Prof. Dr. Oksana Yakimova
M. Sc. Rico Besteher

13.4.2016

Algebra/Geometrie II, Übungsblatt 1

Bitte geben Sie die Lösungen in Ihrer Übungsgruppe entweder am 20.4. oder am 22.4. ab.

Jede Aufgabe ist 4 Punkte wert.

Aufgabe 1. (a) Sei $A \in \mathrm{O}_3(\mathbb{R})$ eine Matrix mit $\det(A) = -1$. Beweisen Sie, dass -1 ein Eigenwert von A ist.
(b) Sei $A \in \mathrm{O}_2(\mathbb{R})$ eine Matrix mit $\det(A) = -1$. Beweisen Sie, dass A eine Spiegelung an einer Geraden durch den Nullpunkt darstellt.

Aufgabe 2. Sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Finden Sie eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^2$ bezüglich der durch A definierte Bilinearform $b_A(v, w) = v^t A w$.

Aufgabe 3. Sei b eine Bilinearform auf $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass es eine symmetrische Form s und eine schiefsymmetrische Form a existiert, s.d. $b = s + a$.

Aufgabe 4. Beweisen Sie, dass jede positiv definite Matrix $A \in M_n(\mathbb{R})$ nicht entartet ist.