Definieren nun den Vektor der *Winkelgeschwindigkeit*:

$$\vec{\omega} = \sum_{j'=1}^{3} \omega^{j'} \vec{b}_{j'}$$

und erhalten:

$$\vec{\omega} \times \vec{b}_{i'} = \sum_{j'=1}^{3} \omega^{j'} (\vec{b}_{j'} \times \vec{b}_{i'}) = \sum_{j'=1}^{3} \omega^{j'} \sum_{k'=1}^{3} \varepsilon^{k'}_{j'i'} \vec{b}_{k'},$$

also:

$$\dot{\vec{b}}_{i'} = \vec{\omega} \times \vec{b}_{i'}$$

2. Für die zweite Ableitung folgt:

$$\ddot{\vec{b}}_{i'} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{b}_{i'} + \vec{\omega} \times \dot{\vec{b}}_{i'} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{b}_{i'} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{b}_{i'}\right)$$

3. Definieren Ortsvektor, Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Teilchens bezüglich Σ':

$$\vec{r}\,' = \sum_{i'=1}^{3} x^{i'} \vec{b}_{i'} = \vec{r} - \vec{r}_0, \qquad \vec{v}\,' = \sum_{i'=1}^{3} \dot{x}^{i'} \vec{b}_{i'}, \qquad \vec{a}\,' = \sum_{i'=1}^{3} \ddot{x}^{i'} \vec{b}_{i'}$$

4. Zusammenhang mit Größen in Σ:

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \dot{\vec{r}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{r}_0 + \sum_{i'=1}^{3} x^{i'} \vec{b}_{i'}\right) = \dot{\vec{r}}_0 + \sum_{i'=1}^{3} \left(\dot{x}^{i'} \vec{b}_{i'} + x^{i'} \dot{\vec{b}}_{i'}\right) \\
&= \dot{\vec{r}}_0 + \vec{v}\,' + \sum_{i'=1}^{3} x^{i'} (\vec{\omega} \times \vec{b}_{i'}) \\
\Rightarrow \quad \vec{v} &= \vec{v}\,' + \dot{\vec{r}}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}\,' \qquad (1.14) \\
\vec{a} &= \ddot{\vec{r}} = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(\vec{r}_0 + \sum_{i'=1}^{3} x^{i'} \vec{b}_{i'}\right) = \ddot{\vec{r}}_0 + \sum_{i'=1}^{3} \left(\ddot{x}^{i'} \vec{b}_{i'} + 2\dot{x}^{i'} \dot{\vec{b}}_{i'} + x^{i'} \ddot{\vec{b}}_{i'}\right) \\
&= \ddot{\vec{r}}_0 + \vec{a}\,' + 2\sum_{i'=1}^{3} \dot{x}^{i'} (\vec{\omega} \times \vec{b}_{i'}) + \sum_{i'=1}^{3} x^{i'} \left[\dot{\vec{\omega}} \times \vec{b}_{i'} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{b}_{i'}\right)\right] \\
\Rightarrow \quad \vec{a} &= \vec{a}\,' + \ddot{\vec{r}}_0 + 2\vec{\omega} \times \vec{v}\,' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}\,') + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}\,' \qquad (1.15)
\end{aligned}$$

Achtung:

Es ist also gemäß den obigen Definitionen:

$$\vec{v}\,' \neq \dot{\vec{r}}\,' = \dot{\vec{r}} - \dot{\vec{r}}_0, \qquad \vec{a}\,' \neq \ddot{\vec{r}}\,' = \ddot{\vec{r}} - \ddot{\vec{r}}_0$$

5. Interpretation des Vektors $\vec{\omega}$ der Winkelgeschwindigkeit:

   (a) Betrachten ein in $\mathcal{S}$ ruhendes Teilchen, $\vec{v} = 0$; dieses hat in Σ' die Geschwindigkeit $\vec{v}\,' = -\vec{\omega} \times \vec{r}\,'$ (Annahme: $\vec{r}_0 \equiv 0$).

   (b) Andererseits verläuft seine Bewegung bezüglich Σ' in einer Ebene senkrecht zur momentanen Rotationsachse, und in dieser auf einer momentanen Kreisbahn mit der Geschwindigkeit $|\vec{v}\,'| = \omega\varrho$, wobei ϱ den Abstand des Teilchens zur momentanen Rotationsachse darstellt.

