6.4根树

有向树: 基图为无向树的有向图

根树: 有一个顶点入度为0, 其余入度均为1的非平凡有向树

树根: 有向树中入度为0的顶点

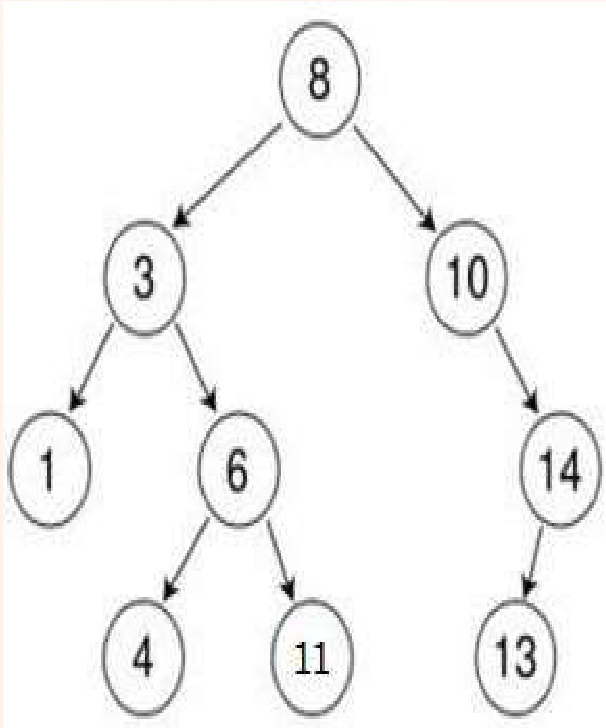
树叶: 有向树中入度为1, 出度为0的顶点

内点: 有向树中入度为1, 出度大于0的顶点

分支点: 树根与内点的总称

顶点v的层数: 从树根到v的通路长度

树高: 有向树中顶点的最大层数



6.4根树

根树的画法：树根放上方, 省去所有有向边上的箭头

a是树根

b,e,f,h,i是树叶

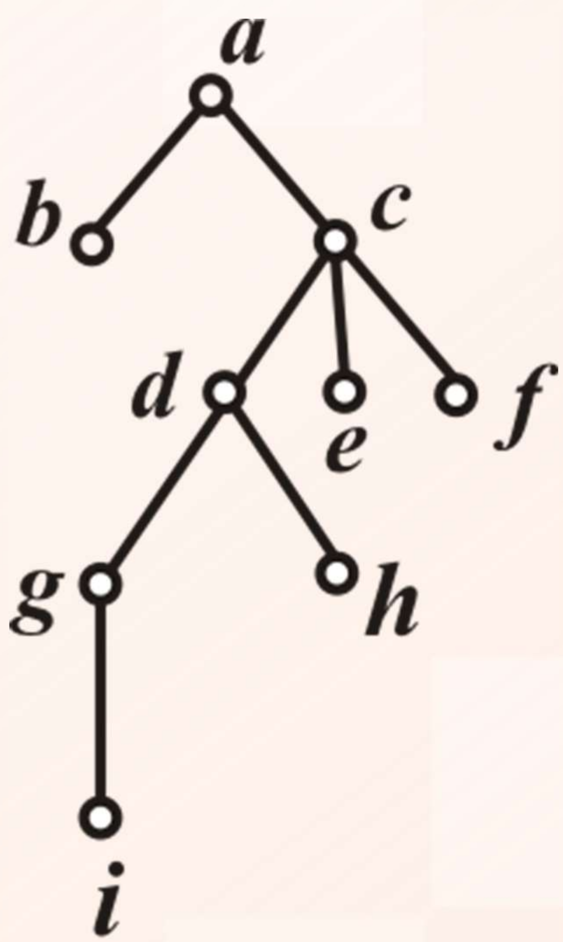
c,d,g是内点

a,c,d,g是分支点

a为0层; 1层有b,c; 2层有d,e,f;

3层有g,h; 4层有i.

