Einführung in die Astronomie – Übungen

Lösungsvorschläge zur 2. Übungsserie

2018-11-08

Das theoretische Auflösungsvermögen eines klassischen Teleskops ist definiert als

$$\beta_0 = 1{,}22\frac{\lambda}{D} \sim \frac{\lambda}{D}, \tag{1}$$

wobei λ die Wellenlänge und D der Durchmesser ist. Das Ergebnis hat als Einheit Bogenmaß (also rad). Aus der Angabe „optisches Teleskop“ konnte man auf eine typische Wellenlänge im sichtbaren Licht schließen, also auf etwa $0{,}5\,\mu\mathrm{m} = 5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$.
Möchte man jetzt einen Stern auflösen, ihn also nicht wie einen Punkt, sondern zumindest marginal als Scheibchen sehen, dann muss sein scheinbarer Durchmesser β_* (Winkeldurchmesser) größer als etwa die obige Auflösungsgrenze sein:

$$\beta_* \overset{!}{>} \beta_0. \tag{2}$$

Dieser Winkeldurchmesser ist nun das Verhältnis aus wahrem Durchmesser d und Abstand l (siehe Abb. 1):

$$\beta_* \approx \frac{d}{l} = \frac{1{,}4 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^{16}} \approx 3{,}5 \cdot 10^{-8} \approx 0°0'0{,}0072'' = 7{,}2\,\mathrm{mas}\text{ (Millibogensekunden)..} \tag{3}$$

Den wahren Durchmesser kann man aus der Angabe abschätzen, dass es sich um einen sonnenähnlichen Stern handelt (wobei $\odot$ = Sonne):

$$d \approx d_\odot = 1{,}4 \cdot 10^9\,\mathrm{m}. \tag{4}$$

Die Entfernung beträgt

$$l \approx 4\,\mathrm{ly} \approx 4 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}. \tag{5}$$

Zusammengefasst bekommt man für den nötigen Teleskopdurchmesser:

$$\begin{aligned} \beta_* &\overset{!}{>} \beta_0, && (6)\\ \frac{d}{l} &> \frac{\lambda}{D}, && (7)\\ D &> \frac{l\lambda}{d} = \frac{4 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}}{1{,}4 \cdot 10^9\,\mathrm{m}} \sim 10\,\mathrm{m}. && (8) \end{aligned}$$

Diese Größe liegt tatsächlich im Bereich der derzeit größten optischen Teleskope. Vom Boden aus muss man, um die entsprechende Auflösung zu erreichen, auf jeden Fall noch eine adaptive Optik verwenden, die die Luftunruhe und das resultierende Seeing korrigiert. Interferometrisch, d. h. im Verbund aus mehreren Teleskopen, konnte man auch schon höhere Auflösungen erreichen und entsprechend Sterne schon besser abbilden.
Der Durchmesser d der Erde ist um etwa einen Faktor 100 geringer als der der Sonne. Somit müsste ein optisches Teleskop, das sie auflösen könnte, auch mindestens einen Durchmesser haben, der hundertmal so groß ist wie oben berechnet, also $\gtrsim 1$ km. So ein Teleskop ließe sich wohl nur als (interferometrischer) Teleskopverbund realisieren.

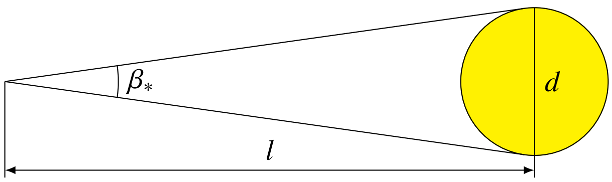

Abbildung 1: Zusammenhang zwischen scheinbarem Durchmesser β_*, wahrem Durchmesser d und Abstand l.

Aufgabe 2.2

Nach $c = \lambda\nu$ entspricht eine Frequenz ν von 43 GHz einer Wellenlänge λ von

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{4.3 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}} \approx 0{,}007 \text{ m} = 7 \text{ mm}. \tag{9}$$

Einer Frequenz von 0,33 GHz entspricht eine Wellenlänge von etwa 90 cm.
Welche Rolle spielen jetzt hier der Teleskopverbund und die Größe der Einzelteleskope? Allgemein sammelt ein Teleskop Licht an verschiedenen Punkte im Raum ein und bringt es zur Interferenz. Beim klassischen Einzelteleskop vollführt das „Einsammeln" der Spiegel oder die vordere Sammellinse. Zur Interferenz kommt es dann in der Brennebene, wo der Detektor sitzt. Je größer das Teleskop ist, desto größer ist nun der maximale Gangunterschied, zwischen interferierenden Wellen. Für das Auflösungsvermögen entscheidend ist nun, welcher maximale Abstand zwischen zwei Elementen des Teleskops als Ganzem vorliegt. Bei einem einzelnen Teleskop entspricht dieser größte Abstand dem Durchmesser des Teleskop. Für einen Verbund, hier z. B. aus 10 zusammengeschalteten Teleskopen, ist der größte Abstand zwischen zwei Elementen aber der größte Abstand zwischen zwei Einzelteleskopen, hier also hier 8600 km. Analog zur Aufgabe 2.1 lässt sich das Auflösungsvermögen somit bei Nutzung der maximalen Entfernung zwischen 2 Antennen ($D = 8{,}6 \cdot 10^6$ m) berechnen zu