   (c) Die Rechte-Hand-Regel für Vektorprodukte zeigt nun, dass der Vektor $\vec{\omega}$ damit gerade in Richtung der Rotationsachse zeigt und den Betrag der Winkelgeschwindigkeit ω aufweist.

1.6.2 Scheinkräfte

Bewegungsgleichung im System Σ':

Wegen $m\vec{a} = \vec{F}$ folgt:

$$m\vec{a}\,' = \vec{F} - m\ddot{\vec{r}}_0 - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}\,') - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}\,' - m\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}\,'$$

- Der Term $-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}\,')$ wird *Zentrifugalkraft* genannt

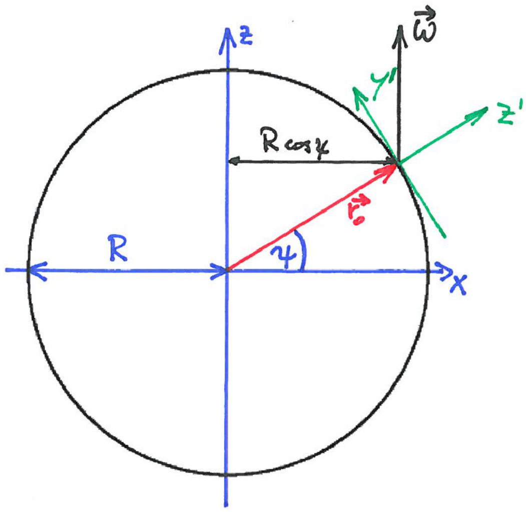
- Der Term $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}\,'$ wird *Corioliskraft* genannt (senkrecht zur Geschwindigkeit $\vec{v}\,'$ im System Σ').

- Der Term $-m\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}\,'$ wird gelegentlich *Eulerkraft* genannt (senkrecht zum Ortsvektor $\vec{r}\,'$). Sie tritt in ungleichmäßig rotierenden Bezugssystemen auf.

- Scheinkräfte verursachen die komplizierte Bewegung eines kräftefreien Massepunktes, von einem beliebig rotierenden Koordinatensystem Σ' aus gesehen.

- Der reine Koordinateneffekt führt dazu, dass Scheinkräfte allein auf Trägheit des Massepunktes zurückzuführen sind (daher auch die Bezeichnung „Trägheitskraft").

1.6.3 Bewegung auf der rotierenden Erde



- Betrachtung der Bewegung auf der Erde von einem mitbewegten System Σ' aus gesehen.

- Legen Ursprung von Σ' auf die Erdoberfläche (geografische Breite ψ, Erdradius R).

- Die z'-Achse zeige vom Erdmittelpunkt weg, die y'-Achse nach Norden und die x'-Achse nach Osten.

- Gemäß Abb. ist:

$$\begin{aligned} x_0 &= \varrho_0 \cos\varphi_0(t) = R\cos\psi\cos\omega t, \\ y_0 &= \varrho_0 \sin\varphi_0(t) = R\cos\psi\sin\omega t, \\ z_0 &= R\sin\psi = \text{const.} \end{aligned}$$

  Es folgt:

$$\ddot{\vec{r}}_0 = -\omega^2 R\cos\psi(\cos\omega t\,\vec{b}_x + \sin\omega t\,\vec{b}_y)$$

- Berechnung der Transformationsmatrix $\hat{O}$:

1. Kugelkoordinaten: $(r,\vartheta,\varphi) = (x^{1''}, x^{2''}, x^{3''})$, $\quad b_{i''} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial x^i}{\partial x^{i''}} \vec{b}_i$,

$$\begin{aligned}
\vec{b}_r &= \sin\vartheta\cos\varphi\,\vec{b}_x + \sin\vartheta\sin\varphi\,\vec{b}_y + \cos\vartheta\,\vec{b}_z, & \vec{e}_r &= \vec{b}_r \\
\vec{b}_\vartheta &= r\cos\vartheta\cos\varphi\,\vec{b}_x + r\cos\vartheta\sin\varphi\,\vec{b}_y - r\sin\vartheta\,\vec{b}_z, & \vec{e}_\vartheta &= \frac{1}{r}\vec{b}_\vartheta \\
\vec{b}_\varphi &= -r\sin\vartheta\sin\varphi\,\vec{b}_x + r\sin\vartheta\cos\varphi\,\vec{b}_y, & \vec{e}_\varphi &= \frac{1}{r\sin\vartheta}\vec{b}_\varphi
\end{aligned}$$

