Mathematische Methoder der Physik I
Übungsserie 11

Dr. Agnes Sambale
agnes.sambale@uni-jena.de

Version: 28. Mai 2018
Wintersemester 17/18

Aufgabe 1 *Parametrisierung gegeben, Kurve gesucht*

Skizzieren Sie die Kurven xy-Ebene, die durch die folgenden Parametrisierungen gegeben werden.

(i) $r\colon [-1,1] \to \mathbb{R}^3\ , \qquad r(s) := \frac{1}{2}\left[(1-s)\vec{\imath} + (-7+3s)\vec{\jmath}\right]$

(ii) $r\colon \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}^3\ , \qquad r(t) := 2\cos t\vec{\imath} + 2\sin t\vec{\jmath}$

(iii) $r\colon [0,2\pi] \to \mathbb{R}^3\ , \qquad r(t) := t\vec{\imath} + \left(\frac{1}{2}\cos t + \frac{3}{2}\right)\vec{\jmath}$

(iv) $r\colon [1,2\pi] \to \mathbb{R}^3\ , \qquad r(t) := t\vec{\imath} + \frac{7t^2 - 2 - 20\pi^2}{4\pi^2 - 1}\vec{\jmath}$

Aufgabe 2 *Kurve gegeben, Parametrisierung gesucht*

Geben Sie für jede der nachfolgend genannten Kurven eine Parametrisierung an.

(a) Die Verbindungsstrecke vom Punkt $P_1 := (1,1)$ zum Punkt $P_2 := (2,5)$.

(b) Die obere Halbellipse mit Halbachsen a und b.

(c) Die Schnittkurve des Zylinders $x^2+y^2 = 4$ mit dem Paraboloid $z = x^2+y^2$.

(d) Die Schnittkurve der Ebene $x+y = 1$ mit dem Kegel $z^2 = x^2+y^2$.

Aufgabe 3 *Wie ein Fisch im Wasser*

Die Temperaturverteilung in einem See sei gegeben durch die folgende Funktion.

$$T\colon \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \;\middle|\; z<0\right\}\to\mathbb{R}\ , \qquad T(x,y,z) \coloneqq -\left(x^2+\frac{y^2}{4}+2z^2\right)$$

(a) Bestimmen Sie die Isothermen und fertigen Sie eine Skizze dieser in der yz-Ebene an.

(b) Ein Fisch im Wasser befinde sich am Punkt $(1,2,-1)$. Bestimmen Sie die Richtung, in die sich die Temperatur am stärksten verändert und entscheiden Sie, ob es wärmer oder kälter wird.

(c) Der Fisch bewege sich auf dem folgenden Weg.

$$r\colon [0,2\pi]\to\mathbb{R}^3\ , \qquad r(t) \coloneqq 2\cos t\,\vec{\imath}+\sin t\,\vec{\jmath}+(\cos t-2)\vec{k}$$

Bestimmen Sie die Zeitpunkte, an denen Fisch die größte und die kleinste Temperatur empfindet und berechnen sie die zugehörigen Position des Fisches. Skizzieren Sie die Temperatur $T\circ r$, die der Fisch entlang seines Weges in Abhängigkeit der Zeit erfährt.