
Mathematische Methoden der Physik I

Übungsserie 0

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Sommersemester 2018
Abgabe: Präsenzübung

Fertigen Sie zu allen Aufgaben Skizzen an!

Aufgabe 1

Fläche einer Ellipse

Berechnen Sie die von der Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

umschlossene Fläche durch Verwendung eines Doppelintegrals und substituieren Sie $x' = x/a$ und $y' = y/b$.

Aufgabe 2

Integrationsreihenfolge

(a) Kehren Sie die Reihenfolge der Integrationen in dem Doppelintegral

$$I = \int_0^a dy \int_0^{4a^2/4ay} f(x, y) dx$$

um und nehmen Sie dafür an, dass die Funktion $f(x, y)$ im Integrationsgebiet wohldefiniert ist.

(b) Kehren Sie die Reihenfolge der Integrationen um und berechnen Sie die Integrale

$$(i) \quad \int_0^1 x dx \int_x^{2-x} \frac{1}{y} dy$$

$$(ii) \quad \int_0^1 x dx \int_0^x \sqrt{y(2-y)} dy$$

Aufgabe 3

Volumenberechnung

Berechnen Sie das von der Fläche

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2), \quad a > 0$$

eingeschlossene Volumen. Verwenden Sie dazu Kugelkoordinaten.

Hinweis: Es ist

$$\int \sin^4 x dx = \frac{\sin(4x) - 8 \sin(2x) + 12x}{32} + C$$

Aufgabe 4

Dreifachintegral und Kugelkoordinaten

Berechnen Sie das Integral

$$I = \int \int \int_V \left[xz^2 \exp \left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2} \right) \right] dx dy dz$$

über den durch die Koordinatenflächen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ und die Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ begrenzten Oktanten. Rechnen Sie in Kugelkoordinaten.

Hinweis: Es ist

$$\int t^2 e^{\alpha t} dt = \frac{e^{\alpha t} (\alpha^2 t - 2\alpha t + 2)}{\alpha^3}$$