树高为4



6.4根树

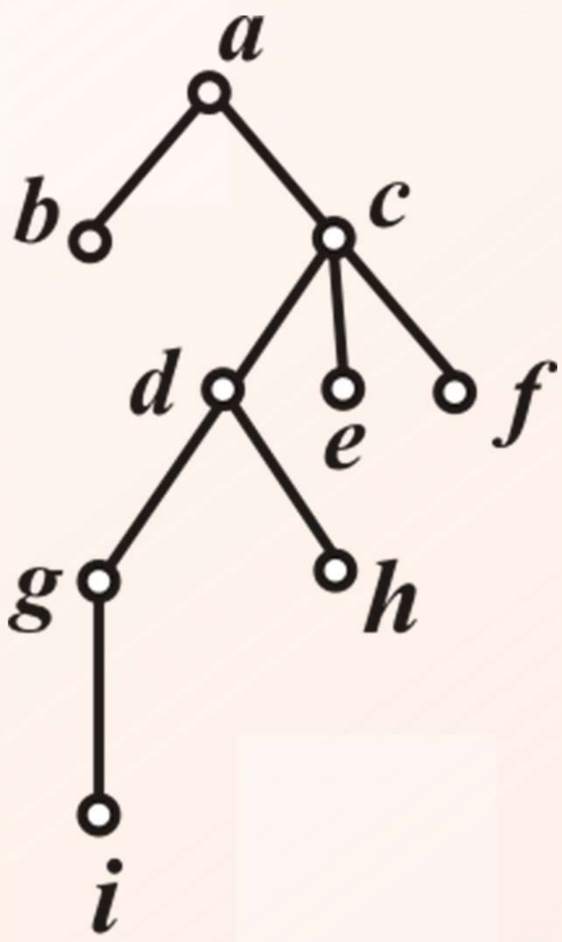
定义 把根树看作一棵家族树：

(1) 若顶点 a 邻接到顶点 b, 则称 b 是 a 的儿子, a 是b 的父亲;

(2) 若b和c为同一顶点的儿子, 称b和c是兄弟;

(3) 若$a \neq b$且a可达b, 则称a是b的祖先, b是a的后代.

设v为根树的一个顶点且不是树根, 称v及其所有后代的导出子图为以v为根的根子树.



