

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
Дисциплина «Дискретная математика»

**Курсовая работа**  
Часть 1  
Вариант 95

Студент  
Разыграев Кирилл Сергеевич  
Р3115

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2024 г.

Функция  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  принимает значение 1 при  $1 < |x_4x_2x_3 - x_11x_5| \leq 4$  и неопределенное значение при  $|x_4x_2x_3 - x_11x_5| = 6$ .

## Таблица истинности

№	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_4x_2x_3$	$x_11x_5$	$x_4x_2x_3$	$x_11x_5$	$f$
0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	1
1	0	0	0	0	1	0	3	0	3	1
2	0	0	0	1	0	4	2	4	2	1
3	0	0	0	1	1	4	3	4	3	0
4	0	0	1	0	0	1	2	1	2	0
5	0	0	1	0	1	1	3	1	3	1
6	0	0	1	1	0	5	2	5	2	1
7	0	0	1	1	1	5	3	5	3	1
8	0	1	0	0	0	2	2	2	2	0
9	0	1	0	0	1	2	3	2	3	0
10	0	1	0	1	0	6	2	6	2	1
11	0	1	0	1	1	6	3	6	3	1
12	0	1	1	0	0	3	2	3	2	0
13	0	1	1	0	1	3	3	3	3	0
14	0	1	1	1	0	7	2	7	2	0
15	0	1	1	1	1	7	3	7	3	1
16	1	0	0	0	0	0	6	0	6	d
17	1	0	0	0	1	0	7	0	7	0
18	1	0	0	1	0	4	6	4	6	1
19	1	0	0	1	1	4	7	4	7	1
20	1	0	1	0	0	1	6	1	6	0
21	1	0	1	0	1	1	7	1	7	d
22	1	0	1	1	0	5	6	5	6	0
23	1	0	1	1	1	5	7	5	7	1
24	1	1	0	0	0	2	6	2	6	1
25	1	1	0	0	1	2	7	2	7	0
26	1	1	0	1	0	6	6	6	6	0
27	1	1	0	1	1	6	7	6	7	0
28	1	1	1	0	0	3	6	3	6	1
29	1	1	1	0	1	3	7	3	7	1
30	1	1	1	1	0	7	6	7	6	0
31	1	1	1	1	1	7	7	7	7	0

## Аналитический вид

### Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$$

### Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

# Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

## Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		$Z(f)$
$m_0$	00000	✓	$m_0-m_1$	0000X		$m_0-m_2-m_{16}-m_{18}$	X00X0	0000X
$m_1$	00001	✓	$m_0-m_2$	000X0	✓	$m_5-m_7-m_{21}-m_{23}$	X01X1	00X01
$m_2$	00010	✓	$m_0-m_{16}$	X0000	✓			00X10
$m_{16}$	10000	✓	$m_1-m_5$	00X01				0X010
$m_5$	00101	✓	$m_2-m_6$	00X10				1X000
$m_6$	00110	✓	$m_2-m_{10}$	0X010				0011X
$m_{10}$	01010	✓	$m_{16}-m_{18}$	100X0	✓			0101X
$m_{18}$	10010	✓	$m_{16}-m_{24}$	1X000				1001X
$m_{24}$	11000	✓	$m_2-m_{18}$	X0010	✓			11X00
$m_7$	00111	✓	$m_6-m_7$	0011X				01X11
$m_{11}$	01011	✓	$m_5-m_7$	001X1	✓			0X111
$m_{19}$	10011	✓	$m_{10}-m_{11}$	0101X				10X11
$m_{28}$	11100	✓	$m_{18}-m_{19}$	1001X				1110X
$m_{21}$	10101	✓	$m_{24}-m_{28}$	11X00				1X101
$m_{15}$	01111	✓	$m_5-m_{21}$	X0101	✓			X00X0
$m_{23}$	10111	✓	$m_{11}-m_{15}$	01X11				X01X1
$m_{29}$	11101	✓	$m_7-m_{15}$	0X111				
			$m_{21}-m_{23}$	101X1	✓			
			$m_{19}-m_{23}$	10X11				
			$m_{28}-m_{29}$	1110X				
			$m_{21}-m_{29}$	1X101				
			$m_7-m_{23}$	X0111	✓			

## Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
		0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
		0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
		0	1	2	5	6	7	10	11	15	18	19	23	24	28	29	
A	0000X	X	X														
B	00X01		X		X												
C	00X10			X		X											
D	0X010			X				X									
E	1X000													X			
F	0011X					X	X										
G	0101X							X	X								
H	1001X										X	X					
I	11X00													X	X		
J	01X11								X	X							
K	0X111						X			X							
L	10X11											X	X				
M	1110X														X	X	
N	1X101																X
O	X00X0	X		X							X						
P	X01X1				X		X						X				

