

Theoretische Mechanik

Übungen - Serie 12

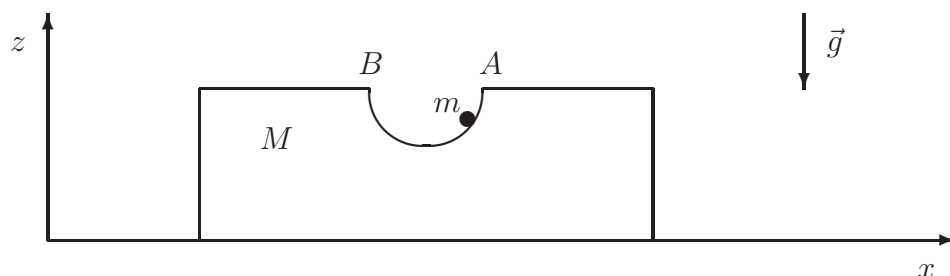
Ausgabe: 25. Juni 2014, Abgabe: 2. Juli 2014 in der Vorlesung

1. Mechanisches System mit Lagrange II

10 Punkte

Behandeln Sie mit der Methode Lagrange II das in der folgenden Skizze dargestellte mechanische System, das aus einem starren Körper (Quader mit kreiszylindrischer Aussparung) der Masse M und einem Massenpunkt der Masse m besteht. Der skizzierte Bogen, der B und A verbindet, ist ein Halbkreis; der Kreistradius soll mit R bezeichnet werden (Die Strecke \overline{BA} hat also die Länge $2R$). Das System befindet sich im homogenen Schwerfeld. Beide Objekte haben keine Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung. Der starre Körper ist an die Ebene $z = 0$ gebunden ('reibungsfreies Gleiten'), der Massenpunkt ist an die Aussparung gefesselt ('reibungsfreies Gleiten').

- (a) Stellen Sie für dieses System die Lagrange-Gleichungen 2. Art auf.
- (b) Nutzen Sie die geltenden Erhaltungssätze um die Lösung der Bewegungsgleichungen auf Integrationen zurückzuführen.
- (c) Zunächst seien Körper und Massenpunkt fixiert; der Massenpunkt befinde sich im Punkt A . Zu einem bestimmten Zeitpunkt werden beide Fixierungen simultan gelöst. Um welche Strecke hat sich der Körper verschoben, wenn der Massenpunkt den Punkt B erreicht?



2. Trägheitsmomente, Trägheitstensor eines Würfels

8 Punkte

- (a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines homogenen Würfels der Masse M bezüglich einer beliebigen durch den Schwerpunkt gehenden Achse auf direkte Weise!
- (b) Berechnen Sie den Trägheitstensor eines homogenen Würfels der Masse M . Verifizieren Sie das Ergebnis von Aufgabe a) mittels des Trägheitstensors.