) \wedge \Diamond B \wedge \Diamond \neg B)$

### Aufgabe 23: gültige Formeln

Zeigen Sie, dass die folgenden Formeln gültig sind.

1.  $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Diamond A \rightarrow \Diamond B)$
2.  $(\Box A \wedge \Box(A \rightarrow B)) \rightarrow \Box B$
3.  $\Diamond(A \wedge B) \rightarrow (\Diamond A \wedge \Diamond B)$
4.  $\Diamond(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\Box A \rightarrow \Diamond B)$

### Aufgabe 24: nicht gültige Formeln

Zeigen Sie: für jede modallogische Formel  $\alpha$  ist  $\Box \Diamond \alpha$  nicht gültig.

### Aufgabe 25: Modellierung eines Programmablaufs

In einem Computerprogramm kommen die vier Variablen  $a, b, c, d$  vor. Ab einem gewissen Zeitpunkt im Programm gilt:

- (a) wenn  $d > 0$ , dann  $c > 0$ ,
- (b) wenn  $a \leq 0$ , dann  $b \leq 0$ ,
- (c) wenn  $a > 0$ , dann  $c \leq 0$ , und
- (d) es ist immer  $d > 0$ .

1. Übersetzen sie diese Aussagen in modallogische Formeln. Verwenden Sie dabei  $\Box$  für “in Zukunft gilt immer” und  $\Diamond$  für “irgendwann in der Zukunft gilt”.
2. Das Programm ende genau dann, wenn  $b > 0$  ist. Zeigen Sie, dass das Programm nie endet.

---

Lösen Sie zwei der Aufgaben ordentlich. Schreiben Sie Ihre Konstruktionen und Beweise so auf, dass sie gut lesbar und leicht nachvollziehbar sind.

Falls Sie Fragen haben (z.B. weil Sie bei Ihrer Lösung nicht weiterkommen oder Zweifel an Ihrer Lösungsidee haben), dann fragen Sie mich (z.B. in der Sprechstunde oder n.V.)!