Thermodynamik und Statistische Physik

Übungen - Serie 6

Ausgabe: 24. November 2015, Abgabe: 1. Dezember 2015 in der Vorlesung

1. Relation zwischen kalorischer und thermischer Zustandsgleichung **3 Punkte**

Beweisen Sie die allgemeine Relation

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

zwischen kalorischer Zustandsgleichung $U = U(T, V)$ und thermischer Zustandsgleichung $p = p(T, V)$ direkt aus der Gibbsschen Fundamentalgleichung für ein pVT-System.

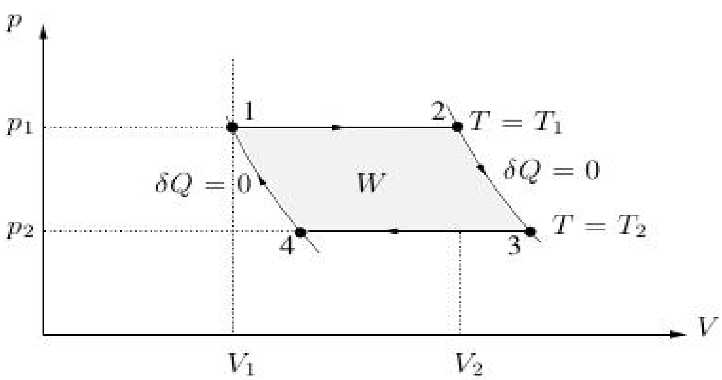
Die thermische und kalorische Zustandsgleichung eines Systems seien gegeben durch

$$p = A\,\frac{T^3}{V^\alpha}\,, \qquad E = B\,T^\beta \ln\left(\frac{V}{V_0}\right).$$

Bestimmen Sie die Konstanten α, β und B .

2. Carnot-Prozess mit dem Photonengas **4 Punkte**

Ein Photonengas wird durch thermische und kalorische Zustandsgleichungen $p = \frac{b}{3}T^4$ und $E = bVT^4$ beschrieben. Berechnen Sie bei einem Carnot-Prozess mit dem Photonengas als Arbeitssubstanz alle umgesetzten Wärmemengen und Arbeiten und daraus den Wirkungsgrad. Alle Ergebnisse sollen nur noch die Temperaturen T_1, T_2 und die Volumina V_1, V_2 enthalten.



bitte wenden!

3. Schwarzkörperstrahlung **4 Punkte**

a) Begründen Sie noch einmal die in der Vorlesung angegebene Maxwell-Relation

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V .$$

b) Für den Druck p eines isotropen Strahlungsfeldes gilt:

$$p = \frac{1}{3}\check{e}(T) = \frac{1}{3}\frac{E(T,V)}{V}, \qquad (\check{e}(T) \text{ ist die Energiedichte und V ist das Volumen des Hohlraums}).$$

Zeigen Sie, daß $\check{e}$ der folgenden Gleichung genügt:

$$\check{e} = \frac{T}{3}\frac{d\check{e}}{dT} - \frac{1}{3}\check{e},$$

indem Sie

I) $dE = TdS - p\,dV$ und die in a) abgeleitete Maxwell-Relation verwenden,
II) Die in Aufgabe 1) hergeleitete Relation benutzen.

c) Leiten Sie aus dieser Differentialgleichung das Stefan-Boltzmann-Gesetz her.

4. Berechnung einer Entropieänderung **5 Punkte**

Ein vertikaler Zylinder (Querschnittsfläche A) enthält ein klassisches ideales Gas mit bekannter Teilchenzahl N. Das Gas ist durch einen zunächst arretierten Kolben der Masse M nach oben abgeschlossen und hat anfänglich die Temperatur T_1 und den Druck P_1 ($P_1 \neq Mg/A$, g : Schwerebeschleunigung). Nach Lösen der Arretierung führt der Kolben eine gedämpfte Schwingungsbewegung aus und kommt schließlich in eine Gleichgewichtslage. Das Gas habe eine temperaturunabhängige Wärmekapazität C_V, die Wärmekapazitäten von Kolben und Zylinderwand seien vernachlässigbar, ebenso Reibungseffekte zwischen Kolben und Zylinderwand. Das Gesamtsystem sei thermisch isoliert. Berechnen Sie die Temperatur T_2, die das Gas nach dem Abklingen der Schwingungsbewegung des Kolbens annimmt sowie die Änderung der Entropie! Wie ist das Vorzeichen der Entropieänderung?