# Mathematische Methoden der Physik I
# Übungsserie 9

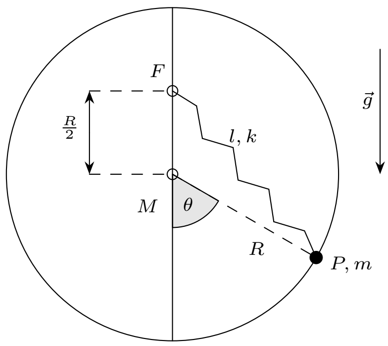
Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Wintersemester 17/18
Abgabe: Mittwoch, 20.12.17

## Aufgabe 1

*Gleichgewichtspunkte und kleine Schwingungen*

Eine Perle $P$ mit Masse $m$ soll sich reibungsfrei auf einem Reifen mit Mittelpunkt $M$ und Radius $R$ bewegen können. Sie steht dabei unter der Einwirkung sowohl der Schwerkraft als auch einer elastischen Kraft. Letztere wird von einer Feder mit Federkonstante $k$ ausgeübt, die im Punkt $F$ befestigt ist und im entspannten Zustand die Länge $l_0 = \frac{R}{2}$ hat. Die Position der Perle auf dem Reifen wird durch den Winkel $\theta(t)$ beschrieben. Die zugehörige Länge der gedehnten Feder ist $l(t)$.




Die gesamte Kraftkomponente, die die Perle auf dem Reifen bewegt, ist

$$F = \left[-mg + \frac{Rk}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5 + 4\cos\theta}}\right)\right]\sin\theta\,.$$

(a) Bestimmen Sie alle Winkel $\theta$, die Gleichgewichtslagen der Perle beschreiben. Dabei ist es ausreichend, die Bestimmungsgleichungen für diese Winkel in impliziter Form anzugeben.

(b) Entscheiden Sie über die Stabilität dieser Gleichgewichtslagen.

**Hinweis:** Für Fallunterscheidungen ist es zweckmäßig, den dimensionalen Parameter

$$\kappa = \frac{k}{k_{\text{krit}}} \quad \text{mit} \quad k_{\text{krit}} = 3\frac{mg}{R}$$

einzuführen.

*bitte wenden*

## Aufgabe 2 *Der Resonanzfall*

Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$ay'' + by' + cy = Ae^{\varrho x}$$

mit Konstanten $a$, $b$, $c$, $A$ und $\varrho$. $\varrho$ erfülle die charakteristische Gleichung

$$a\varrho^2 + b\varrho + c = 0\ .$$

Hier versagt der Ansatz $y_\mathrm{p} = \alpha e^{\varrho x}$. Bestimmen Sie die Partikulärlösung, indem Sie für den Parameter $\alpha$ eine Variation der Konstanten durchführen. Unterscheiden Sie dabei die Fälle $\varrho = \frac{-b}{2a}$ und $\varrho \neq \frac{-b}{2a}$.