Nachklausur Mathematische Methoden der Physik I
Übungsserie

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Wintersemester 17/18
Letzte Bearbeitung: 13. März 2018
Abgabe: Mittwoch, 17.8.17

Aufgabe 1 — *Variation der Konstanten*

Lösen Sie die Differentialgleichung eines $R-L$-Schwingkreis

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L} I = \frac{U_0}{L} \sin(\omega t)$$

wobei R, L, U_0, ω Konstanten sind. Verwenden Sie dazu das Verfahren der Variation der Konstanten.

Aufgabe 2 — *Inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung*

Bestimmen Sie die *allgemeine* Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 2y' - 3y = 64xe^{-x}$$

indem Sie für die Lösung der inhomogenen Gleichung einen speziellen Ansatz machen.

Aufgabe 3 — *Eulersche Differentialgleichung (unfertig)*

Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$x^2y'' - xy' + 2y = 0, \quad x > 0$$

in 3 Schritten:

(a) Zeigen Sie, dass die Substitution $x = e^t$ auf die tranformierte Gleichung mit konstanten Koeffizienten

$$\ddot{u} - 2\dot{u} + 2u = 0$$

führt.

(b) Lösen Sie die transformierte Gleichung und substitutieren Sie anschließend zurück.

(c) Bestimmen Sie diejenige Lösung, die mit den Anfangsbedingungen $y(1) = 1$ und $y'(0) = 1$ verträglich ist.

Aufgabe 4

Wegintegrale berechnen

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$W = \int_C \vec{F} \mathrm{d}\vec{r} = \int_C \left(\frac{x^2}{x^2+y^2} \mathrm{d}x + \frac{x}{x^2+y^2} \mathrm{d}y \right)$$

wobei die Kurve C durch $C : x^2 + y^2 = 9$ (entgegen dem Uhrzeigersinn) gegeben ist.

Aufgabe 5

Wegintegrale berechnen

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v} = (x+y)\vec{i} + z\vec{j} + 3\vec{k}$. Berechnen Sie das Vektorfeld

$$W = \int_C \vec{F} \mathrm{d}\vec{r}$$

wobei die Kurve C die Schnittkurve der Flächen $z = 1 - x^2$ und $x^2 + y^2 = 1$ ist.