2. Es ist zum Zeitpunkt t:

$$\begin{aligned}
\vec{b}_{z'} &= \vec{e}_r(r=R, \vartheta=\pi/2-\psi, \varphi=\omega t) \\
&= \cos\psi\cos\omega t\,\vec{b}_x + \cos\psi\sin\omega t\,\vec{b}_y + \sin\psi\,\vec{b}_z, \\
\vec{b}_{y'} &= -\vec{e}_\vartheta(r=R, \vartheta=\pi/2-\psi, \varphi=\omega t) \\
&= -\sin\psi\cos\omega t\,\vec{b}_x - \sin\psi\sin\omega t\,\vec{b}_y + \cos\psi\,\vec{b}_z, \\
\vec{b}_{x'} &= \vec{e}_\varphi(r=R, \vartheta=\pi/2-\psi, \varphi=\omega t) \\
&= -\sin\omega t\,\vec{b}_x + \cos\omega t\,\vec{b}_y
\end{aligned}$$

Damit ist:

$$\ddot{\vec{r}}_0 = \omega^2 R\cos\psi(\sin\psi\,\vec{b}_{y'} - \cos\psi\,\vec{b}_{z'})$$

3. Wegen $\vec{b}_{i'} = \sum_{i=1}^{3} [\hat{O}^T]^i_{i'} \vec{b}_i = \sum_{i=1}^{3} [\hat{O}]^{i'}_i \vec{b}_i$ folgt:

$$\hat{O} = \begin{pmatrix} -\sin\omega t & \cos\omega t & 0 \\ -\sin\psi\cos\omega t & -\sin\psi\sin\omega t & \cos\psi \\ \cos\psi\cos\omega t & \cos\psi\sin\omega t & \sin\psi \end{pmatrix}$$

- Berechnung von $\vec{\omega}$:

$$\begin{aligned}
\hat{A} &= \hat{O}\frac{\mathrm{d}\hat{O}^T}{\mathrm{d}t} = \omega \begin{pmatrix} -\sin\omega t & \cos\omega t & 0 \\ -\sin\psi\cos\omega t & -\sin\psi\sin\omega t & \cos\psi \\ \cos\psi\cos\omega t & \cos\psi\sin\omega t & \sin\psi \end{pmatrix} \cdot \\
&\qquad \cdot \begin{pmatrix} -\cos\omega t & \sin\psi\sin\omega t & -\cos\psi\sin\omega t \\ -\sin\omega t & -\sin\psi\cos\omega t & \cos\psi\cos\omega t \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & -\omega\sin\psi & \omega\cos\psi \\ \omega\sin\psi & 0 & 0 \\ -\omega\cos\psi & 0 & 0 \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

also:

$$\vec{\omega} = \omega \sin\psi\, \vec{b}_{z'} + \omega \cos\psi\, \vec{b}_{y'} = \omega \vec{b}_z$$

Für die Erde gilt: $\omega \approx 7 \cdot 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$

- Bewegungsgleichungen in Σ' unter Vernachlässigung der Zentrifugalkraft $-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ $\big(\omega^2$ sowie der Abstand von der Erdoberfläche sind klein$\big)$:

$$\begin{array}{rcllll} m\ddot{x}' & = & \bar{F}^{x'} & & -2m\omega(\dot{z}'\cos\psi - \dot{y}'\sin\psi), & \\ m\ddot{y}' & = & \bar{F}^{y'} & -m\omega^2 R\cos\psi\sin\psi & -2m\omega\dot{x}'\sin\psi, & \\ m\ddot{z}' & = & \bar{F}^{z'} & +m\omega^2 R\cos^2\psi & +2m\omega\dot{x}'\cos\psi & -mg, \end{array}$$

Hier haben wir die Kraft als $\vec{F} = \bar{F}^{x'}\vec{b}_{x'} + \bar{F}^{y'}\vec{b}_{y'} + (\bar{F}^{z'} - mg)\vec{b}_{z'}$ geschrieben.

