

# Theoretische Mechanik

## Übungen - Serie 2

Ausgabe: 16. April 2014, Abgabe: 23. April 2014 in der Vorlesung

### 1. Geschwindigkeit und Beschleunigung

**5 Punkte**

Bestimmen Sie die Komponenten der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  und der Beschleunigung  $\vec{a}$  eines Teilchens entlang einer Bahnkurve in Kugelkoordinaten  $\{r, \vartheta, \varphi\}$ :

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad z = r \cos \vartheta.$$

Wie lauten die Komponenten für eine Kreisbahnbewegung  $r = \text{const.}$ ,  $\vartheta = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = \text{const.}$ ? Stellen Sie Geschwindigkeit und Beschleunigung grafisch dar.

### 2. Massenpunkt auf Spirale

**4 Punkte**

Ein Massenpunkt bewegt sich mit konstantem Betrag  $v$  der Geschwindigkeit von innen nach außen auf einer logarithmischen Spirale  $\rho = a e^{k\varphi}$  ( $\rho, \varphi$  : Polarkoordinaten  $[-\infty < \varphi < \infty]$ ;  $a, k$  : positive Konstanten). Bestimmen Sie die Komponenten von Geschwindigkeit und Beschleunigung in Polarkoordinaten als Funktionen der Zeit.

### 3. Drehungen

**4 Punkte**

Finden Sie eine Darstellung einer allgemeinen orthogonalen Transformationsmatrix  $\hat{O}$  mit Hilfe dreier geeigneter Winkel.

*Hinweis:*

- (a) Zerlegen Sie die Drehung in Einzeldrehungen und bestimmen Sie die jeweiligen Matrizen  $\hat{O}_{xy}$ ,  $\hat{O}_{zx}$  und  $\hat{O}_{yz}$ , wobei  $\hat{O}_{ij}$  eine Drehung in der  $(ij)$ -Ebene beschreibt.
- (b) Für  $\hat{O}$  gilt dann  $\hat{O} = \hat{O}_{xy} \cdot \hat{O}_{zx} \cdot \hat{O}_{yz}$ .