
Mathematische Methoden der Physik I

Übungsserie 3

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Wintersemester 17/18
Abgabe: Mittwoch, 08.11.17

Aufgabe 1

Die Methode der Variation der Konstanten

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen mithilfe der Methode der Variation der Konstanten. Führen Sie in allen Fällen eine Probe durch.

(i) $\frac{y'}{x^3} - \frac{2y}{x^4} = \sin x$

(ii) $y' = y \sin x - 2 \sin x$

(iii) $(x+1)y' = 2y + (x+1)^{\frac{5}{2}}$

Aufgabe 2

Eine nichtlineare Differentialgleichung

Lösen Sie die folgende nichtlineare Differentialgleichung, indem Sie diese auf eine lineare Differentialgleichung durch die Substitution $z = y^{-2}$ zurückführen und mithilfe der Methode der Variation der Konstanten behandeln.

$$y' - y + 3x^2y^3 = 0$$

Machen Sie die Probe durch Einsetzen Ihrer Lösung in die ursprüngliche Differentialgleichung.

Aufgabe 3

Ein Ausweg aus der Zombieapokalypse

Auf einer kleinen Insel gerät ein Virus in Umlauf, der die Bevölkerung in Zombies verwandelt. Auf dieser Insel wird sofort mit der Evakuierung aller gesunden Menschen begonnen. Für kleine Zeitspannen $\tau \in \mathbb{R}^+$ und Parameter $\delta, N_0 \in \mathbb{R}^+$ kann der Anteil der gesunden Menschen, die sich infizieren, durch $\tau \cdot \delta$ und die Anzahl der Menschen, die die Insel per Schiff verlassen, durch $\tau \cdot N_0$ approximiert werden.

(a) Stellen Sie ein Differentialgleichungssystem auf, welches den oben genannten Bedingungen genügt. Verwenden Sie $M(t) \in \mathbb{R}^+$ für die Anzahl der gesunden Menschen, $Z(t) \in \mathbb{R}^+$ für die Anzahl der Infizierten und $t \in \mathbb{R}^+$ als freien Parameter der Zeit.

(b) Lösen Sie das erhaltene Differentialgleichungssystem für die folgenden Anfangsbedingungen.

$$t_0 := 0, \quad M_0 := M(0) := N \in \mathbb{N}, \quad Z_0 := Z(t) := 0$$

(c) **Zusatz:** Skizzieren Sie $M(t)$ und $Z(t)$ für $t \in \mathbb{R}^+$ und die folgenden Parametern.

$$N := 10000, \quad \delta := \frac{1}{3}, \quad N_0 := 100$$

(d) **Zusatz:** Bestimmen Sie die Anzahl der geretteten Menschen. Berechnen Sie zudem die Änderung dieser Anzahl, wenn statt einem Einzigem zwei identische Schiffe zum Einsatz kommen.