- Erde ist abgeplattet; Grund ist die von $\ddot{\vec{r}}_0$ herrührende Trägheitskraft.

- Erdoberfläche stellt sich so ein, dass $(\vec{g} - \ddot{\vec{r}}_0)$ senkrecht zu ihr steht; hier ist $\vec{g}$ der Vektor der Erdbeschleunigung.

- Legen nun die z'-Richtung senkrecht zur realen Erdoberfläche. Dann hat $(m\vec{g} - m\ddot{\vec{r}}_0)$ nur die z'-Komponente $m\bar{g}(\psi)$ (breitenabhängige Schwerebeschleunigung $\bar{g} = \bar{g}(\psi)$ wegen des Anteils mit $\ddot{\vec{r}}_0$)

- Mit dieser Näherung erhalten wir:

$$\begin{array}{rcllll} m\ddot{x}' & = & \bar{F}^{x'} & -2m\omega(\dot{z}'\cos\psi - \dot{y}'\sin\psi), & \\ m\ddot{y}' & = & \bar{F}^{y'} & -2m\omega\dot{x}'\sin\psi, & \\ m\ddot{z}' & = & \bar{F}^{z'} & +2m\omega\dot{x}'\cos\psi & -m\bar{g}, \end{array}$$

- *Diskussion:*

  1. Ruhender Körper wird aus der Höhe H frei fallen gelassen, $\dot{x}'(0) = 0 = \dot{y}'(0)$. Für hinreichend kleine $\dot{x}', \dot{y}'$ gilt dann:

  $$m\ddot{x}' = -2m\omega\dot{z}'\cos\psi, \qquad m\ddot{z}' = -m\bar{g}, \qquad \ddot{y}' = 0$$

  Lösung dieser Gleichung mit den Anfangsbedingungen $(t = 0)$: $x' = y' = 0, z' = H, \dot{x}' = \dot{y}'(0) = \dot{z}'(0) = 0$ lautet:

  $$z' = H - \frac{g}{2}t^2, \qquad x' = \frac{\omega\bar{g}}{3}t^3\cos\psi, \qquad y' = 0$$

Wegen $\cos\psi > 0$, verursacht die Erdrotation eine Ostabweichung proportional zu t^3 bzw. (am Erdboden gemessen) $H^{3/2}$

2. Bei horizontaler Bewegung (Flüsse, Luftströmungen, Eisenbahn) gilt $z' = 0$; wir haben dann:

$$m\ddot{x}' = \bar{F}^{x'} + 2m\omega\dot{y}'\sin\psi, \qquad m\ddot{y}' = \bar{F}^{y'} - 2m\omega\dot{x}'\sin\psi,$$

also:

$$m\vec{a}\,' = (\bar{F}^{x'}\vec{b}_{x'} + \bar{F}^{y'}\vec{b}_{y'}) - 2m\,\vec{\omega}_{\mathrm{h}} \times \vec{v}\,', \quad \omega_{\mathrm{h}} = \omega\sin\psi\,\vec{b}_{z'}$$

– Breitenabhängige Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_{\mathrm{h}}$.
– Rechtsablenkung auf der Nordhalbkugel ($\psi > 0$);
Linksablenkung auf der Südhalbkugel ($\psi < 0$)

Kapitel 2

Systeme freier Massenpunkte

2.1 Bewegungsgleichungen

- Für jeden Massenpunkt (Masse m_n, Ortsvektor $\vec{r}_n$) eines Systems (bestehend aus N Massenpunkten) gilt die Newtonsche Bewegungsgleichung:

$$m_n \ddot{\vec{r}}_n = \vec{F}_n, \qquad n = 1, \ldots, N$$

- $\vec{F}_n$ beschreibt sowohl *innere* Kräfte der Massenpunkte untereinander sowie *äußere* Kräfte auf das System,

$$\vec{F}_n = \vec{F}_n^{(\mathrm{i})} + \vec{F}_n^{(\mathrm{a})} = \sum_{k=1, k \neq n}^{N} \vec{F}_{nk} + \vec{F}_n^{(\mathrm{a})}$$

Hierbei ist $\vec{F}_{nm}$ die von Massenpunkt m auf Massenpunkt n wirkende Kraft (Annahme von ,,Zweikörperkräften").

