

## Algebra/Geometrie II, Übungsblatt 7

**Bitte geben Sie die Lösungen in Ihrer Übungsgruppe entweder am 1.6. oder am 3.6. ab.**

Jede Aufgabe ist 4 Punkte wert.

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie die Jordan'sche Normalform von  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  und  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ , wenn  $f$  durch die Matrix  $A$  gegeben ist.

$$(a) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad (b) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & -6 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 2.** Sei  $A = J(r; \lambda)$ . Berechnen Sie die Jordan'sche Normalform von  $A^2$ ; sowie von  $A^{-1}$ , falls  $\lambda \neq 0$ .

**Aufgabe 3.** Benutzen Sie die Jordan'sche Normalform um die folgenden Matrizen zu berechnen.

$$(a) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}^{50}, \quad (b) B = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 14 & -8 \end{pmatrix}^{64}.$$

**Aufgabe 4.** Sei  $A \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{C})$ . Beweisen Sie die Formel

$$\exp(\text{tr}(A)) = \det(\exp(A)).$$