Einführung in die Astronomie – Übungen

Lösungsvorschläge zur 13. Übungsserie

2018-02-08

Lösungsvorschläge zum 13. Übungsblatt

Aufgabe 13.1

Wenn das Licht der Supernova den Ring nach der Zeit $t = 250$ d erreicht, dieser Ring einen tatsächlichen Radius $r = ct$ hat, und uns sein Durchmesser unter einem Winkel $\alpha = 1{,}7''$ erscheint, dann gilt mit dem Abstand d zu 1987A:

$$\alpha d = 2r = 2ct \tag{1}$$

und deshalb

$$d = 2\frac{ct}{\alpha} = \frac{1{,}3 \times 10^{16}\ \mathrm{m}}{\alpha} = \frac{8{,}7 \times 10^{4}\ \mathrm{AE}}{\alpha}. \tag{2}$$

Die Umrechnung des Abstandes in Astronomische Einheiten hilft, da per Definition ein Strecke von 1 AE aus einer Entfernung von 1 pc betrachtet einen Winkel von 1″ überspannt. Teilt man den Abstand (in AE) durch den Winkel (in Bogensekunden) dann hat man die Entfernung in Parsec:

$$d = 51\,\mathrm{kpc} = 170\,000\,\mathrm{Lichtjahre}. \tag{3}$$

(Alternativ teilt man den Radius wie gegeben in Lichttagen (oder -jahren) durch den Winkel im Bogenmaß und erhält dann auch die Entfernung in Lichttagen (oder -jahren).) Die Große Magellan'sche Wolke als Zwerggalaxie ist Teil der Lokalen Gruppe, also auf kosmischen Maßstäben in der unmittelbaren Nachbarschaft unserer Milchstraße,

Aufgabe 13.2

Das Verhältnis der Leuchtkräfte im Minimum, L, und im Maximum, L', hängt mit den ensprechenden scheinbaren Heligkeiten zusammen gemäß

$$m' - m = 2{,}^{\mathrm{m}}5 \log_{10} \frac{L}{L'} \tag{4}$$

also

$$\frac{L}{L'} = 10^{\frac{m'-m}{2{,}^{\mathrm{m}}5}}. \tag{5}$$

Da nun gleichzeitig die Leuchtkraft wieder proportional zur Oberfläche und damit zu R^2 und nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz auch zu T^4 ist, folgt

$$R \propto L^{\frac{1}{2}} T^{-2} \tag{6}$$

$$\frac{R'}{R} = 10^{\frac{m-m'}{5}} \left(\frac{T}{T'}\right)^2. \tag{7}$$

Im ausgedehnten Zustand ist ein Cepheid nun (wie ein roter Riese) etwas kühler als im kompakten und es gilt $T/T' = 7000/5500$. Ausgedehnt ist er aber heller, sodass $m - m' = 1$ mag. Nimmt man an, dass beide Änderung synchron schwanken, also Temperaturminimum und Helligkeitsmaximum zusammenfallen, dann folgt

$$\frac{R'}{R} = 2{,}6. \tag{8}$$

Der Radius wächst also auf das 2,6-fache des Ausgangswertes (von etwas mehr als einem Sonnenradius) an. Nähme man an, das der Cepheid im ausgedehnten Zustand *heißer* wäre, dann hätte man $m - m' = -1$ mag und $R' = 1{,}02R$. Der tatsächliche Maximale Radius liegt nun dazwischen, da die Schwankungen von Radius und Temperatur phasenverschoben sind – und zwar *nicht* um genau eine halbe Periode.

Zusatzaufgabe 13.3

Der Veränderliche δ Cephei ist laut seiner Bezeichnung (zumindest zeitweise) der vierthellste Stern im Sternbild Cepheus. Er gehört damit wohl nicht zu den allerhellsten Sternen, ist aber noch gut sichtbar. Seine scheinbare Helligkeit kann man demnach mit etwa 4. Größenklasse abschätzen. Aus

$$\overline{M}_{\mathrm{V}} = -1\overset{\mathrm{m}}{,}3 - 3\overset{\mathrm{m}}{,}0 \log_{10}(P) \tag{9}$$

und der gegebenen Periodendauer von 5,3 Tagen folgt dazu eine absolute Helligkeit $\overline{M}_{\mathrm{V}} = -3.5$. Über den Entfernungsmodul

$$m_{\mathrm{V}} - M_{\mathrm{V}} = 5\,\mathrm{mag} \log_{10} \frac{r}{10\,\mathrm{pc}} \tag{10}$$

ergibt sich schließlich

$$\frac{r}{10\,\mathrm{pc}} = 10^{\frac{m_{\mathrm{V}} - M_{\mathrm{V}}}{5\,\mathrm{mag}}} \tag{11}$$

$$r \approx 300\,\mathrm{pc}. \tag{12}$$

Hätte man $m_{\mathrm{V}} = 3\,\mathrm{mag}$ geschätzt, wären es nur 200 pc, bei $m_{\mathrm{V}} = 5\,\mathrm{mag}$ wären es 500 pc. Seine tatsächliche Entfernung beträgt etwa 270 pc.