Prof. Dr. Oksana Yakimova
Dpil.-Math. Rico Besteher

27.4.2016

Algebra/Geometrie II, Übungsblatt 3

Bitte geben Sie die Lösungen in Ihrer Übungsgruppe entweder am 4.5. oder am 6.5. ab.
Jede Aufgabe ist 4 Punkte wert.

Aufgabe 1. Beweisen Sie, dass die hermiteschen $n \times n$-Matrizen einen **reellen** Vektorraum bilden und finden eine Basis für diesen Raum.

Aufgabe 2. Seien A und B positiv definite hermitesche Matrizen ($A \in \mathrm{Mat}_{n\times n}(\mathbb{C})$ ist positiv definit $\Longleftrightarrow \bar{v}^t A v > 0$ für alle $v \in \mathbb{C}^n$, $v \neq \bar{0}$). Bestimmen Sie, welche der folgenden Matrizen ebenfalls hermitesch und positiv definit sind: A^2, A^{-1}, AB, $A + B$.

Aufgabe 3. Finden Sie für die hermitesche Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$ eine unitäre Matrix C, s.d. $\bar{C}^t A C$ Diagonalform hat.

Aufgabe 4. Finden Sie zu jeder der folgenden Matrizen A jeweils eine reelle orthogonale Matrix C, s.d. $C^t A C$ Diagonalform hat.

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (c) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$