2023 여름학기 | 동국대학교 SW 역량강화 캠프

16일차. 다이나믹 프로그래밍 1

● 다이나믹 프로그래밍(DP)

- ▶ 값의 재활용 (중복되는 계산은 한 번만)
- ▶ 큰 문제를 작은 문제들로 나누어 해결하는 방법
- ▶ 동일한 형태의 문제들끼리의 관계식을 찾는 것이 핵심

● 코드의 실행시간을 최적화하는 3가지 방법

▶ 1. 더 빠르게 처리할 수 있는 과정이 있는가?

▶ 2. 불필요한 정보를 구하기 위해 시간을 낭비하고 있는가?

▶ 3. 이미 알고 있는 정보를 다시 구하기 위해 시간을 낭비하고 있는가?

● 2xn 타일링 (4067)

문제

2×n 크기의 직사각형을 1×2, 2×1 타일로 채우는 방법의 수를 구해보자.

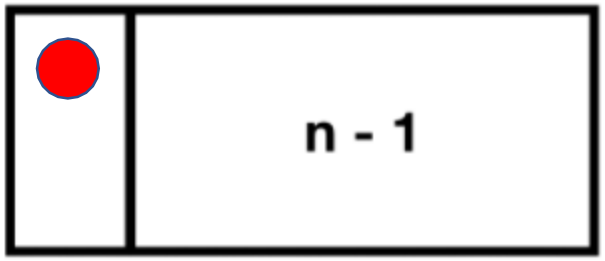
입력

첫째 줄에 n이 주어진다. $(1 \leq n \leq 1,000)$

출력

첫째 줄에 문제의 답을 $10,007$로 나눈 나머지를 출력한다.

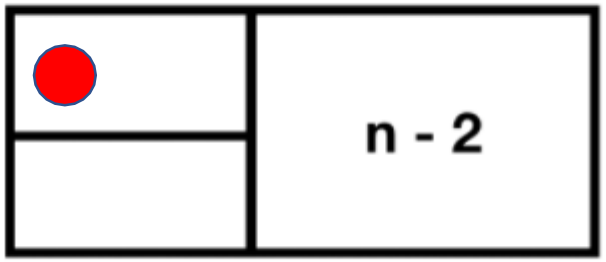
문제 해설



▶ 맨 왼쪽 위 칸을 채운 타일에 따라 경우의 수를 나누자

▶ 세로로 채울 경우 나머지 칸은 2 x (n−1)의 직사각형

▶ 가로로 채울 경우 나머지 칸은 2 x (n−2)의 직사각형



dp(n) = 2 x n의 직사각형을 채우는 경우의 수

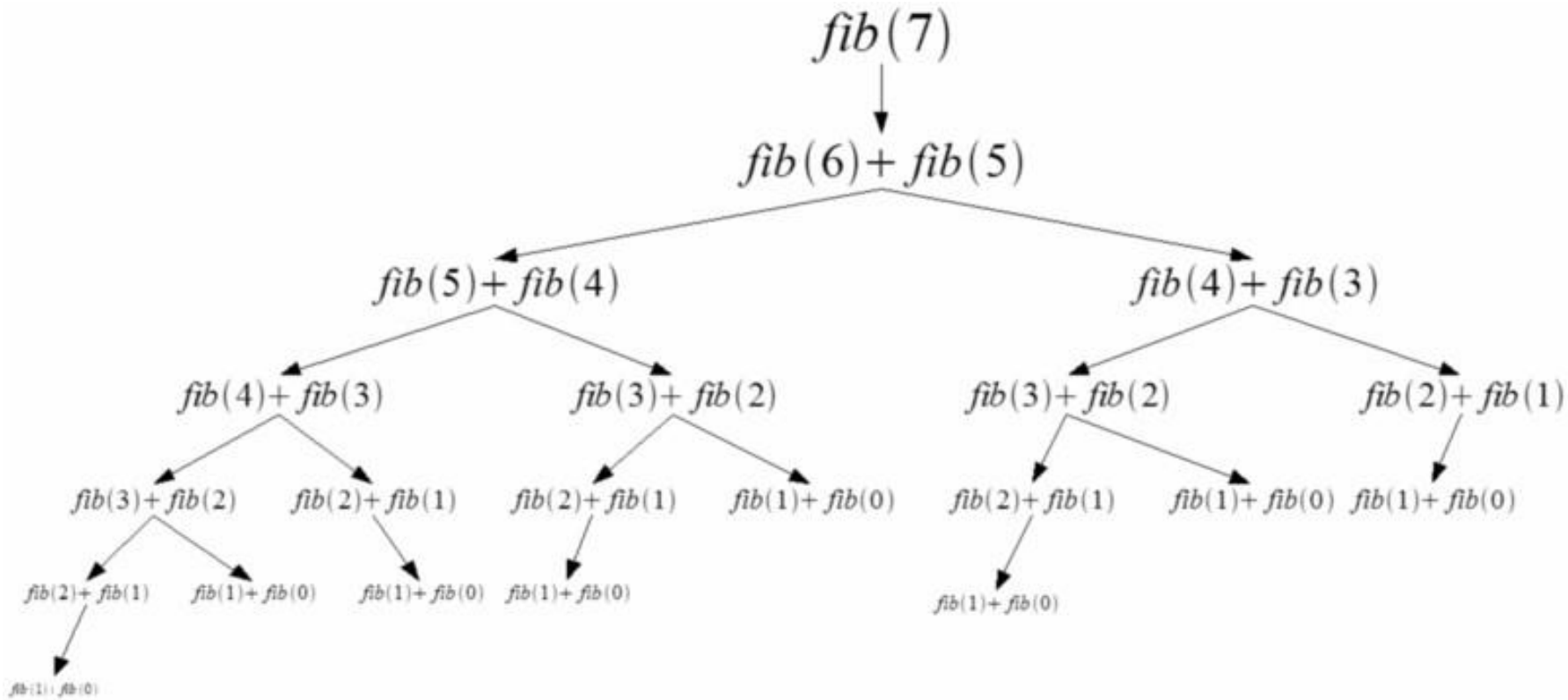
dp(n) = dp(n−1) + dp(n−2)

