Theoretische Mechanik

Übungen - Serie 5

Ausgabe: 7. Mai 2014, Abgabe: 14. Mai 2014 in der Vorlesung

1. **Geladener Massenpunkt im homogenen Magnetfeld** **5 Punkte**
   Befindet sich ein Massenpunkt der Masse m und der elektrischen Ladung e in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$ (= konstanter Vektor), so wirkt auf ihn die Kraft
   $$\vec{F} = e\,\dot{\vec{r}} \times \vec{B}\,.$$

   a) Integrieren Sie die Bewegungsgleichungen für die Anfangswerte
   $$\vec{r}\,|_{t=0} = \vec{r}_0\,,\ \ \dot{\vec{r}}\,|_{t=0} = \vec{v}_0\,.$$

   b) Welche Arbeit verrichtet die Kraft?

2. **Ellipsengleichungen in verschiedenen Koordinaten** **6 Punkte**
   Betrachten Sie ein kartesiches Koordinatensystem (x, y). Eine Ellipse kann man definieren als den geometrischen Ort aller Punkte $P(x, y)$, für die die Summe der Entfernungen zu zwei gegebenen festen Punkten $P_1(e, 0)$ und $P_2(-e, 0)$ konstant ist. (P_1 und P_2 heißen die Brennpunkte der Ellipse).

   a) Skizzieren Sie eine solche Ellipse. Der Schnittpunkt mit der positiven x-Achse sei mit (a,0) bezeichnet und der Schnittpunkt mit der positiven y-Achse sei mit (0,b) bezeichnet. Man nennt a und b die große bzw. die kleine Halbachse. Bestimmen Sie die in der Defimition vorkommende Konstante als Funktion von a. Drücken Sie b durch a und e aus.
   Ermitteln Sie die Ellipsengleichung in kartesischen Koordinaten.

   b) Bestimmen Sie die Ellipsengleichung in Polarkoordinaten als $\rho = \rho(\varphi)$. Legen Sie dazu den Ursprung des Polarkoordinatensystems in den Brennpunkt P_1. Verwenden Sie die Größen $p = b^2/a$ und die Exzentrizität $\varepsilon = e/a$.

3. **Eine Eigenschaft von Zentralkräften** **5 Punkte**
Zentralkräfte $\vec{F} = f(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)\, \vec{r}$ sind im allgemeinen nicht konservativ. Beweisen Sie folgende Aussage:
Eine Zentralkraft $\vec{F}$ ist genau dann konservativ, wenn gilt $\vec{F} = f(r)\, \vec{r}$ (Dabei ist $r = |\vec{r}|$).