Mathematische Methoder der Physik I
Übungsserie 12

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Version: 28. Mai 2018
Wintersemester 17/18

Aufgabe 1 *Wegintegrale berechnen*

Berechnen Sie das Kurvenintegral für das Vektorfeld F und die im Folgenden gegebenen Kurven.

$$F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \,, \qquad F(x,y) \coloneqq (x^2+y^2)\vec{\imath} + 4xy\vec{\jmath}$$

(i) $2y = x^2$

(ii) $y = x$

(iii) *test*

Aufgabe 2 *Konservative Vektorfelder*

(a) Überprüfen Sie, welche der folgenden Vektorfelder $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ konservativ sind.

(i) $F(x,y,z) \coloneqq q\,(v \times B)$

(ii) $F(x,y,z) \coloneqq 2y^2z^3\vec{\imath} + 4xyz^3\vec{\jmath} + 6xy^2z^2\vec{k}$

(iii) $F(x,y,z) \coloneqq 2(y+x)\vec{\imath} + 2x\vec{\jmath}$

(iv) $F(x,y,z) \coloneqq x^2\cos y\vec{\imath} + 2x\sin y\vec{\jmath} + z^2\vec{k}$

(b) Berechnen Sie das Wegintegral für das folgende Vektorfeld F und den Weg $C = C_1 + C_2$.

$$F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \,, \qquad F(x,y) = 2(y+x)\vec{\imath} + 2x\vec{\jmath}$$

C_1 verläuft vom Punkt $(0,0)$ zum Punkt $(1,1)$ und erfüllt $y = x^2$. C_2 verläuft vom Punkt $(1,1)$ zum Punkt $(0,0)$ und erfüllt $y = x^4$. Vergleichen Sie das Ergebnis mit Ihren Erwartungen und begründen Sie es.

bitte wenden

Aufgabe 3 *Magnetfeld eines Leiters*

Gegeben sei das folgende Vektorfeld.

$$F\colon \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2 \ , \qquad F(x,y) := \frac{-y\vec{\imath}}{x^2+y^2} + \frac{x\vec{\jmath}}{x^2+y^2}$$

(a) Prüfen Sie, ob die Integrationsbedingungen erfüllt sind.

(b) Berechnen Sie das Kurvenintegral für die beiden folgenden Integrationswege und skizzieren Sie die zugehörigen Kurven.

(i) $r\colon [0,\pi] \to \mathbb{R}^2 \ , \qquad r(\varphi) := \vec{\imath}\cos\varphi + \vec{\jmath}\sin\varphi$

(ii) $r\colon [0,\pi] \to \mathbb{R}^2 \ , \qquad r(\varphi) := \vec{\imath}\cos\varphi - \vec{\jmath}\sin\varphi$

(c) Vergleichen Sie die Integrationswege und finden Sie heraus, ob das Vektorfeld konservativ ist.