

Aufgabe 1 *Koordinatentransformation*

Ein Koordinatensystem (u, v, z) sei definiert durch

$$u = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad v = \frac{-y}{x^2 + y^2}, \quad z = z.$$

- (a) Berechnen Sie die Umkehrtransformationen, indem Sie x und y durch u und v ausdrücken.
- (b) Berechnen Sie die Basiseinheitsvektoren \vec{e}_u , \vec{e}_v und \vec{e}_z ausgedrückt durch die Vektoren \vec{i} , \vec{j} und \vec{k} .
- (c) Ist das Koordinatensystem (u, v, z) orthogonal? Ist es rechts- oder linkshändig? Begründen Sie!
- (d) Berechnen Sie das Linienelement ds^2 und das Volumenelement dV .
- (e) **Zusatz:** Berechnen und skizzieren Sie die Linien $u = \text{const}$ und $v = \text{const}$ in der (x, y) -Ebene. (Hierfür werden keine Ergebnisse aus den vorherigen Aufgaben benötigt.)

LÖSUNG:

Lösung folgt