- Gemäß dem dritten Newtonschen Axiom gilt:

$$\vec{F}_{nk} = -\vec{F}_{kn}$$

2.2 Schwerpunktsatz

- Wir wollen den *Schwerpunkt* $\vec{s}$ eines Systems definieren:

$$M = \sum_{n=1}^{N} m_n, \qquad \vec{s} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{r}_n$$

- *Frage:* Was bedeutet die Summe von Vektoren aus unterschiedlichen Tangentialvektorräumen?

- *Antwort:*

  1. Formal können wir einen gegebenen Vektor $\vec{v} = \sum\limits_{i=1}^{3} v^i \vec{b}_i$ gemäß

  $$0 = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda} \sum_{i=1}^{3} v^i \vec{b}_i = \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\mathrm{d}v^i}{\mathrm{d}\lambda} + \sum_{j,k=1}^{3} \Gamma^i_{jk} \frac{\mathrm{d}x^j}{\lambda} v^k \right) \vec{b}_i = 0$$

  entlang einer Kurve $x^i = x^i(\lambda)$ zu einem beliebigen Punkt transportieren („parallel verschieben").
  2. Paralleltransport ist unabhängig von gewählter Kurve.
  3. In IS'en $\mathcal{S}$ wird $\vec{v}$ einfach kopiert.
  4. Verschieben nun Vektoren aus den Tangentialräumen an den $\vec{r}_n$ in denjenigen Tangentialraum, der am Schwerpunkt $\vec{s}$ angeheftet ist (wir sammeln die Vektoren in diesem Punkt).
  5. Anschließend: Superposition aller Vektoren im Tangentialraum des Schwerpunktes

- Vorgehensweise ist sinnvoll für folgende Vektoren:

  1. Ortsvektor $\vec{s}$, Geschwindigkeit $\dot{\vec{s}}$ und Beschleunigung $\ddot{\vec{s}}$ des Schwerpunktes:

  $$\vec{s} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{r}_n, \qquad \dot{\vec{s}} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{N} m_n \dot{\vec{r}}_n, \qquad \ddot{\vec{s}} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{N} m_n \ddot{\vec{r}}_n$$

2. Gesamtimpuls des Systems

$$\vec{p} = \sum_{n=1}^{N} \vec{p}_n = \sum_{n=1}^{N} m_n \dot{\vec{r}}_n = M\dot{\vec{s}}$$

3. Gesamtkraft auf das System:

$$\vec{F} = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n^{(\mathrm{a})}$$

4. Gesamtdrehimpuls des Systems:

$$\vec{L} = \sum_{n=1}^{N} m_n (\vec{r}_n \times \dot{\vec{r}}_n)$$

5. gesamtes äußeres Drehmoment:

$$\vec{M} = \sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n \times \vec{F}_n^{(a)}$$

- Die ,,Gesamtvektoren" verstehen wir als Vektoren, die im Tangentialvektorraum des Schwerpunkts enthalten sind. Sie charakterisieren das System.

- Die Newtonschen Bewegungsgleichungen geben wichtige Aussagen über $\vec{s}, \vec{p}, \vec{L}$.

- Aber: Zur vollständigen Bestimmung der komplexen inneren Dynamik des System sind alle Gleichungen

$$m_n \ddot{\vec{r}}_n = \vec{F}_n, \qquad n = 1, \ldots, N$$

  (und nicht nur deren Superposition) zu betrachten.

