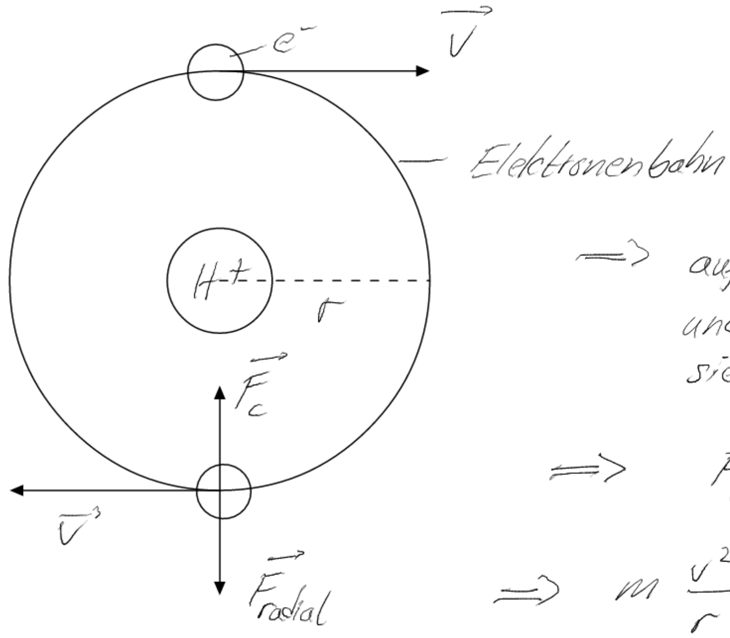
Experimentalphysik II ~ Übung 6

Markus Pawellek – 144645   Übung: Dienstag 10 – 12

Aufgabe 16



$\Longrightarrow$ auf Kreisbahn müssen sich Radial- und Coulombkraft genau kompensieren, damit stabile Bewegung möglich

$$\Longrightarrow \quad F_r = F_c$$

$$\Longrightarrow \quad m\frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \qquad (\text{Ladung } H^+ \mathrel{\widehat{=}} +e)$$

$$\Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r}} = \frac{2\pi r}{T} \quad \Longrightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{e}\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r}$$

Weiterhin gilt: $\quad I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \Longrightarrow$ innerhalb einer Umlaufzeit T umkreist Elektron ein Mal die Bahn

$$\Longrightarrow \quad \boxed{I = \frac{e}{T} = \frac{e^2}{4\pi r\sqrt{\pi\varepsilon_0 m r}}} \quad \text{mittlere Stromstärke}$$

$\Longrightarrow$ modelliert man Kreisbahn mit einem dünnen Draht, fließt die mittlere Stromstärke I

$\Longrightarrow$ elektrischer Strom durch Leiterschlaufe

$\Longrightarrow$ nach Biot-Savart-Gesetz gilt dann für den Betrag des $\vec{B}$-Feldes im Mittelpunkt:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{ds}{r^2} \qquad (r \text{ ist unabhängig von } ds)$$

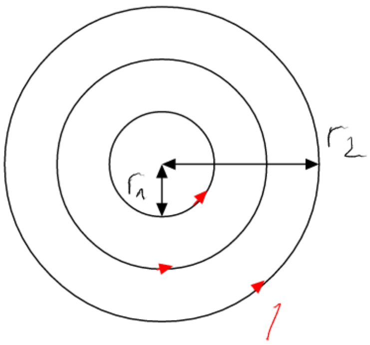
$$\Rightarrow \quad B = \int_0^{2\pi r} \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{ds}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot 2\pi r$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 e^2}{4\pi r^2 \sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r}}}$$

(bewegt sich Elektron wie in der Skizze im Uhrzeigersinn, zeigt das $\vec{B}$-Feld aus dem Blatt heraus)

$\underline{\underline{I = 1{,}1\,mA}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{|\vec{B}| = 12{,}5\,T}}$

Aufgabe 17



Annahme: Spirale kann als Zusammensetzung einzelner Leiterschleifen gesehen werden.

$$z = \frac{dN}{dr} = \text{konst}$$

$\Rightarrow$ Gesamtwindungen: $N_{ges} = z \cdot (r_2 - r_1)$

$\Rightarrow$ zwischen r_1 und r_2 fließt Strom $N_{ges} \cdot I_0$

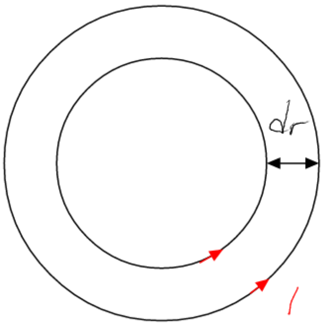
$\Rightarrow$ Strom für dN: $I_0 \cdot dN = I_0 \cdot z\, dr = dI$

