Friedrich-Schiller-Universität Jena
Institut für Informatik
Martin Mundhenk
Stephan Fischer

Aufgaben zum 11. Januar 2018

(Abgabe bis zum Beginn der Vorlesung)

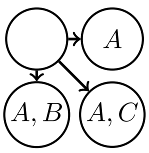
Aufgabe 26: Tableaux

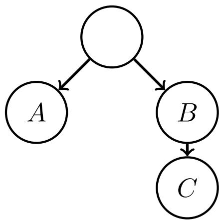
Geben Sie geschlossene Tableaux für die folgenden Formeln an und lesen Sie daraus erfüllende Kripke-Modelle und Welten ab ($\Diamond\alpha$ ist Abkürzung für $\neg\Box\neg\alpha$).

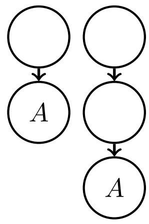
1. $\Diamond(A \to \Box A) \wedge \Box\Diamond\neg A$
2. $\Box(A \to \Box(B \to \Box C)) \wedge \Diamond(A \wedge \Diamond B)$
3. $(\Box(\Box A \to B) \to \Diamond(B \to \Diamond A)) \wedge \Diamond\Diamond C$
4. $(\Box A \to \Diamond(\Box B \to \neg A)) \wedge \Box(\Diamond B \to C)$

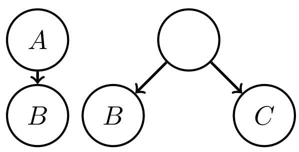
Aufgabe 27: Tableaux zu Modellen

Geben Sie zu folgenden Sammlungen von Kripke-Modellen Formeln an, zu denen ein geschlossenes Tableau existiert, dessen Pfade die einzelnen Modelle bestimmen.

$\mathcal{M}_1$:


$\mathcal{M}_2$:


$\mathcal{M}_3$:


$\mathcal{M}_4$:


Aufgabe 28: Pfadartige Modelle

Wir betrachten die eingeschränkte Modallogik P. Die Konstanten $\bot$ und $\top$ sind P-Formeln und für alle P-Formeln α und β ist $\Diamond(\alpha \to \beta)$ ebenfalls P-Formel.
Zeigen Sie, dass zu jeder erfüllbaren P-Formel α ein Kripke-Modells existiert, das α in der Startwelt erfüllt und ein Pfad ist.

Aufgabe 29: Die Modallogik T

Eine zweistellige Relation R über einer Menge W heißt *reflexiv*, falls für alle $w \in W$ gilt: $(w, w) \in R$. Ein Graph heißt *reflexiv*, falls seine Kantenmenge reflexiv ist. Eine modallogische Formel α heißt *T-gültig*, wenn für jeden reflexiven Graph G gilt: $G \models_{K} \alpha$.
Wie muss man den Tableau-Kalkül erweitern, damit alle T-gültigen Formeln bewiesen werden?
Geben Sie an, wie der Beweis des Lemmas „Pfad bestimmt Modell“ geändert werden muss, damit die Vollständigkeit des erweiterten Tableau-Kalküls für T-gültige Formeln bewiesen wird.

Lösen Sie zwei der Aufgaben ordentlich. Schreiben Sie Ihre Konstruktionen und Beweise so auf, dass sie gut lesbar und leicht nachvollziehbar sind.
Falls Sie Fragen haben (z.B. weil Sie bei Ihrer Lösung nicht weiterkommen oder Zweifel an Ihrer Lösungsidee haben), dann fragen Sie mich (z.B. in der Sprechstunde oder n.V.)!