Aufgabe 1 *Weitere Fragen*

(a) Geben Sie die Bedingungen an, unter denen periodische Funktionen der Periode L durch $\sin \frac{2\pi nx}{L}$ und $\cos \frac{2\pi nx}{L}$ entwickelt werden können.

(b) Beweisen Sie die folgende Relation im Indexkalkül

$$\mathrm{rot}(\lambda \vec{a}) = (\mathrm{grad}\, \lambda) \times \vec{a} + \lambda \,\mathrm{rot}\, \vec{a}.$$

(c) Zu welchem Zeitpunkt wird das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = (x + t \cdot y + z)\vec{i} + (x + y + t \cdot z)\vec{j} + (t \cdot x + y + z)\vec{k}$$

wirbelfrei?

(d) Gegeben seien die Funktion $g(t)$ und ihre Fouriertransformierte $\hat{g}(\omega)$. Bestimmen Sie die Fouriertransformierte der Funktion $g(t - a)$.

(e) Betrachten Sie die Gaussssche Glockenkurve

$$f(x) = Ae^{-Bx^2}$$

und die folgenden Aussagen: auf der linken Seite stehen Veränderungen, die die Funktion $f(x)$ betreffen, auf der rechten Seite jene, die ihre Fouriertransformierte $\tilde{f}(\omega)$ betreffen. Finden Sie alle richtigen Zuordnungen.

	A Die Amplitude vergrößert sich.
I Die Amplitude wird vergrößert.	B Die Amplitude verkleinert sich.
II Die Halbwertsbreite wird vergrößert.	C Die Halbwertsbreite vergrößert sich.
	D Die Halbwertsbreite verkleinert sich.

Hinweis: Es müssen nicht zwangsläufig alle Aussagen verwendet werden. Eine Begründung wird nicht verlangt.

Nützliche Formeln:

$$\cosh x = \frac{1}{2}[e^x + e^{-x}]$$

$$\sinh x = \frac{1}{2}[e^x - e^{-x}]$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

Divergenz in Zylinderkoordinaten: $\mathrm{div}\, \vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

Rotation in Zylinderkoordinaten: $\mathrm{rot}\, \vec{A} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right] \vec{e}_r + \left[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right] \vec{e}_\varphi + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right] \vec{e}_z$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta x^2}\, \mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$$