

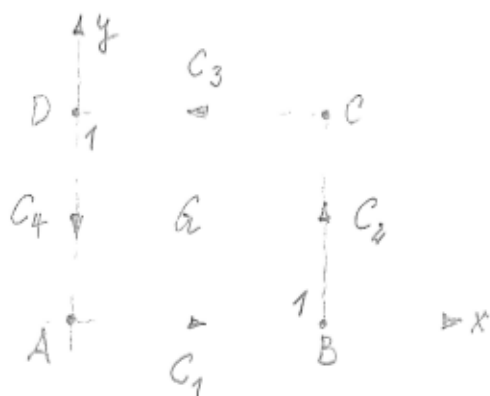
Aufgabe 1 Verifikation des Greenschen Satzes

9 Punkte

2/1

$$\oint_C (xy \, dx + x^2 \, dy)$$

a) Kurvenintegral



$C_1: y=0, \, dy=0$

$0 \leq x \leq 1$

kein Beitrag zum Integral

1

$C_2: x=1, \, dx=0$

$0 \leq y \leq 1$

$$\int_{C_2} dy = \int_0^1 dy = y \Big|_0^1 = \underline{1}$$

1

$C_3: y=1, \, dy=0$

$1 \geq x \geq 0$

$$\int_{C_3} x \, dx = \int_1^0 x \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_1^0 = \underline{-\frac{1}{2}}$$

1

$C_4: x=0, \, dx=0$

$1 \geq y \geq 0$

kein Beitrag zum Integral

1

• Resultat:

$$\oint_C (xy \, dx + x^2 \, dy) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

1

b) Doppelintegral: $P = xy$

$Q = x^2$

$\frac{\partial P}{\partial y} = x$

$\frac{\partial Q}{\partial x} = 2x$

1

$$\iint_G \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx \, dy = \iint_G x \, dx \, dy = \int_0^1 x \, dx \int_0^1 dy = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 \cdot 1 = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

2

für alle x aus $0 \leq x \leq 1$ ist $0 \leq y \leq 1$

1

• Vergleich: Übereinstimmung

1

6