6.4根树

根树的分类

r叉树：根树的每个分支点至多有r个儿子

r叉正则树：根树的每个分支点恰有r个儿子

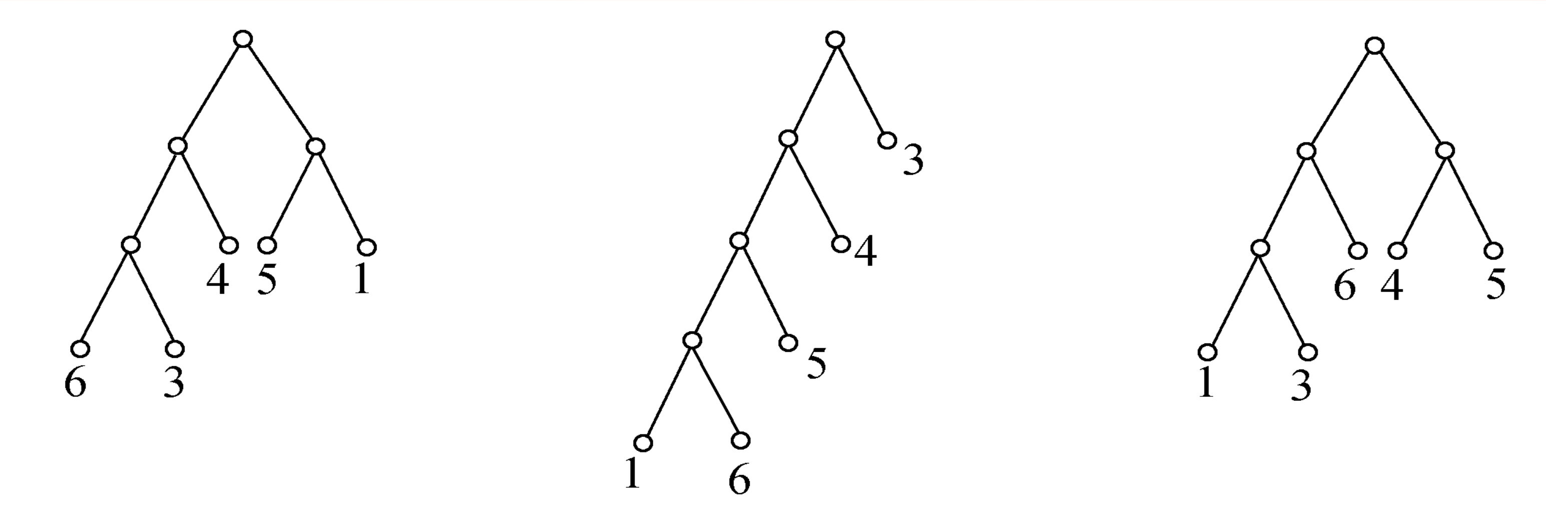
r叉完全正则树：树叶层数相同的r叉正则树

6.5 最优二叉树

最优二叉树

定义 设二叉树 T 有 t 片树叶 $v_1, v_2, \ldots, v_t$，树叶的权分别为 $w_1, w_2, \ldots, w_t$，称 $W(t)=\sum_{i=1}^{t} w_i l(v_i)$ 为 T 的总权值，其中 $l(v_i)$ 是树叶 v_i 的层数。

例：



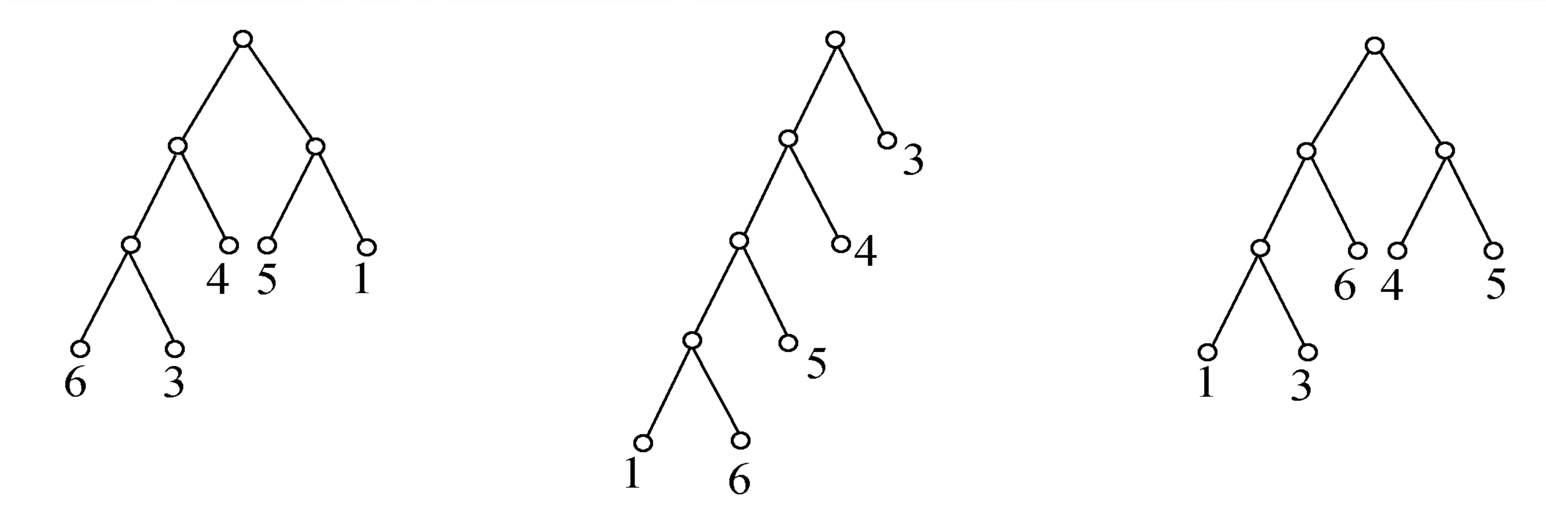
$W(T_1)=47$　　$W(T_2)=54$　　$W(T_3)=42$

6.5 最优二叉树

最优二叉树

在所有权为$w_1, w_2, \ldots, w_t$的 t 片树叶的二叉树中, 总权值最小的二叉树称为最优二叉树。

例:



