Aufgabe 1

Definition: Sei B eine Belegung. Sown a und β Farmeln.

Dann ist auch $(\alpha \longrightarrow \beta)$ eine Formel und es gilt $\beta \models (\alpha \longrightarrow \beta) \iff \beta \models (\alpha \longrightarrow \beta)$ und $\beta \models (\beta \longrightarrow \alpha)$

(a) Sei B eine beliebige Belegung.

B = Ao
Ao
(B = Ao
Ao) (B = Ao
Ao)

(B = Ao)

(Ao)

(B = Ao)

(Ao)

(b) Sei B eine beliebige Belegang.

B ≠ Ao → ¬Ao ← → (B ≠ Ao → ¬Ao) und (B ≠ ¬Ao → ¬Ao)

← → (B ≠ Ao oder B ≠ (¬Ao)) und (B ≠ (¬Ao) oder B ≠ Ao)

← → B ≠ Ao und B ≠ Ao

Fall Ao € B: ← → falsch und wahr ← → falsch

Fall Ao ∉ B: ← → wahr und folsch ← → folsch

Da B beliebig war, ist damit Ao ← → (¬Ao) unerföllbar

(damit auch nicht gültig).

(c) Sei B:= {Ao,AA}.

B = (AoAAA) \iff Ao \iff => (B = (AoAAA) -> Ao) und (B = Ao -> (AoAAA))

\(\iff \begin{align*}
\text{B} \mathbb{E} (AoAAA) & \iff \text{oder} & \text{B} = Ao) \text{ und} & (B \mathbb{E} Ao \indext{oder} & \text{B} = Ao \text{AA})

\(\iff \begin{align*}
\text{C} \mathbb{E} \mathbb{E} \mathbb{A} & \text{oder} & \text{B} = Ao \text{A} \text{ und} & \text{B} = Ao \text{A})

\(\iff \begin{align*}
\text{C} \mathbb{E} \mathbb{A} & \text{oder} & \text{B} = Ao \text{A} & \text{oder} & \text{Under und} & \te

Danit gibt es Belegungen, für die (Aun An) an An erfüllt oder auch nicht erfüllt ist. Deuszufolge ist (Aun An) an An nicht gültig, aber erfüllbar.

(d) Sei B eine beliebige Belegung.

B+ (AuvAn) -> Ao (=> (B+ (AuvAn) -> Ao) und (B+ Ao -> (AuvAn))

(B) (B) (AovAn) oder B = Ao) und (B) Ao oder B = AovAn)

(BFAs und BFAn) oder BFAs) und (BFAs oder (BFAs oder BFAn))

Fall B = {A, }: B = (A, VA,) and As

(wahr und falsch) oder falsch) und (wahr oder (fulsch oder wahr))

(=) folsch

Fall B = {A, A, }: B = (A, VA) -> A.

((falsch und falsch) oder wahr) und (falsch oder (wahr oder wahr))

(=>) wahr

Downst gibt es Belegangen, für die (Au An) - As erfällt und auch nicht erfüllt ist. Demenfolge ist (Au VAn) - As nicht gütig, aber erfüllbar.

Aufgabe 2

(a) Sei B eine Belegang.

B = ite (Ao, Ao V Ax, Ao - Az)

(=> (B = Ao und B = Ao v AA) oder (B = Ao und B = Ao -Az)

(B = As and (B = As oder B = Ax)) oder (B = As and (B = As oder B = Az))

Full Ao & B: <=> (wahr und (wahr oder B = Ax)) oder (falsch und (fulsch oder B = Az))

Fall to \$ 8: <=> (falsch und (falsch oder BFAz)) oder (wohr und (wahr oder BFAz))

wahr

Damit ist die Formel für alle Belegungen erfüllbar und Samit gültig.

(b) Set Beine Relogang:

B = ite (¬Ao, Ao → An, Ao v Az)

(=> (B= 7A und B= A - A) oder (BFTA und B= AovAz)

(BKAO und (BKAO oder BFA)) oder (BFAO und (BFAO oder BFA))

```
Fall Ao & B: ( falsch und (falsch oder B FAA)) where (wahr und (wahr oder B FA2))
Fall Ao & B: (wahr und (wahr oder B = An)) oder (fulsch und (falsch oder B = Az))
              C=> Wohr
Damit ist die Formel erfällbar und auch gültig, da B beliebig war.
(c) Sei B eine beliebige Belegung:
   BF ite (AONA, Ao -> TA, AONA)
   (BF AONA, und BF Ao TA, ) oder (B/F AONA, und BF AONA,)
   ((BFAs und BFAx) und (BFAs oder BFTAx))
       oder ((B) Ao oder B = An) und (B = Ao und B = An))
    Fall Asi Az & B:
      (wahr und wahr) und (falsch oder falsch))
           oder ((falsch oder falsch) und (wahr und wahr))
     ( folsch
   Fall Ao & B oder A & B:
     ( falsch und (B. K.A. oder B. K.A.)) oder (wahr und falsch)
     (=> falsch
   Daniel ist die Formel für keine Belegung erfüllbur, sie ist also
   unerfallbar und damit auch nicht gältig.
(d) Sei B eine beliebige Belegung.
   B = ite (Au An, Au - TAn, Au An)
     (BF AUVA, und BF Ao -> 7Ax) oder (BF AOVA, und BF AONAx)
     ((BFAo order BFAn) und (BFAo order BF7An))
          oder ((B) Ao and B / An) und (B = Ao und B = An))
     Fall B = {A1}: (=> ((folsehodor wohr) und (wohr oder folseh))
                        oder ((wohr und folsch) und (falsch und wohr))
                  (=> Wahr
    Fall B= { No. A.]: => ((wahr oder wahr) und (falsch oder fulsch))
                          oder ((falsch und falsch) und (wohr und wahr))
                      ( Julsch
    Damit ist die Formel erfollbar, aber nicht faltig.
```

```
(e) Sei B oine Belegung.
 B = (A v Az) - ite (As 1 (7Ax), 7Az, Az - As)
€> B ≠ A, vAz oder B = ite (A, A (7A1), 7Az, Az ->A)
(B # An und B # Az) oder ((B # Ao A 7 An und B # Az) oder (B # As A 7 An und
                                                            (B = Az oder B = Ao)))
(B) (B) An und B) A2) oder
    (((BFAo und BFAn) und BFAz) oder ((BFAo oder BFAn) und (BFAz oder BFAo)))
  Fall B := {} = Ø :
   (=> (wohr und wahr) oder
      (((folseh und wahr) and wahr) oder ((wahr oder folseh) und (wahr oder folseh)))
   (=> wahr
 Foll 13 = { A, A, }:
   (falsch und falsch) oder
     (((fulsch und falsch) und falsch) oder ((wahr oder wahr) und (fulsch oder fulsch)))
   (=) falsch
 Damit ist die Formel erfällbar, aber nicht gültig.
```