

Theoretische Mechanik

Übungen - Serie 9

Ausgabe: 4. Juni 2014, Abgabe: 11. Juni 2014 in der Vorlesung

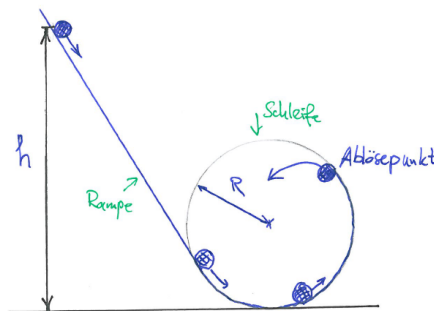
1. Lagrange-Gleichungen I. Art

7 Punkte

Ein Massenpunkt gleite reibungsfrei im homogenen Erdschwerefeld von einer Rampe (Höhe h) mit verschwindender Anfangsgeschwindigkeit hinunter und in eine kreisförmige Schleife („Loop“) hinein (siehe Abb.). Dabei stelle die Schleife eine einseitige Bindung für die Bewegung des Massenpunktes dar. Untersuchen Sie die Bewegung des Massenpunktes nach dem Eintritt in die Schleife mittels des Lagrange-I-Formalismus:

- Welcher Zwangsbedingung unterliegt die Bewegung?
- Stellen Sie die Bewegungsgleichung mit Hilfe des Lagrange-I-Formalismus auf.
- Bestimmen Sie den Ort des Ablösepunktes in Abhängigkeit von h . Wie groß muß h mindestens sein, damit sich der Massenpunkt in der Schleife nicht ablöst?

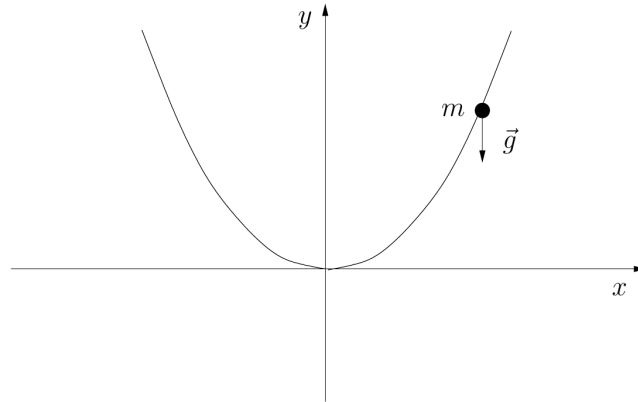
Anmerkung: Es darf angenommen werden, dass die Bewegung in einer Ebene verläuft und sich der Ablösepunkt im rechten oberen Quadranten der Schleife befindet.



2. Lagrange-Gleichungen I. Art

5 Punkte

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich im homogenen Schwerfeld der Erde reibungsfrei auf einer Parabel $y = a_0 x^2$ ($a_0 > 0$) in der (x, y) -Ebene senkrecht zur Erdoberfläche (siehe Skizze, \vec{g} - Erdbeschleunigung).



- (a) Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen I. Art auf.
- (b) Bestimmen Sie die Zwangskraft als Funktion des Orts, der Geschwindigkeit und gegebenenfalls der Zeit.