

Thermodynamik und Statistische Physik

Übungen - Serie 10

Ausgabe: 5. Januar 2016, Abgabe: 12. Januar 2016 in der Vorlesung

1. N - dimensionale Kugel

5 Punkte

Leiten Sie Formeln für Volumen und Oberfläche einer Kugel mit dem Radius R in N Raumdimensionen her.

Zeigen Sie, daß für große N fast das gesamte Volumen in einer dünnen Oberflächenschicht konzentriert ist.

2. Stirling-Formel

4 Punkte

Beweisen Sie:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln N!}{N} - \ln N \right) = -1$$

Anmerkung:

Eine genauere Abschätzung gibt die Stirling-Formel:

$$N! \sim \sqrt{2\pi N} \left(\frac{N}{e} \right)^N, \quad N \rightarrow \infty.$$

3. Geburtstags-Problem

3 Punkte

In einem Seminarraum befinden sich genau zwanzig Studenten und warten auf den Beginn der Übung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben (jedes Jahr habe genau 365 Tage) ?

Geben Sie den Wert auch numerisch an. Wenn man obige Aufgabe gelöst hat ist eine allgemeine Formel schnell aufgestellt. Wie lautet der numerische Wert im Fall von 60 Personen?

4. Urnen-Problem

3 Punkte

Zwei Urnen enthalten jeweils die gleiche (endliche) Anzahl von Kugeln. In jeder Urne sind einige der Kugeln rot (nicht alle), die anderen sind weiß. Aus jeder Urne werden n Kugeln gezogen ($n \geq 3$) (nach jedem Zug einer Kugel wird diese sofort wieder in die jeweilige Urne zurückgelegt).

Zu bestimmen ist die Anzahl n und die jeweilige Zusammensetzung des Inhaltes der beiden Urnen, damit die Wahrscheinlichkeit, daß nur weiße Kugeln aus der ersten Urne gezogen werden gleich groß der Wahrscheinlichkeit ist, daß aus der zweiten Urne entweder nur rote oder nur weiße Kugeln gezogen werden.