Feldstärke für Leiterschlaufe (siehe oben):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

$\Rightarrow$ für einen infinitesimalen dünnen Kreisring:

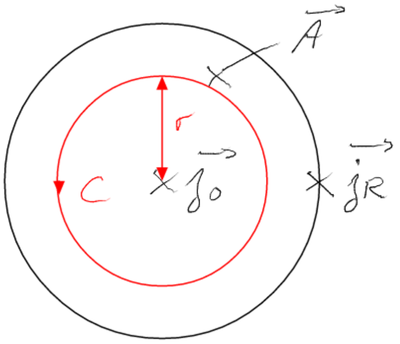
$$dB = \mu_0 \frac{dI}{2r} = \frac{1}{2}\mu_0 I_0 z \cdot \frac{dr}{r}$$



$$\Rightarrow \quad B = \frac{1}{2}\mu_0 I_0 z \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{1}{2}\mu_0 \cdot I_0 \cdot z \cdot \ln\frac{r_2}{r_1}}$$

Aufgabe 18



Annahme: $\vec{j}(\vec{r}) \parallel \vec{A}$

es gilt: $\vec{j}(\vec{r}) = \vec{j}(r)$

linearer Anstieg von $|\vec{j}_0|$ bis $|\vec{j}_R|$:

$$a = \frac{|\vec{j}_R| - |\vec{j}_0|}{R} = \frac{\Delta j}{R} = \text{konst.}$$

$$\Longrightarrow \quad \vec{j}(r) = ar + \vec{j}_0 \qquad (\text{für } r \leq R)$$

$\Longrightarrow$ Ampèresches Gesetz: $\left(\vec{j}(r) \parallel \vec{A} \Longrightarrow \vec{B} \parallel d\vec{r}\right)$

$$\Longrightarrow \oint_C \vec{B}\, d\vec{r} \overset{(\vec{B} \parallel d\vec{r})}{=} B \oint_C d\vec{r} = B\, 2\pi r$$

$$= \mu_0 \iint_{A(r)} \vec{j}(\vec{r})\, d\vec{A} \overset{(\vec{j} \parallel d\vec{A})}{=} \mu_0 \iint_{A(r)} j(r)\, r\, d\varphi\, dr$$

$$\overset{(\text{innen})}{=} \mu_0 \int_0^r (ar' + j_0)\, 2\pi r'\, dr' = 2\pi\mu_0 \left[a \int_0^r r'^2 dr' + j_0 \int_0^r r' dr' \right]$$

$$= 2\pi\mu_0 \frac{j_R - j_0}{R} \frac{r^3}{3} + 2\pi\mu_0 j_0 \frac{r^2}{2}$$

$$= 2\pi\mu_0 \left(\frac{j_R - j_0}{R} \frac{r^3}{3} + j_0 \frac{r^2}{2} \right)$$

$$\Longrightarrow \boxed{B(r) = \mu_0 \left(\frac{j_R - j_0}{3} \frac{r^2}{R} + \frac{j_0}{2} r \right)}$$

B-Feld innerhalb des Leiters $(0 \leq r \leq R)$

außerhalb: $j(r) = 0$ für $r > R$

$$\Longrightarrow B \cdot 2\pi r = \int_0^R (ar + j_0)\, 2\pi r\, dr = 2\pi\mu_0 \left((j_R - j_0) \frac{R^2}{3} + j_0 \frac{R^2}{2} \right)$$

$$= 2\pi\mu_0 \left(\frac{j_R}{3} R^2 - \frac{j_0}{6} R^2 \right) = \frac{2}{3}\pi\mu_0 R^2 \left(j_R - \frac{j_0}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{B(r) = \frac{\mu_0 R^2 \left(j_R - \frac{j_0}{2} \right)}{3r}}$$

B-Feld außerhalb des Leiters $(r > R)$

$$\Rightarrow \boxed{B(r) = \begin{cases} \mu_0 \left(\frac{j_R - j_0}{3} \frac{r^2}{R} + \frac{j_0}{2} r \right) & 0 \leq r \leq R \\ \frac{\mu_0 R^2 \left(j_R - \frac{j_0}{2} \right)}{3r} & r > R \end{cases}}$$