

Aufgaben zum 30. November 2017

(Abgabe bis zum Beginn der Vorlesung)

Aufgabe 16: Sortieren

Bringen Sie die folgenden Formeln in eine Reihenfolge, so dass ein Beweis für

$\neg\alpha \vdash_{\text{Fre}} (\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta$ entsteht und ergänzen Sie sie mit den verwendeten Regeln (MP, Hyp, DT, A1, A2, A3).

$\neg\neg\beta$
 $(\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta$
 $\neg\beta \rightarrow \neg\alpha$
 $\neg\neg\beta \rightarrow \beta$
 β
 $(\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow ((\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \neg\neg\beta)$
 $\neg\alpha$
 $\neg\alpha \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$
 $\neg\beta \rightarrow \alpha$
 $(\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \neg\neg\beta$

Aufgabe 17: \vdash_{Fre} -Beweise

Zeigen Sie 4 der leichten Beweise oder 2 der schweren Beweise.

leichte Beweise:

1. $\vdash_{\text{Fre}} A \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow B))$
2. $\vdash_{\text{Fre}} A \rightarrow (B \rightarrow (B \rightarrow A))$
3. $\vdash_{\text{Fre}} (\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$
4. $\vdash_{\text{Fre}} (\alpha \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow \neg\alpha$
5. $\vdash_{\text{Fre}} \alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$

schwere Beweise:

6. $\{A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow B\} \vdash_{\text{Fre}} A \rightarrow C$
7. $\vdash_{\text{Fre}} (\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
8. $\vdash_{\text{Fre}} (\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow ((\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow \neg\beta)$
9. $\vdash_{\text{Fre}} ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$ (Pierce's law)
10. $\vdash_{\text{Fre}} ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg\beta$

Hinweis: 1.–4. geht jeweils in drei Schritten ggf. mit Hilfe eines Theorems oder einer Regel aus der Vorlesung. Bei den benutzten Axiomen kann man sich an der vorigen Aufgabe orientieren. Bei 5. –7. sollte man aufs Deduktionstheorem setzen. Für 9. habe ich 8 Schritte gebraucht für 10. noch mehr.

Aufgabe 18: Modus ponens

Beweisen Sie: Wenn $\Gamma \models \alpha$ und $\Gamma \models \alpha \rightarrow \beta$, dann auch $\Gamma \models \beta$.

Lösen Sie zwei der Aufgaben ordentlich. Schreiben Sie Ihre Konstruktionen und Beweise so auf, dass sie gut lesbar und leicht nachvollziehbar sind.

Falls Sie Fragen haben (z.B. weil Sie bei Ihrer Lösung nicht weiterkommen oder Zweifel an Ihrer Lösungsidee haben), dann fragen Sie mich (z.B. in der Sprechstunde oder n.V.)!