

Aufgaben zum 25. Januar 2018

(Abgabe bis zum Beginn der Vorlesung)

Definition: Eine Eigenschaft \mathcal{E} von Graphen heißt *modallogisch beschreibbar*, falls es eine Menge modaler Formeln Φ gibt, sodass für alle Graphen G gilt:

für alle $\alpha \in \Phi$ gilt $G \models_K \alpha$ gdw. G Eigenschaft \mathcal{E} hat.

Aufgabe 33: Reflexivität (Modallogik T)

Zeigen Sie, dass die Reflexivität von Graphen durch die Menge $\{\Box\alpha \rightarrow \alpha \mid \alpha \text{ ist modallogische Formel}\}$ beschrieben wird.

Aufgabe 34: Symmetrie

Zeigen Sie, dass die Symmetrie von Graphen durch die Menge $\{\alpha \rightarrow \Box\Diamond\alpha \mid \alpha \text{ ist modallogische Formel}\}$ beschrieben wird.

Aufgabe 35: Euklidizität

Zeigen Sie, dass eine Relation reflexiv, transitiv und symmetrisch ist genau dann, wenn sie reflexiv und euklidisch ist.

Aufgabe 36: Beschränkte Nachfolgerschaft

Zeigen Sie, dass für jedes $m \geq 1$ die Eigenschaft

Jeder Knoten des Graphen hat $\leq m$ Nachfolger

durch die Formelmenge

$$\Phi_m = \left\{ \bigwedge_{i=1}^{m+1} \Diamond A_i \rightarrow \bigvee_{i=1}^{m+1} \bigvee_{j=1, j \neq i}^{m+1} \Diamond(A_i \wedge A_j) \right\}$$

beschrieben wird.

Aufgabe 37: Summe und Produkt

Person A sagt zu den Personen S und P : „Ich habe zwei ganze Zahlen x und y gewählt, sodass $1 < x < y$ und $x + y \leq 100$.“ Dann teilt A nur S die Summe $x + y$ und nur P das Produkt $x \cdot y$ mit. Danach kommt es zu folgender Konversation:

1. P sagt: „Ich kenne das Paar nicht“
2. S sagt: „Ich weiß, dass du das Paar nicht kanntest“
3. P sagt: „Nun kenne ich das Paar“
4. S sagt: „Nun kenne ich das Paar auch“

Wie ist das zu erklären?

Lösen Sie zwei der Aufgaben ordentlich. Schreiben Sie Ihre Konstruktionen und Beweise so auf, dass sie gut lesbar und leicht nachvollziehbar sind.

Falls Sie Fragen haben (z.B. weil Sie bei Ihrer Lösung nicht weiterkommen oder Zweifel an Ihrer Lösungsidee haben), dann fragen Sie mich (z.B. in der Sprechstunde oder n.V.)!