

---

# Mathematische Methoden der Physik I

## Übungsserie 3

Dr. Agnes Sambale  
agnes.sambale@uni-jena.de

Wintersemester 17/18  
Abgabe: Mittwoch, 08.11.17

---

### Aufgabe 1

*Die Methode der Variation der Konstanten*

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen mithilfe der Methode der Variation der Konstanten. Führen Sie in allen Fällen eine Probe durch.

(i)  $\frac{y'}{x^3} - \frac{2y}{x^4} = \sin x$

(ii)  $y' = y \sin x - 2 \sin x$

(iii)  $(x+1)y' = 2y + (x+1)^{\frac{5}{2}}$

### Aufgabe 2

*Eine nichtlineare Differentialgleichung*

Lösen Sie die folgende nichtlineare Differentialgleichung, indem Sie diese auf eine lineare Differentialgleichung durch die Substitution  $z = y^{-2}$  zurückführen und mithilfe der Methode der Variation der Konstanten behandeln.

$$y' - y + 3x^2y^3 = 0$$

Machen Sie die Probe durch Einsetzen Ihrer Lösung in die ursprüngliche Differentialgleichung.

### Aufgabe 3

*Ein Ausweg aus der Zombieapokalypse*

Auf einer kleinen Insel gerät ein Virus in Umlauf, der die Bevölkerung in Zombies verwandelt. Auf dieser Insel wird sofort mit der Evakuierung aller gesunden Menschen begonnen. Für kleine Zeitspannen  $\tau \in \mathbb{R}^+$  und Parameter  $\delta, N_0 \in \mathbb{R}^+$  kann der Anteil der gesunden Menschen, die sich infizieren, durch  $\tau \cdot \delta$  und die Anzahl der Menschen, die die Insel per Schiff verlassen, durch  $\tau \cdot N_0$  approximiert werden.

(a) Stellen Sie ein Differentialgleichungssystem auf, welches den oben genannten Bedingungen genügt. Verwenden Sie  $M(t) \in \mathbb{R}^+$  für die Anzahl der gesunden Menschen,  $Z(t) \in \mathbb{R}^+$  für die Anzahl der Infizierten und  $t \in \mathbb{R}^+$  als freien Parameter der Zeit.

(b) Lösen Sie das erhaltene Differentialgleichungssystem für die folgenden Anfangsbedingungen.

$$t_0 := 0, \quad M_0 := M(0) := N \in \mathbb{N}, \quad Z_0 := Z(t) := 0$$

(c) **Zusatz:** Skizzieren Sie  $M(t)$  und  $Z(t)$  für  $t \in \mathbb{R}^+$  und die folgenden Parameter.

$$N := 10000, \quad \delta := \frac{1}{3}, \quad N_0 := 100$$

(d) **Zusatz:** Bestimmen Sie die Anzahl der geretteten Menschen. Berechnen Sie zudem die Änderung dieser Anzahl, wenn statt einem Einzigem zwei identische Schiffe zum Einsatz kommen.