

Einführung in die Astronomie – Übungen

Lösungsvorschläge zur 11. Übungsserie

2019-01-24

Aufgabe 11.1

Gesucht ist der Unterschied in absoluten Helligkeiten also der Unterschied der scheinbaren Helligkeiten bei einem bestimmten Abstand r_0 . Aus den Flüssen

$$F_1 = \frac{L_1}{4\pi r_0^2} \quad (1)$$

$$\text{und} \quad F_2 = \frac{L_2}{4\pi r_0^2} \quad (2)$$

ergibt sich dann

$$M_2 - M_1 = 2,5 \log_{10} \frac{F_1}{F_2} = 2,5 \log_{10} \frac{L_1}{L_2}. \quad (3)$$

Die Leuchtkräfte ergeben sich wiederum aus

$$L_1 = 4\pi\sigma R_1^2 T_1^4 \quad (4)$$

$$\text{und} \quad L_2 = 4\pi\sigma R_2^2 T_2^4. \quad (5)$$

Somit erhält man

$$M_2 - M_1 = 2,5 \log_{10} \frac{R_1^2 T_1^4}{R_2^2 T_2^4} \quad (6)$$

$$= 5 \log_{10} \frac{R_1}{R_2} + 10 \log_{10} \frac{T_1}{T_2}. \quad (7)$$

Setzt man nun

$$T_1 = T_2 + \Delta T \quad (\text{mit } \Delta T = T_2 \cdot 10\%) \quad (8)$$

$$\text{sowie} \quad R_1 = R_2 + \Delta R, \quad (9)$$

dann folgt

$$M_2 - M_1 = 5 \log_{10} \left(1 + \frac{\Delta R}{R_2} \right) + 10 \log_{10} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_2} \right). \quad (10)$$

Da für kleine x gilt, dass

$$\ln(1+x) \approx x \quad (\text{und somit } \log_{10}(1+x) \approx x/\ln 10), \quad (11)$$

könnte man auch schreiben

$$M_2 - M_1 \approx \frac{5}{\ln 10} \frac{\Delta R}{R_2} + \frac{10}{\ln 10} \frac{\Delta T}{T_2}. \quad (12)$$

Die Radien sollten nun aber gleich sein ($\Delta R = 0$), und es bleibt nur $\Delta T/T_2 = 0,1$. In diesem Fall erhält man

$$\underline{\underline{M_2 - M_1}} = \frac{10}{\ln 10} \frac{\Delta T}{T_2} = \frac{1}{\ln 10} = \underline{\underline{0,43}}. \quad (13)$$

Nimmt man stattdessen an, dass es sich um gleichaltrige Hauptreihensterne unterschiedlicher Temperatur handelt, dann sind auch die Radien verschieden und man kann die empirische Radius-Leuchtkraft-Beziehung verwenden:

$$L \propto R^{5,2}, \quad (14)$$

um mit $L \propto R^2 T^4$ auf

$$R^{5,2} \propto R^2 T^4 \quad (15)$$

$$\text{und } R \propto T^{1,25} \quad (16)$$

zu kommen. Aus Gleichung (6) folgt dann

$$M_2 - M_1 = 2,5 \log_{10} \frac{R_1^2 T_1^4}{R_2^2 T_2^4} \quad (17)$$

$$= 2,5 \log_{10} \frac{T_1^{6,5}}{T_2^{6,5}} \quad (18)$$

$$= 16,25 \log_{10} \frac{T_1}{T_2} \quad (19)$$

$$\text{bzw. } \underline{\underline{M_2 - M_1}} \approx \frac{16,25}{\ln 10} \frac{\Delta T}{T_2} = \underline{\underline{0,71}}. \quad (20)$$

Aufgabe 11.2

Grob lässt sich die Temperatur am besten über das Wien'sche Verschiebungsgesetz bestimmen:

$$T \lambda_{\max} = T_{\odot} \lambda_{\max, \odot} = \text{const} = 2,9 \text{ mm K} = 5800 \text{ K} \cdot 500 \text{ nm}. \quad (21)$$

Für Stern (b) kann man $\lambda_{\max} \approx 500 \text{ nm}$ ablesen, was bedeutet, dass es sich um einen sonnenähnlichen Stern mit auch etwa einer Temperatur $T \approx 5800 \text{ K}$ handelt. Für Stern (c) findet man $\lambda_{\max} \approx 1300 \text{ nm}$ und somit $T \approx 2200 \text{ K}$.

Beim Stern (a) ist das effektive λ_{\max} durch den Einbruch bei etwa 400 nm etwas schwieriger zu identifizieren. Man kann aber versuchen, etwa die geometrische Mitte zwischen diesem Maximum und dem bei knapp 200 nm zu nehmen, käme dann also auf $\lambda_{\max} \approx \sqrt{200 \text{ nm} \cdot 400 \text{ nm}} \approx 280 \text{ nm}$ und $T \approx 10\,000 \text{ K}$. Tatsächlich handelt es sich bei den drei Sternen um: (a) einen des Typs A2V ($T \approx 9000 \text{ K}$), (b) einen des Typs G2V ($T = 5800 \text{ K}$) und (c) einen des Typs M5V ($T = 3200 \text{ K}$).

Übergänge vom i -ten auf das j -te Energieniveau im neutralen Wasserstoff finden bei Wellenlängen

$$\lambda_{i \rightarrow j} = \lambda_{1 \rightarrow \infty} \frac{i^2 j^2}{|i^2 - j^2|} \quad (22)$$

statt, wobei $\lambda_{1 \rightarrow \infty} \approx 91,2 \text{ nm}$. Man konnte nun (z. B. durch Probieren oder durch Vergleich mit entsprechenden Tabellen) folgende Übergänge finden:

$$\begin{aligned} \lambda_{2 \rightarrow 4} &= 486 \text{ nm}, \\ \lambda_{2 \rightarrow 5} &= 434 \text{ nm}, \\ \lambda_{2 \rightarrow 6} &= 410 \text{ nm}, \\ \lambda_{2 \rightarrow 7} &= 397 \text{ nm}. \end{aligned} \quad (23)$$

Diese Linien sind Teile der Balmer-Serie, deren Kontinuumsgrenze bei $\lambda_{2 \rightarrow \infty} = 365 \text{ nm}$ liegt (gestrichelte Linie).

Zusatzaufgabe 11.3

Opa bäckt am Freitag gern Kuchen mit luftigem Teig.

Orangen brennen auf frisch geöffneten Kratzern meist lange tierisch.

Okapis brauchen als Futter grüne Knospen manch leckerer Triebe.

...