

### Aufgabe 1      *Integrale mit Delta-Distributionen I*

Berechnen Sie die Integrale:

(i)  $\int_{-3}^0 \delta(x-1) \, dx$

(iv)  $\int_{-\infty}^3 \cos x \delta(x-\pi) \, dx$

(ii)  $\int_{-1}^1 e^x \delta(x) \, dx$

(v)  $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \delta(x) \, dx$

(iii)  $\int_{-\infty}^{\infty} \cos x \delta(x-\pi) \, dx$

(vi)  $\int_{-\infty}^{\infty} (x^2+3) \delta(5-x) \, dx$

**Hinweis:** Gibt es Einschränkungen an  $f(x)$  in (v)?

LÖSUNG:

### 3 Punkte Lösung: Integrale mit Delta-Funktionen

$$\text{i) } \int_{-3}^0 \delta(x-1) dx = 0 \quad \text{da } x_0 = -1 \notin (-3, 0)$$

$$\text{ii) } \int_{-1}^{+1} e^x \delta(x) dx = 1 \quad \text{da } x_0 = 0 \in (-1, +1) \text{ und } e^0 = 1$$

$$\text{iii) } \int_{-\infty}^{\infty} \cos x \delta(x-\pi) dx = \cos \pi = -1 \quad \text{da } x_0 = \pi \in (-\infty, \infty)$$

$$\text{iv) } \int_{-\infty}^3 \cos x \delta(x-\pi) dx = 0 \quad \text{da } x_0 = \pi \notin (-\infty, 3)$$

$$\text{v) } \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \delta(x) dx = 0 \cdot f(0) = 0 \quad \text{da } x_0 = 0 \in (-\infty, \infty)$$

Problematisch:  $f(x) = 1/x$  o.Ä.

⚠ merke:  $\int x \delta(x) dx = 0$  gilt mit allen Grenzen

$$\text{vi) } \int_{-\infty}^{\infty} (x^2+3) \delta(5-x) dx = (5^2+3) = 28, \quad \text{da } x_0 = 5 \in (-\infty, \infty)$$