

Aufgabe 1 *Die Ableitung der Delta-Distribution*

- (a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta^{(n)}(x - x_0) dx = (-1)^n f^{(n)}(x_0)$$

$[f^{(n)}]$: n -te Ableitung von f

- (b) Zeigen Sie durch Multiplikation mit einer Funktion $f(x)$ und Integration:

$$x^m \delta^{(n)}(x) = \begin{cases} 0 & m < n \\ (-1)^n n! \delta(x) & m = n \\ \frac{(-1)^m n!}{(n-m)!} \delta^{(n-m)}(x) & m > n \end{cases}$$

Hinweis: LEIBNIZsche Produktregel:

$$\frac{d^n(uv)}{dx^n} = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{d^k u}{dx^k} \frac{d^{n-k} v}{dx^{n-k}}$$

LÖSUNG:

Lösung folgt