
Mathematische Methoden der Physik II

Übungsserie 2 - Satz von Stokes

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Sommersemester 2018
Abgabe: 23.04.2018

Fertigen Sie ggfs. Skizzen an!

Aufgabe 1 *Volumenberechnung III*

Berechnen Sie den Inhalt jenes von den Flächen

$$x^2 + y^2 = 1 + z^2 \quad \text{und} \quad x^2 + y^2 = 2 - z^2$$

eingeschlossenen Volumenbereichs, der den Koordinatenursprung enthält.

Aufgabe 2 *Satz von Stokes*

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$L = \int_C ((x + y - z)dx + (1 + 3x)dy + (y^2 - x)dz)$$

längs der Schnittkurve C der beiden Flächen

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} \quad \text{und} \quad z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

wobei C - vom Ursprung aus gesehen - im Uhrzeigersinn orientiert ist. Verwenden Sie dazu den Satz von Stokes.

Aufgabe 3 *Verifikation des Satzes von Stokes*

Berechnen Sie für das Vektorfeld

$$\mathbf{F} = F_0 \left[\left(\frac{y^3}{3a^3} + \frac{y}{a} e^{xy/a^2} + 1 \right) \mathbf{i} + \left(\frac{xy^2}{a^3} + \frac{x+y}{a} e^{xy/a^2} \right) \mathbf{j} + \frac{z}{a} e^{xy/a^2} \mathbf{k} \right]$$

das Linienintegral

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

mit Hilfe des Stokes'schen Satzes. Dabei sei C der Umfang des durch die Punkte $A(0, 1, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(1, 3, 0)$ und $D(0, 3, 0)$ gegebenen Rechtecks. Machen Sie anschließend die Probe, indem Sie das Linienintegral direkt berechnen.