Mathematische Methoder der Physik II
Übungsserie 2

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Version: 28. Mai 2018
Sommersemester 2018

Aufgabe 1 *Volumenberechnung III*

Berechnen Sie den Inhalt jenes von den Flächen

$$x^2 + y^2 = 1 + z^2 \quad \text{und} \quad x^2 + y^2 = 2 - z^2$$

eingeschlossenen Volumenbereichs, der den Koordinatenursprung enthält.

Aufgabe 2 *Satz von Stokes*

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$L = \int_C \big((x + y - z)\mathrm{d}x + (1 + 3x)\mathrm{d}y + (y^2 - x)\mathrm{d}z\big)$$

längs der Schnittkurve C der beiden Flächen

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} \quad \text{und} \quad z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

wobei C - vom Ursprung aus gesehen - im Uhrzeigersinn orientiert ist. Verwenden Sie dazu den Satz von Stokes.

Aufgabe 3 *Verifikation des Satzes von Stokes*

Berechnen Sie für das Vektorfeld

$$\vec{F} = F_0 \left[\left(\frac{y^3}{3a^3} + \frac{y}{a} e^{xy/a^2} + 1 \right) \vec{i} + \left(\frac{xy^2}{a^3} + \frac{x + y}{a} e^{xy/a^2} \right) \vec{j} + \frac{z}{a} e^{xy/a^2} \vec{k} \right]$$

das Linienintegral

$$\oint_C \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

mit Hilfe des Stokes'schen Satzes. Dabei sei C der Umfang des durch die Punkte $A(0, 1, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(1, 3, 0)$ und $D(0, 3, 0)$ gegebenen Rechtecks. Machen Sie anschließend die Probe, indem Sie das Linienintegral direkt berechnen.