Stochastik I – Wahrscheinlichkeitstheorie für Physiker
SS 2015
W. Nagel
Übungsaufgaben, **1.** Serie

1. **Pflichtaufgabe. Mindestens die schriftliche Lösung dieser Aufgabe ist am 22.4.15 abzugeben.**
   Geben Sie für die folgenden Experimente jeweils eine formale Beschreibung für eine passsende Grundmenge Ω und die Ereignisse an. Bestimmen Sie die Anzahlen der Elemente aller vorkommenden Mengen, falls Ω endlich ist.

   a) Lottoziehung beim Spiel „6 aus 49". Betrachtetes Ereignis: Ein vorgegebener Tip ist ein Vierer.

   b) Qualitätskontrolle bei n Produkten ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 5$), wobei nur beobachtet wird, ob das jeweilige Produkt in Ordnung oder Ausschuss ist. Betrachtetes Ereignis: Höchstens 4 Produkte sind Ausschuss.

   c) Es werden r nicht unterscheidbare Teilchen auf n Energiezustände verteilt ($r, n \in \mathbb{N}$). Betrachtete Ereignisse: (i) Es befinden sich genau $k \leq r$ Teilchen im ersten Energiezustand. (ii) Für $r = 8$ und $n = 3$: Es gibt mindestens einen Energiezustand, in dem sich kein Teilchen befindet.

   d) Mit einem Zufallsgenerator wird eine Zahl zwischen 0 und 1 erzeugt. Betrachtete Ereignisse: (i) die erste Dezimalstelle ist eine 1, (ii) die zweite Dezimalstelle ist eine 5, (iii) die erste Dezimalstelle der Quadratwurzel ist eine 3.

2. Es seien A, B, C drei Ereignisse aus dem Grundraum Ω. Als Ergebnis eines Experiments erscheint das Element $\omega \in \Omega$. Geben Sie Ausdrücke für die folgenden Sachverhalte an:

   a) Es tritt keines dieser Ereignisse ein.

   b) Es tritt genau eines dieser Ereignisse ein.

   c) Es tritt höchstens eines dieser Ereignisse ein.

   d) Es treten mindestens zwei dieser Ereignisse ein.

3. Es seien Ω eine Menge und $A_1, A_2, ... \subseteq \Omega$. Man definiert den oberen bzw. unteren Limes dieser Mengenfolge als

$$\limsup_{n\to\infty} A_n = \bigcap_{m=1}^{\infty} \bigcup_{n=m}^{\infty} A_n \quad \text{bzw.} \quad \liminf_{n\to\infty} A_n = \bigcup_{m=1}^{\infty} \bigcap_{n=m}^{\infty} A_n.$$

   a) Zeigen Sie $\liminf\limits_{n\to\infty} A_n \subseteq \limsup\limits_{n\to\infty} A_n$.

   b) Charakterisieren Sie die Elemente des unteren bzw. oberen Limes in Bezug auf ihre Zugehörigkeit zu den Mengen A_n, $n = 1, 2, ...$

   c) Bestimmen Sie $(\liminf\limits_{n\to\infty} A_n)^c$ und $(\limsup\limits_{n\to\infty} A_n)^c$.