$W(T_1)=47$ $W(T_2)=54$ $W(T_3)=42$

6.5 最优二叉树

最优二叉树的算法（Huffman算法）

给定实数 $w_1, w_2, \ldots, w_t$,

① 作 t 片树叶, 分别以$w_1, w_2, \ldots, w_t$ 为权。

② 在所有入度为0的顶点(不一定是树叶)中选出两个权最小的顶点, 添加一个新分支点, 以这2个顶点为儿子, 其权等于这2个儿子的权之和。

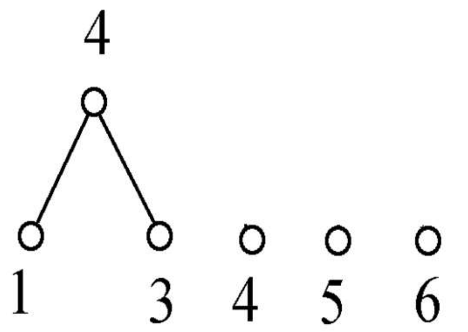
③ 重复②, 直到只有1个入度为0 的顶点为止。

$W(T)$等于所有分支点的权之和

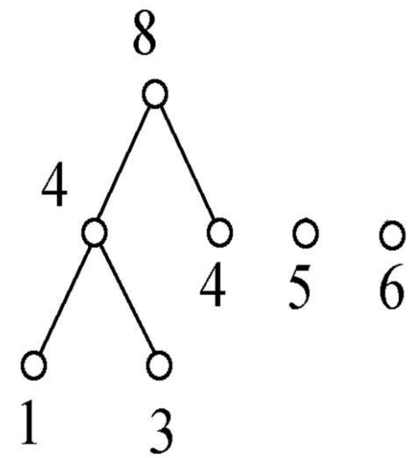
6.5 最优二叉树

例：用Huffman算法求权为 1, 3, 4, 5, 6的最优二叉树。

(a)



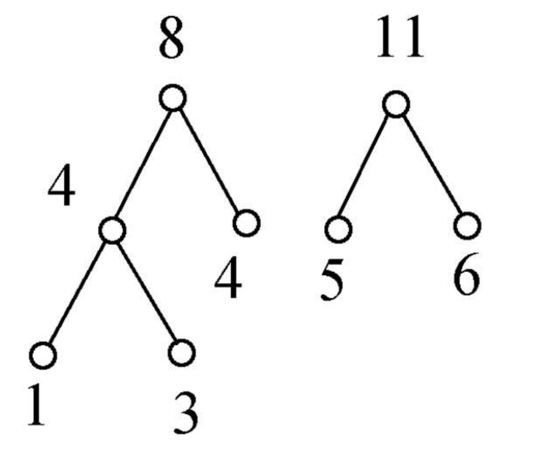
(b)



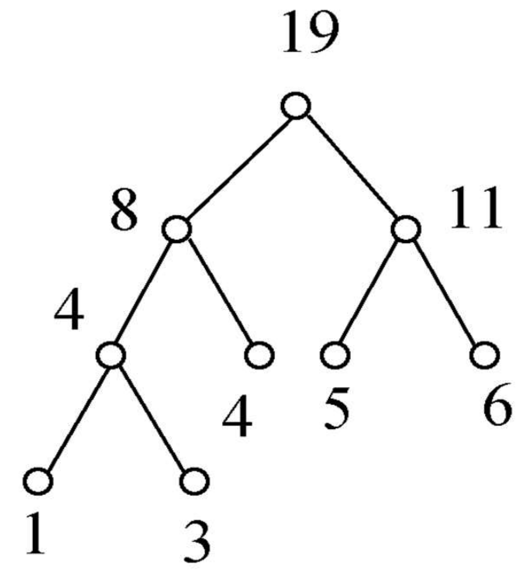
(c)

