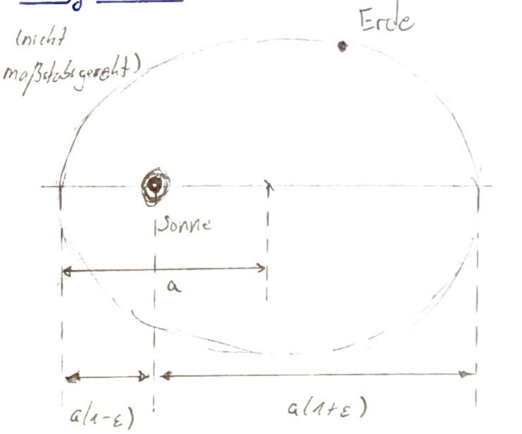
Markus Pawellek
144645

Einführung in die Astronomie

Übungsserie 10

Aufgabe 1



Annahme:
Innerhalb eines Jahres kann die Leuchtkraft $L_\odot$ der Sonne als konstant angenommen werden.

$\Rightarrow$ gemessene Strahlungsflussdichte im Abstand R: $F = \frac{L_\odot}{4\pi R^2}$

Erde bewegt sich auf leicht elliptischer Bahn

$\Rightarrow$ $R_{min} = a(1-\varepsilon)$, $R_{max} = a(1+\varepsilon)$

$$\Rightarrow \quad F_{min} = \frac{L_\odot}{4\pi R_{max}^2}, \quad F_{max} = \frac{L_\odot}{4\pi R_{min}^2} \quad \text{innerhalb eines Jahres}$$

$$\Rightarrow \quad \text{jährliche Schwankung: } \frac{F_{max} - F_{min}}{2} =: \Delta F = \frac{1}{2}\frac{L_\odot}{4\pi a^2}\left[\frac{1}{(1-\varepsilon)^2} - \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \Delta F = \frac{1}{2}\frac{L_\odot}{4\pi a^2}\frac{(1+\varepsilon)^2 - (1-\varepsilon)^2}{(1-\varepsilon)^2(1+\varepsilon)^2} = \underbrace{\frac{1}{2}\frac{L_\odot}{4\pi a^2}}_{\approx \overline{F}}\frac{4\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\Delta F = \overline{F}\frac{2\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^2}}} \quad \Rightarrow \quad \Delta F \approx 1366\,\frac{W}{m^2}\cdot\frac{2\cdot 0{,}017}{(1-0{,}017^2)^2} \approx \underline{\underline{46\,\frac{W}{m^2}}}$$

Aufgabe 2

Annahme: Leuchtkraft $L_\odot$ der Sonne ist konstant.

$$\Rightarrow \quad L_\odot = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

ΔE... abgegebene Energie in Form von Strahlung
Δt... benötigte Zeit für Energieabgabe

$$\Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta E}{L_\odot}$$

Weiterhin: $\Delta E = n \cdot 4 m_p c^2 \cdot 0{,}007$

n... Häufigkeit der Fusionsreaktion
m_p... Protonenmasse ($0{,}007 \cdot 4 m_p c^2$... Massendefizit-Energie)

Es muss gelten: $n = \alpha \frac{M_\odot}{4 m_p}$, wobei $\alpha \in [0,1]$

Nur ca. 70% der Sonne bestehen aus Wasserstoffkernen. Weiterhin kann die Kernfusion nur im Inneren Kern der Sonne stattfinden. Im Kern ist die Dichte jedoch weitaus größer:

$$M_c = \overline{\varrho}_c V_c = \overline{\varrho}_c \frac{4}{3}\pi R_c^3, \quad M_\odot = \overline{\varrho}_\odot V_\odot = \overline{\varrho}_\odot \frac{4}{3}\pi R_\odot^3$$

$$\Rightarrow \quad M_c = \frac{\overline{\varrho}_c}{\overline{\varrho}_\odot}\frac{R_c^3}{R_\odot^3} M_\odot$$

(gegebene Parameter für R_c und $\overline{\varrho}_c$ ergeben aber leider $M_c > M_\odot$; deshalb setzen wir $M_c = \frac{1}{4} M_\odot$)

$$\Rightarrow \quad n = 0{,}7 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{M_\odot}{4 m_p} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{0{,}007 \cdot 4 m_p c^2 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{M_\odot}{4 m_p}}{L_\odot}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t = 0{,}007 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{1}{4} \, \frac{M_\odot c^2}{L_\odot} = \alpha \cdot \frac{M_\odot c^2}{L_\odot}$$

$$\approx 0{,}7 \cdot \frac{1}{4} \, \frac{2 \cdot 10^{30}\,kg \cdot (3 \cdot 10^8 \,\frac{m}{s})^2}{4 \cdot 10^{26}\,W} \cdot 0{,}007$$

$$= 0{,}007 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 9 \cdot \frac{1}{4} \cdot 10^{20}\,s$$

$$\approx \underline{\underline{17{,}5 \cdot 10^9 \, a}}$$