dp(1) = 1, dp(2) = 2

문제 해설

```
public static int dp(int x) {
    if (x == 1)
        return 1;
    if (x == 2)
        return 2;
    return (dp(x - 1) + dp(x - 2)) % 10007;
}
```

문제 해설


fib(7)
fib(6)+ fib(5)
fib(5)+ fib(4)
fib(4)+ fib(3)
fib(4)+ fib(3)
fib(3)+ fib(2)
fib(3)+ fib(2)
fib(2)+ fib(1)
fib(3)+ fib(2)
fib(2)+ fib(1)
fib(2)+ fib(1)
fib(1)+ fib(0)
fib(2)+ fib(1)
fib(1)+ fib(0)
fib(1)+ fib(0)
fib(2)+ fib(1)
fib(1)+ fib(0)
fib(1)+ fib(0)
fib(1)+ fib(0)

문제 해설

```
public static int dp(int x) {
    if (dt[x] != 0)
        return dt[x];
    if (x == 1)
        return 1;
    if (x == 2)
        return 2;
    return dt[x] = (dp(x - 1) + dp(x - 2)) % 10007;
}
```

- dp(x)는 값이 x에 따라서만 변하는 함수
- dp(x)를 배열에 저장해두면 값을 재활용할 수 있다.
- 메모이제이션 기법 (하향식 DP)

문제 해설

▶ 다른 해결 방법

▶ dp(x) = dp(x−1) + dp(x−2)

▶ x=1부터 x=N까지 dp 값을 구하는 반복문을 작성

```
dp[1] = 1;
dp[2] = 2;
for(int i=3; i<=N; i++) {
    dp[i] = (dp[i-1] + dp[i-2])%10007;
}
System.out.println(dp[N]);
```

▶ 1부터 N까지 반복문을 돌리면 dp[i]를 구할 때, dp[i−1]와 dp[i−2]가 구해져 있다.

▶ 상향식 DP

● 3이하로 분할하기 (4069)

문제

정수 n이 주어졌을 때, n을 3이하의 수(1, 2, 3)들의 합으로 표현할 수 있는 가지수를 구해보자.

예를 들어, 3은 아래와 같이 4가지 방법으로 표현할 수 있다.

3 = 1 + 1 + 1
  = 1 + 2
  = 2 + 1
  = 3

입력

첫째 줄에 테스트케이스의 개수 T가 주어진다.

둘째 줄부터 $T + 1$번째 줄까지 1, 2, 3의 합으로 표현할 정수 n이 주어진다. $(1 \leq n \leq 11)$

출력

첫째 줄부터 T번째 줄까지 각각의 테스트케이스에 대한 답을 출력한다.

문제 해설

- DP를 이용한 풀이
- N을 3 이하의 수로 분할하는 방법의 수 = dp(N)
- dp(x) = dp(x−1) + dp(x−2) + dp(x−3)
- dp 값은 테스트케이스에 상관없다. → 입력 받기 전 미리 전처리

핵심 코드

```
dp[1] = 1;
dp[2] = 2;
dp[3] = 4;
for(int i=4; i<=11; i++) {
    dp[i] = (dp[i-1] + dp[i-2] + dp[i-3]);
}

while(T-- > 0) {
    int N = Integer.parseInt(br.readLine());
    sb.append(dp[N]+"\n");
}
System.out.println(sb.toString());
```

● 수의 분할 (4070)

문제

어떤 수 n을 주어진 수들의 합으로 표현할 수 있는 방법의 수를 세어보자.

예를 들면 3을 1과 2로 분할하고자 한다면 아래와 같이 3가지 방법이 있다.

3 = 1 + 2 = 2 + 1 = 1 + 1 + 1

입력

첫째 줄에 주어질 수의 개수 x와 표현할 수 n이 주어진다. $(1 \leq x \leq 100)$, $(1 \leq n \leq 10^6)$

둘째 줄에 x개의 수들(x_i)이 주어진다. $(1 \leq x_i \leq 10^6)$

출력

표현할 수 n을 x개의 주어진 수들의 합으로 표현할 수 있는 방법의 수를 $10^9 + 7$로 나눈 나머지를 출력한다.