6.5 最优二叉树

例：用Huffman算法求权为 1, 3, 4, 5, 6的最优二叉树。（续）



(d)



(e)

$W(T)$=42。 前面的T_3也是最优的。

6.5 最优二叉树

前缀码

设$\alpha=\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{n\text{-}1}\alpha_n$是长度为$n$的符号串

α 的前缀: $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_k$, k=1,2,…,n-1,n

前缀码: $\{\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m\}$, 其中$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m$为非空字符串，

且任何两个互不为前缀

2元前缀码: 只有两个符号(如0与1)的前缀码

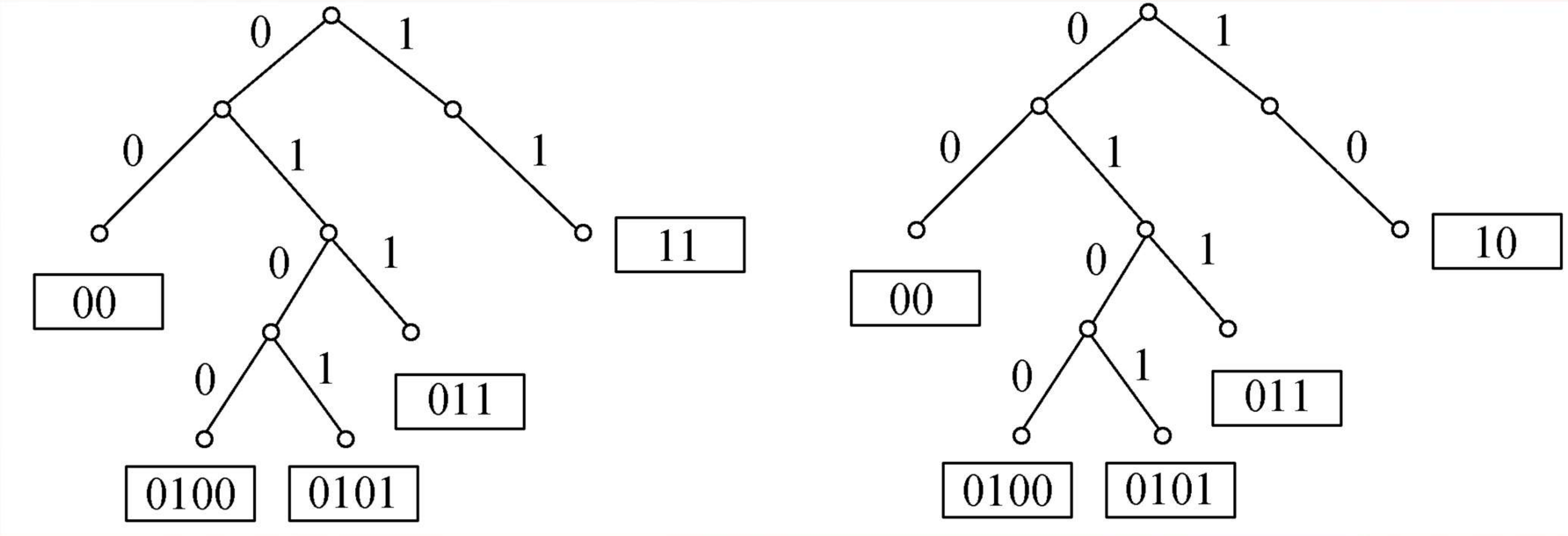
如 {0, 10, 110, 1111}, {10,01,001,110}是2元前缀码

{0, 10, 010, 1010} 不是前缀码

6.5 最优二叉树

前缀码（续）

一棵二叉树产生一个二元前缀码：



由最优二叉树产生的前缀码称为**最佳前缀码**

6.5 最优二叉树

例1 在通信中，设八进制数字出现的频率如下：

0：25%　　1：20%　　2：15%　　3：10%

4：10%　　5：10%　　6：5%　　7：5%

采用2元前缀码, 求传输数字最少的2元前缀码，并求传输$10^n(n\geq 2)$个按上述比例出现的八进制数字需要多少个二进制数字？若用等长的 (长为3) 的码字传输需要多少个二进制数字?

