Mathematische Methoden der Physik I
Übungsserie 0

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Sommersemester 2018
Abgabe: keine

Fertigen Sie zu allen Aufgaben Skizzen an!

Aufgabe 1 — *Fläche einer Ellipse*

Berechnen Sie die von der Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

umschlossene Fläche durch Verwendung eines Doppelintegrals und substituieren Sie $x' = x/a$ und $y' = y/b$.

Aufgabe 2 — *Integrationsreihenfolge*

(a) Kehren Sie die Reihenfolge der Integrationen in dem Doppelintegral

$$I = \int_0^a \mathrm{d}y \int_0^{4a^2/4ay} f(x,y)\mathrm{d}x$$

um und nehmen Sie dafür an, dass die Funktion $f(x,y)$ im Integrationsgebiet wohldefiniert ist.

(b) Kehren Sie die Reihenfolge der Integrationen um und berechnen Sie die Integrale

(i) $$\int_0^1 x\,\mathrm{d}x \int_x^{2-x} \frac{1}{y}\,\mathrm{d}y$$

(ii) $$\int_0^1 x\,\mathrm{d}x \int_0^x \sqrt{y(2-y)}\,\mathrm{d}y$$

Aufgabe 3 — *Volumenberechnung I*

Berechnen Sie das von der Fläche

$$(x^2+y^2+z^2)^2 = a^2(x^2+y^2), \quad a > 0$$

eingeschlossene Volumen. Verwenden Sie dazu Kugelkoordinaten.

Hinweis: Es ist

$$\int \sin^4 x\ \mathrm{d}x = \frac{\sin(4x) - 8\sin(2x) + 12x}{32} + C$$

bitte wenden

Aufgabe 4 *Volumenberechnung II*

Berechnen Sie das Integral

$$I = \int\int\int_V \left[xz^2 \exp\left(\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2} \right) \right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

über den durch die Koordinatenflächen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ und die Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ begrenzten Oktanten. Rechnen Sie in Kugelkoordinaten.

Hinweis: Es ist

$$\int t^2 e^{\alpha t} \, \mathrm{d}t = \frac{e^{\alpha t} \left(\alpha^2 t - 2\alpha t + 2 \right)}{\alpha^3} + C$$