- *Anmerkung:* Obige Vorgehensweise ist *nicht* sinnvoll für (z.B.)

$$\sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n, \quad \sum_{n=1}^{N} \dot{\vec{r}}_n, \quad \sum_{n=1}^{N} \ddot{\vec{r}}_n$$

- **Schwerpunktsatz:**
  1. Betrachten die Summe
  $$\sum_{n=1}^{N} m_n \ddot{\vec{r}}_n = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1, m\neq n}^{N} \vec{F}_{nm} + \vec{F}$$
  $$\begin{pmatrix} 0 & \vec{F}_{12} & \vec{F}_{13} & \vec{F}_{14} & \vec{F}_{15} & \cdots \\ \vec{F}_{21} & 0 & \vec{F}_{23} & \vec{F}_{24} & \vec{F}_{25} & \cdots \\ \vec{F}_{31} & \vec{F}_{32} & 0 & \vec{F}_{34} & \vec{F}_{35} & \cdots \\ \vec{F}_{41} & \vec{F}_{42} & \vec{F}_{43} & 0 & \vec{F}_{45} & \cdots \\ \vec{F}_{51} & \vec{F}_{52} & \vec{F}_{53} & \vec{F}_{54} & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots \end{pmatrix}$$
  2. Bilden die Doppelsumme in der farblich gekennzeichneten Weise (siehe Abb.), d.h. erst Addition der Elemente in den roten Blöcken, dann der in den grünen, der in den schwarzen usf. Wegen $\vec{F}_{nm} = -\vec{F}_{mn}$ verschwindet die Doppelsumme.
  3. Es folgt der *Schwerpunktsatz:*
  $$M\ddot{\vec{s}} = \vec{F}$$
- Der Schwerpunkt eines Systems bewegt sich so, als ob die gesamte Masse in ihm vereinigt ist und alle äußeren Kräfte an ihm angreifen.
- Oft nützlich: Verwendung eines Schwerpunktsystems, in dem $\vec{s} \equiv 0$ (kein IS, falls $\vec{F} \neq 0$).

2.3 Drehimpulssatz

- Bilden analog:
$$\sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n \times m_n \ddot{\vec{r}}_n = \sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n \times \vec{F}_n$$
- Es folgt:
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \sum_{n=1}^{N} m_n (\vec{r}_n \times \dot{\vec{r}}_n) = \sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n \times \vec{F}_n^{(\mathrm{a})} + \sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n \times \left(\sum_{k=1, k\neq n}^{N} \vec{F}_{nk} \right)$$

- Bilden die Doppelsumme wieder in der farblich gekennzeichneten Weise mit $\vec{F}_{nk} = -\vec{F}_{kn}$ (siehe Abb.):

$$\sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n \times \left(\sum_{k=1, k\neq n}^{N} \vec{F}_{nk} \right) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{k=n+1}^{N} (\vec{r}_n - \vec{r}_k) \times \vec{F}_{nk}$$

- Für Zweipunktkräfte $\vec{F}_{nk}$, die entlang der Verbindungslinie wirken (z.B. Gravitationskräfte), ist $(\vec{r}_n - \vec{r}_k) \times \vec{F}_{nk} = 0$. Dann verschwindet wieder die Doppelsumme, und es folgt der *Drehimpulssatz*:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \vec{L} = \vec{M} \qquad \text{mit} \quad \vec{L} = \sum_{n=1}^{N} m_n (\vec{r}_n \times \dot{\vec{r}}_n), \quad \vec{M} = \sum_{n=1}^{N} \vec{r}_n \times \vec{F}_n^{(\mathrm{a})}$$

- *Anmerkung:* Der Drehimpulssatz ist eine generelle Erfahrungstatsache: Durch innere Kräfte kann der Drehimpuls nicht verändert werden. In der Kontinuumsmechanik wird der Drehimpulssatz durch die Forderung der Symmetrie des sog. Spannungstensors gewährleistet.

- In abgeschlossenen Systemen (keine äußeren Kräfte, $\vec{F}_n^{(\mathrm{a})} = 0$) gilt der *Drehimpulserhaltungssatz*:

$$\vec{L} = \text{const.}$$

- Drehimpulssatz im Schwerpunktsystem:

  1. Ortskoordinaten $\vec{r}\,'_n$ im Schwerpunktsystem:

  $$\vec{r}_n = \vec{s} + \vec{r}\,'_n$$

  2. Es gilt:

  $$M\vec{s} = \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{r}_n = \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{s} + \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{r}\,'_n \quad \Rightarrow \quad \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{r}\,'_n = 0$$