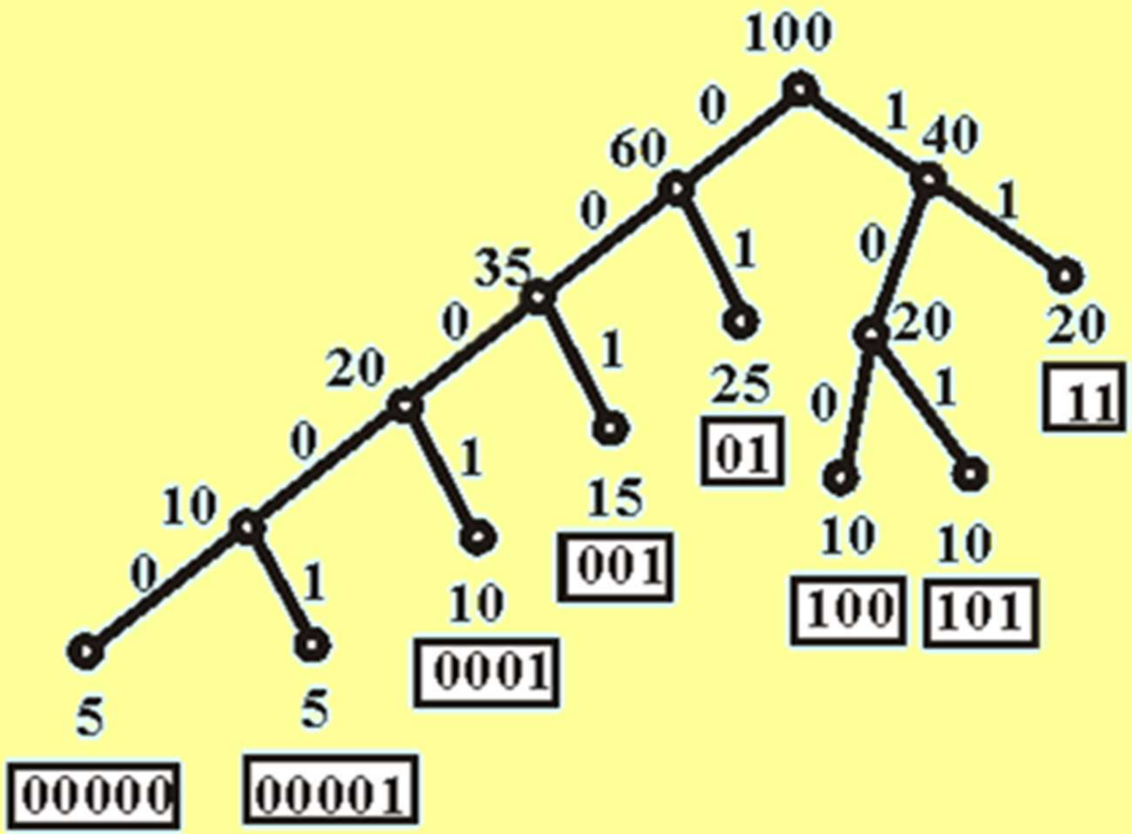
解 用Huffman算法求以频率(乘以100)为权的最优2叉树. 这里 $w_1=5$, $w_2=5$, $w_3=10$, $w_4=10$, $w_5=10$, $w_6=15$, $w_7=20$, $w_8=25$.

6.5 最优二叉树

例1（续）

编码:

0---01
1---11
2---001
3---100
4---101
5---0001
6---00000
7---00001



6.5 最优二叉树

例1（续）

传100个按比例出现的八进制数字所需二进制数字的个数为 $W(T)=285$

传$10^n(n\geq 2)$个所用二进制数字的个数为2.85×10^n

用等长码(长为3)需要用 3×10^n个数字

作业

- 习题6.3 第 7、9 题