

Aufgaben zum 23. November 2017

(Abgabe bis zum Beginn der Vorlesung)

Versuchen Sie Ihre Tableaux immer mit so wenig Knoten wie möglich aufzubauen!

Aufgabe 11: Tableaux

Geben Sie geschlossene Tableaux für die folgenden Formeln an und lesen Sie daraus erfüllende Belegungen ab.

1. $(B \rightarrow A) \wedge \neg((A \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C))$
2. $A \vee (\neg B \vee (B \wedge \neg A))$
3. $(A \vee B) \wedge ((\neg B \vee A) \wedge ((\neg A \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C)))$

Aufgabe 12: Tableau-Beweise

Zeigen Sie, dass die folgenden Formeln Tableau-beweisbar sind.

1. $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
2. $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
3. $(\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow ((\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta)$
4. $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$
5. $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg\beta$

Aufgabe 13: Expansionsregeln für weitere Verknüpfungszeichen

Geben Sie Expansionsregeln für \nrightarrow , \oplus , \leftrightarrow und *ite* an. Begründen Sie, warum Ihre Expansionsregeln korrekt sind und zeigen Sie, dass die folgenden Formeln Tableau-beweisbar sind.

1. $\alpha \oplus \neg\alpha$
2. $(\alpha \oplus \beta) \nrightarrow (\alpha \wedge \beta)$
3. $ite(\alpha, \beta, \gamma) \leftrightarrow ite(\neg\alpha, \gamma, \beta)$

Aufgabe 14: Größe vollständiger Tableaux

Wir wissen: für jede Formel α gibt es ein geschlossenes Tableau mit $\leq 2^{||\alpha||-1}$ Pfaden. Was kann man über die Größe dieser Tableaux – also die Anzahl ihrer Knoten – aussagen?

Aufgabe 15: Tableaux für gültige Formeln

Jedes geschlossene Tableau für unerfüllbare Formeln hat nur widersprüchliche Pfade.
Hat jedes Tableau für gültige Formeln nur nicht-widersprüchliche Pfade?

Lösen Sie zwei der Aufgaben ordentlich. Schreiben Sie Ihre Konstruktionen und Beweise so auf, dass sie gut lesbar und leicht nachvollziehbar sind. Bei einem Induktionsbeweis ist es häufig hilfreich, sich (und dem Korrekteur) klar zu machen, was in den einzelnen Schritten zu beweisen ist.
Falls Sie Fragen haben, dann fragen Sie mich (z.B. in der Sprechstunde oder n.V.)!