문제 해설

▶ DP를 이용한 풀이

▶ N을 주어진 수들의 합으로 표현하는 경우의 수 = dp(N)

▶ dp(x) = dp(x − arr[0]) + dp(x−arr[1]) + ……

▶ 10을 2,3,5로 나타내는 방법의 수 = dp(10−2) + dp(10−3) + dp(10−5)

핵심 코드

```
dp[0] = 1;
for (int i = 1; i <= N; i++) {
    dp[i] = 0;
    for (int j = 0; j < X; j++) {
        if (i - arr[j] >= 0) {
            dp[i] += dp[i - arr[j]];
            dp[i] %= mod;
        }
    }
}
System.out.println(dp[N]);
```

● 길 찾기 (4075)

문제

북극곰 윌리는 $N \times N$ 격자미로에 갇혀 있다. 미로의 시작점은 가장 왼쪽 위 점이고, 미로의 도착점은 가장 오른쪽 아래 점이다. 미로는 길과 벽으로 이루어져 있다. 길은 .으로 표시되고, 벽은 * 로 표시된다. 길은 북극곰 윌리가 지나갈 수 있지만 벽은 지나갈 수 없고, 북극곰 윌리는 오른쪽이나 아래쪽으로만 이동할 수 있다. 북극곰 윌리가 미로의 시작점에서 출발해 도착점까지 갈 때 가능한 경로의 수를 구해보자.

입력

첫째 줄에 격자의 가로, 세로의 길이 N이 주어진다. $(1 \leq N \leq 1000)$

출력

첫째 줄에 북극곰 윌리가 찾을 수 있는 경로의 수를 $10^9 + 7$로 나눈 나머지를 출력한다.

문제 해설

▶ DP를 이용한 풀이

▶ (1,1)에서 (x,y)까지 길을 따라 이동하는 방법의 수 = dp(x,y)

▶ 오른쪽 또는 아래쪽으로만 이동할 수 있다.

▶ dp(x,y) = dp(x−1, y) + dp(x, y−1) ← (x,y)가 빈 칸일 경우

핵심 코드

```
if (arr[1][1] == 1)
    dp[1][1] = 1;

for (int i = 1; i <= N; i++) {
    for (int j = 1; j <= N; j++) {
        if (i == 1 && j == 1) continue;
        if (arr[i][j] == 0) continue;
        dp[i][j] = (dp[i - 1][j] + dp[i][j - 1]) % mod;
    }
}
System.out.println(dp[N][N]);
```

● 용돈 받는 윌리 (4094)

문제

용돈을 다쓴 윌리는 돈을 벌기 위해 N일동안 부모님의 가게를 도우려고 한다.

윌리가 일하는 가게에서는 설거지하기, 요리하기, 마당쓸기 세 가지의 일이 있다.

윌리는 지루한 일을 굉장히 싫어하기 때문에, 이틀연속 같은 일을 하는 것은 불가능하다.

i일에 설거지하기, 요리하기, 마당쓸기에 대한 용돈이 주어질 때, 벌 수 있는 돈의 최대를 구하자.

입력

첫째 줄에 윌리가 일하는 날 N이 주어진다. ($1 \leq N \leq 10^5$)

둘째 줄부터 N개의 줄에 설거지, 요리, 마당쓸기를 할때의 용돈 x_i, y_i, z_i들이 주어진다. ($1 \leq x_i, y_i, z_i \leq 10^4$)

문제 해설

- 출력: N일 동안 일해서 받을 수 있는 용돈의 최대값
- dp(x) = 첫 x일 동안 일해서 받을 수 있는 용돈의 최대값
- dp(x)와 dp(x-1)의 관계식은?
- x일자에 어느 것을 선택했는가에 따라 x-1일에 선택할 수 있는 값이 달라짐

문제 해설

- dp(x, i) = 첫 x일 동안 일해서 받을 수 있는 용돈의 최대값, x일자에는 작업 i 를 진행
- dp(x, i) = max(dp(x−1 , j) , dp(x−1, k)) + (x일에 i를 진행해서 받는 돈)
- dp(n, *) 의 최대값 출력

10	40	70
20	50	80
30	60	90

10	40	70
max(70, 40) +20 = 90	max(10, 70) +50 = 120	max(10, 40) +80 = 120
max(120, 120) +30 = 150	max(90, 120) +60 = 180	max(90, 120) +90 = 210

핵심 코드

```
for(int i=1; i<=N; i++) {
    st = new StringTokenizer(br.readLine());
    int x = Integer.parseInt(st.nextToken());
    int y = Integer.parseInt(st.nextToken());
    int z = Integer.parseInt(st.nextToken());
    dp[i][0] = Math.max(dp[i-1][1], dp[i-1][2]) + x;
    dp[i][1] = Math.max(dp[i-1][0], dp[i-1][2]) + y;
    dp[i][2] = Math.max(dp[i-1][0], dp[i-1][1]) + z;
}
System.out.println(Math.max(dp[N][0], Math.max(dp[N][1], dp[N][2])));
```