
Mathematische Methoden der Physik I

Übungsserie 3

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Wintersemester 17/18
Abgabe: Mittwoch, 08.11.17

Aufgabe 1

Die Methode der Variation der Konstanten

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen mithilfe der Methode der Variation der Konstanten. Führen Sie in allen Fällen eine Probe durch.

(i) $\frac{y'}{x^3} - \frac{2y}{x^4} = \sin x$

(ii) $y' = y \sin x - 2 \sin x$

(iii) $(x+1)y' = 2y + (x+1)^{\frac{5}{2}}$

Aufgabe 2

Eine nichtlineare Differentialgleichung

Lösen Sie die folgende nichtlineare Differentialgleichung, indem Sie diese auf eine lineare Differentialgleichung durch die Substitution $z = y^{-2}$ zurückführen und mithilfe der Methode der Variation der Konstanten behandeln.

$$y' - y + 3x^2y^3 = 0$$

Machen Sie die Probe durch Einsetzen Ihrer Lösung in die ursprüngliche Differentialgleichung.

Aufgabe 3

Ein Ausweg aus der Zombieapokalypse

Wenig später bricht auch auf einer Nachbarinsel eine merkwürdige Krankheit aus. In einer Zeitspanne $\tau \in \mathbb{R}^+$ infiziert sich ein Anteil δ der gesunden Menschen auf der Insel und mutiert zu Zombies. Dieses Mal wird sofort mit der Evakuierung begonnen. Während derselben Zeitspanne τ können N_0 Menschen die Insel per Schiff verlassen. Infizierte können die Insel nicht verlassen.

- (a) Stellen Sie die zugehörigen Differentialgleichungen für $M(t)$ und $Z(t)$ auf und lösen Sie diese für die folgenden Anfangsbedingungen.

$$t_0 := 0, \quad M_0 := M(0) := N, \quad Z_0 := Z(t) := 0$$

- (b) **Zusatz:** Skizzieren Sie $M(t)$ und $Z(t)$ für $t \in \mathbb{R}^+$ und den folgenden Parametern.

$$N = 10000, \quad \delta = \frac{1}{3}, \quad N_0 = 100$$

- (c) **Zusatz:** Wie viele gesunde Menschen konnten gerettet werden? Wie verändert sich diese Zahl, wenn mit einem zweiten Schiff doppelt so viele Menschen pro τ evakuiert werden können?