
Mathematische Methoden der Physik II

Übungsserie 4

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Version: 28. Mai 2018
Sommersemester 2018

Aufgabe 1 *Gradient und Rotation*

Gegeben seien das skalare Vektorfeld

$$\vec{A}(x, y, z) = xy\vec{i} - y^2z\vec{j} + xz^2\vec{k}$$

und das skalare Feld

$$U(x, y, z) = 2xyz^2.$$

Berechnen Sie in kartesischen Koordinaten

- | | | | |
|-------|------------------------|------|--|
| (i) | $\text{grad } U$ | (iv) | $\text{rot rot } \vec{A}$ |
| (ii) | $\text{rot } \vec{A}$ | (v) | $\text{grad}(\vec{A} \cdot \text{rot } \vec{A})$ |
| (iii) | $\text{rot}(U\vec{A})$ | (vi) | $\text{rot grad } U.$ |

Aufgabe 2 *Rotation und Divergenz*

Konstruieren Sie jeweils ein Vektorfeld, das die folgenden Bedingungen erfüllt, und machen Sie eine Probe. Dabei ist

$$\text{div } \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

- (a) $\text{rot } \vec{v}$ besitzt nur eine von x -abhängige Komponente in \vec{k} -Richtung. $\text{div } \vec{v}$ verschwindet nicht.
- (b) $\text{div } \vec{w}$ hängt nur von $x^2 + y^2$ ab. $\text{rot } \vec{w}$ hat keine verschwindende Komponente.

bitte wenden

Aufgabe 3 *Zweidimensionales Vektorfeld*

Betrachten Sie das Vektorfeld

$$\vec{V} = x^2 y \vec{i} - x^3 y^2 \vec{j}$$

und den geschlossenen Weg C entlang des Rechteckes $A(1, 1)$, $B(3, 1)$, $C(3, 2)$ und $D(1, 2)$.

- (a) Berechnen Sie die Arbeit, die entlang des Weges C in diesem Kraftfeld verrichtet wird, indem Sie sowohl das Kurvenintegral, als auch das Flächenintegral berechnen [beide Seiten des GREENSchen Satzes].
- (b) Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes durch die Kurve C , indem Sie beide Seiten des GAUSSschen Satzes in der Ebene berechnen.