$$\beta_{43\text{ GHz}} = (2{,}5 \cdot 10^5)'' \frac{7 \cdot 10^{-3}}{8{,}6 \cdot 10^9} \approx (2 \cdot 10^{-4})'' = 0{,}2\,\text{mas} \tag{10}$$

und

$$\beta_{0{,}33\text{ GHz}} = (2{,}5 \cdot 10^5)'' \frac{0{,}9}{8{,}6 \cdot 10^9} \approx (3 \cdot 10^{-2})'' = 30\,\text{mas}, \tag{11}$$

ist bei den kürzeren Wellenlänge also sogar besser als das der größten optischen Teleskope.

Aufgabe 2.3

Äquatoriale Montierungen bestehen aus 2 Achsen, von denen eine parallel zur Erdachse ausgerichtet ist (Stundenachse). Senkrecht dazu steht die Deklinationsachse, mit der das Teleskop von Himmelspol zu Himmelspol geschwenkt werden kann. Bei der azimutalen Montierung gibt es eine lotrechte Hauptachse (senkrecht zur Erdoberfläche), um die das Teleskop komplett gedreht werden kann. Über die zweite, parallel zum Horizont liegende Achse kann es zwischen Horizont und Zenit bewegt werden. Steht ein Teleskop mit äquatorialer Montierung also exakt am Nord- oder Südpol steht die Stundenachse (die ja parallel zur Erdachse ist) senkrecht zum Boden und die Montierung ist äquivalent zur azimutalen (siehe Abb. 2).
Am Äquator stimmen die beiden Montierungen nicht überein, da dort die Achsen zueinander vertauscht sind. Die erste, mit dem Boden verbundene Achse der äquatorialen Montierung liegt dort parallel zum Boden, geeignet zur Nachführung als Stundenachse. Die zweite Achse der azimutalen Montierung könnte hier zwar parallel zur Erdachse laufen, jedoch nur, wenn das beobachtete Objekt genau auf dem Himmelsäquator liegt. Im Allgemeinen ist dies nicht der Fall.

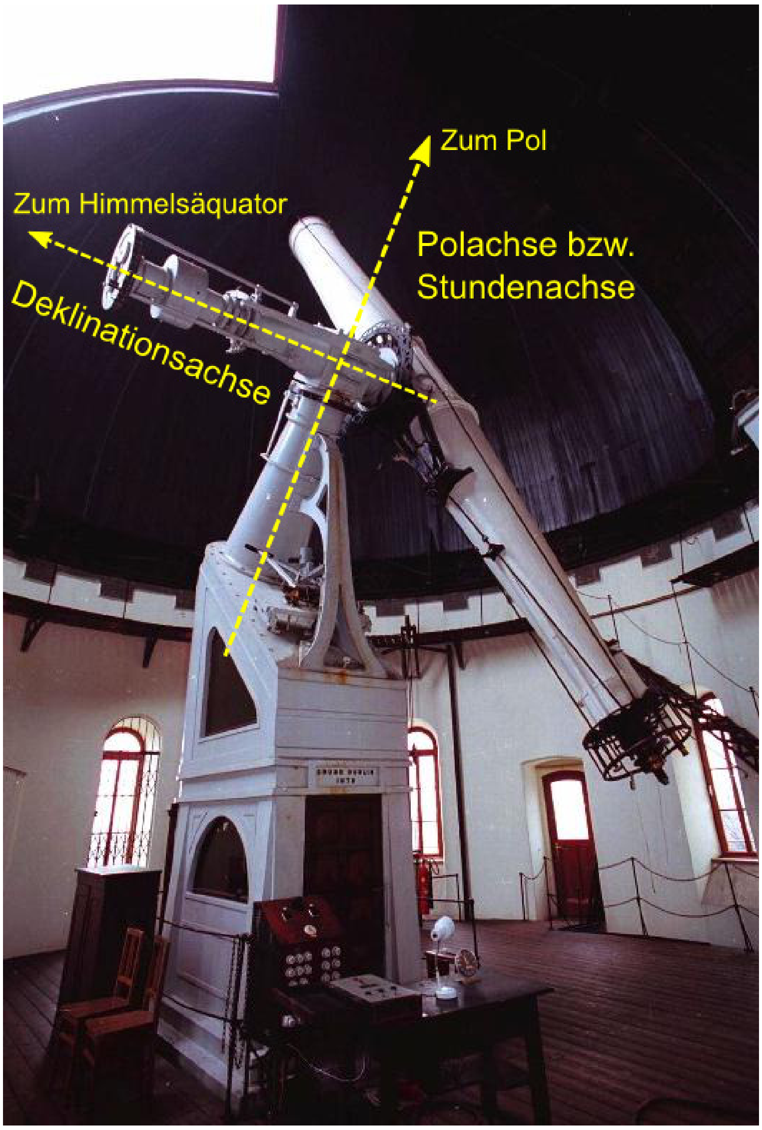

Abbildung 2: Historisches Refraktorteleskop mit äquatorialer Montierung am Institute for Astronomy (IfA), Harvard University.