

杭州电子科技大学

定义8 (命题变元、命题常元、命题公式)

- **命题变元**: 用来表示任意命题的标识符, 通常用小写英文字母表示;
- **命题常元**: $T/1, F/0$
- **命题公式**是按下列规则定义的字符串:
 - 1 命题常元 $0, 1$ 是命题公式; 命题变元是命题公式;
 - 2 若 A, B 是命题公式, 则 $\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$ 都是命题公式;
 - 3 有限次使用(1)、(2)得到的字符串才是命题公式。

例如 $(\neg p \rightarrow q) \vee 1$ 就是命题公式。

定义9 (赋值)

设 A 是以 p_1, p_2, \dots, p_n 为变元的命题公式, 对 p_1, \dots, p_n 各指定一个真值, 则称为对 A 进行**赋值/解释**。

- 若指定的一组值使得 A 的真值为1, 则称该组值为 A 的**成真赋值/成真解释**;
- 若指定的一组值使得 A 的真值为0, 则称该组值为 A 的**成假赋值/成假解释**;

赋值 $p = 1, q = 0$ 为 $p \rightarrow q$ 的成假赋值

赋值 $p = 0, q = 1$ 为 $p \rightarrow q$ 的成真赋值

设简单命题 $p: 2 + 3 = 5$ (1), q :大熊猫产在中国(1), r :复旦大学在广州(0), 求下列命题的真值

$$1 \quad (p \leftrightarrow q) \rightarrow r = (1 \leftrightarrow 1) \rightarrow 0 = 1 \rightarrow 0 = 0$$

$$2 \quad (r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p = (0 \rightarrow (1 \wedge 1)) \leftrightarrow 0 = 1 \leftrightarrow 0 = 0$$

$$3 \quad \neg r \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) = 1 \rightarrow (0 \vee 0 \vee 0) = 0$$

$$\begin{aligned} 4 \quad & (p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r) \\ & = (1 \wedge 1 \wedge 1) \leftrightarrow ((0 \vee 0) \rightarrow 0) \\ & = 1 \leftrightarrow 1 \\ & = 1 \end{aligned}$$

若命题公式包含 n 个变元, 则赋值共有 2^n 个

定义10 (真值表)

将命题公式 A 在所有赋值下的取值情况列成表, 所得的表称为 A 的**真值表**。

注意:

- A 中包含的所有变元按照其**字母次序**或**下标次序**排列;
- 由于包含 n 个变元的命题公式 A 有 2^n 个解释, 从而**真值表**有 2^n 行;
- 2^n 个赋值按二进制次序**从小到大**排列。

例6 ($(\neg p \wedge q) \wedge p$ 的真值表)

解: $(\neg p \wedge q) \wedge p$ 的真值表为

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$(\neg p \wedge q) \wedge p$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	0	0

若 A 在所有赋值下取值均为假, 则称 A 是永假式/矛盾式

- 若 A 不是永假式，
则称 A 是**可满足式**
- 永真式也是可满足式

© 2006 The Authors
 Journal compilation © 2006 Blackwell Publishing Ltd

p	q	$\neg p$	$\neg p \leftrightarrow q$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

例9 $((r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p)$ 的真值表为)

p	q	r	$\neg p$	$p \wedge q$	$r \rightarrow (p \wedge q)$	$(r \rightarrow (p \wedge q)) \leftrightarrow \neg p$
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0

作业：习题1.2 第1, 2(1)(3)(5), 3(2)(4)题