

Stochastik II – Mathematische Statistik für Physiker

W. Nagel

WS 2015

Übungsaufgaben, 4. Serie

1. **Pflichtaufgabe. Mindestens die schriftliche Lösung dieser Aufgabe ist am 7.1.16 abzugeben.**

Geben Sie eine Formel an für die Gütefunktion des einseitigen Gauss-Tests für die Hypothesen

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad H_A : \mu < \mu_0.$$

Stellen Sie diese Gütefunktion für $\mu_0 = 4$; $\sigma_0^2 = 9$; $\alpha = 0,1$ und unterschiedliche Stichprobenumfänge (z.B. $n = 5$; $n = 10$; $n = 50$; $n = 500$) grafisch dar.

2. Gegeben sei die in Aufgabe 3 der 3. Serie angegebene Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit mit unbekanntem Erwartungswert und unbekannter Varianz.

Testen Sie anhand der Stichprobe folgende Hypothesen jeweils zu unterschiedlichen Signifikanzniveaus ($\alpha = 0,1$; $0,05$; $0,01$). Bestimmen Sie außerdem die Überschreitungswahrscheinlichkeiten für die Werte der jeweiligen Testgrößen.

a) $H_0 : \mu \geq 4,5 \quad H_1 : \mu < 4,5.$

b) $H_0 : \mu \leq 4,5 \quad H_1 : \mu > 4,5.$

c) $H_0 : \sigma^2 \leq 4,8 \quad H_1 : \sigma^2 > 4,8.$

3. Um die Qualität eines Messgeräts für Entfernungen zu überprüfen, wurde eine Weglänge von genau 1000 m zwölfmal mit diesem Gerät gemessen. Die abgelesenen Werte x_i , $i = 1, \dots, 12$, sind (in m):

1002,1; 1000,5; 998,1; 1003,0;

1000,0; 999,7; 996,8; 999,2;

998,4; 1002,5; 997,1; 995,9.

Es soll dabei angenommen werden, dass die Messwerte normalverteilt sind.

- a) Muss bei einem Signifikanzniveau von $0,01$ angenommen werden, dass das Messgerät im Mittel den falschen Wert anzeigt (die Messwerte also mit einem systematischen Fehler behaftet sind)?
- b) Geben Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert des Messwertes bei einer $1000m$ langen Strecke an, wenn das Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0,95$ gewählt wird.