

Aufgabe 1 *Integrale mit Delta-Funktionen I*

Berechnen Sie die Integrale:

(i) $\int_{-3}^0 \delta(x-1) \, dx$

(iv) $\int_{-\infty}^3 \cos x \delta(x-\pi) \, dx$

(ii) $\int_{-1}^1 e^x \delta(x) \, dx$

(v) $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \delta(x) \, dx$

(iii) $\int_{-\infty}^{\infty} e^x \delta(x-\pi) \, dx$

(vi) $\int_{-\infty}^{\infty} (x^2+3) \delta(5-x) \, dx$

LÖSUNG:

3 Punkte Lösung: Integrale mit Delta-Funktionen

$$\text{i) } \int_{-3}^0 \delta(x-1) dx = 0 \quad \text{da } x_0 = -1 \notin (-3, 0)$$

$$\text{ii) } \int_{-1}^{+1} e^x \delta(x) dx = 1 \quad \text{da } x_0 = 0 \in (-1, +1) \text{ und } e^0 = 1$$

$$\text{iii) } \int_{-\infty}^{\infty} \cos x \delta(x-\pi) dx = \cos \pi = -1 \quad \text{da } x_0 = \pi \in (-\infty, \infty)$$

$$\text{iv) } \int_{-\infty}^3 \cos x \delta(x-\pi) dx = 0 \quad \text{da } x_0 = \pi \notin (-\infty, 3)$$

$$\text{v) } \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \delta(x) dx = 0 \cdot f(0) = 0 \quad \text{da } x_0 = 0 \in (-\infty, \infty)$$

Problematisch: $f(x) = 1/x$ o. Ä.

⚠ merke: $\int x \delta(x) dx = 0$ gilt mit allen Grenzen

$$\text{vi) } \int_{-\infty}^{\infty} (x^2+3) \delta(5-x) dx = (5^2+3) = 28, \quad \text{da } x_0 = 5 \in (-\infty, \infty)$$