Ядро покрытия:

$$T = \{\}$$

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (A \vee O) (A \vee B) (C \vee D \vee O) (B \vee P) (C \vee F) (F \vee K \vee P) (D \vee G) (G \vee J) (J \vee K) (H \vee O) (H \vee L) (L \vee P) (E \vee$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = ABCDEFGHJLM \vee ABCEGHKLM \vee ABCFGHIJLM \vee ABCFGHIJLN \vee ABCGHIKLM \vee$$

$$ABCGHIKLN \vee ABDEF G H K L M \vee ABDEF H J L M \vee ABDF G H I K L M \vee ABDF G H I K L N \vee$$

$$ABDF H I J L M \vee ABDF H I J L N \vee ACEGHJMP \vee ACEGHKLM P \vee ACGHIJMP \vee ACGHIJNP \vee$$

$$ACGHIKLM P \vee ACGHIKLN P \vee ADEFGHKLM P \vee ADEFHJMP \vee ADFGHIKLM P \vee$$

$$ADFGHIKLN P \vee ADFHIJMP \vee ADFHIJNP \vee BCEGHJMOP \vee BCEGHKLM O \vee$$

$$BCGHIJMOP \vee BCGHIJNOP \vee BCGHIKLM O \vee BCGHIKLN O \vee BDEFHJLMO \vee$$

$$BDEFHJMOP \vee BDFHIJLMO \vee BDFHIJLNO \vee BDFHIJMOP \vee BDFHIJNOP \vee$$

$$BEFGHJMOP \vee BEFGJLMO \vee BEFGKLM O \vee BFGHIJMOP \vee BFGHIJNOP \vee BFGIJLMO \vee$$

$$BFGIJLNO \vee BFGIKLM O \vee BFGIKLNO$$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ E \\ F \\ G \\ H \\ J \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$S_1^a = 40$$

$$S_1^b = 50$$

$$C_2 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ E \\ G \\ H \\ K \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0101X \\ 1001X \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$S_2^a = 36$$

$$S_2^b = 45$$

$$C_3 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ F \\ G \\ H \\ I \\ J \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$S_3^a = 40$$

$$S_3^b = 50$$

$$C_4 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ F \\ G \\ H \\ I \\ J \\ L \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1X101 \end{matrix} \right\}$$

$$S_4^a = 40$$

$$S_4^b = 50$$

$$C_5 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$S_5^a = 36$$

$$S_5^b = 45$$

$$C_6 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ C \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1X101 \end{matrix} \right\}$$

$$S_6^a = 36$$

$$S_6^b = 45$$

$$C_7 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ K \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0X010 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_7^a &= 40 \\ S_7^b &= 50 \end{aligned}$$

$$C_8 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ E \\ F \\ H \\ J \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0X010 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_8^a &= 36 \\ S_8^b &= 45 \end{aligned}$$

$$C_9 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_9^a &= 40 \\ S_9^b &= 50 \end{aligned}$$

$$C_{10} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1X101 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{10}^a &= 40 \\ S_{10}^b &= 50 \end{aligned}$$

$$C_{11} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ L \\ M \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{11}^a &= 36 \\ S_{11}^b &= 45 \end{aligned}$$

$$C_{12} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ L \\ N \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1X101 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{12}^a &= 36 \\ S_{12}^b &= 45 \end{aligned}$$

$$C_{13} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ H \\ J \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0101X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{13}^a &= 31 \\ S_{13}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{14} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ H \\ K \\ L \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0101X \\ 1001X \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{14}^a &= 35 \\ S_{14}^b &= 44 \end{aligned}$$

$$C_{15} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ J \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{15}^a &= 31 \\ S_{15}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{16} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ J \\ N \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1X101 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{16}^a &= 31 \\ S_{16}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{17} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{17}^a &= 35 \\ S_{17}^b &= 44 \end{aligned}$$

$$C_{18} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ N \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1X101 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{18}^a &= 35 \\ S_{18}^b &= 44 \end{aligned}$$

$$C_{19} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ K \\ L \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0X010 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{19}^a = 39$$

$$S_{19}^b = 49$$

$$C_{20} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ E \\ F \\ H \\ J \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0X010 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{20}^a = 31$$

$$S_{20}^b = 39$$

$$C_{21} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0X010 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{21}^a = 39$$

$$S_{21}^b = 49$$

$$C_{22} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ N \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0X010 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1X101 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{22}^a = 39$$

$$S_{22}^b = 49$$

$$C_{23} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ M \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{23}^a = 31$$

$$S_{23}^b = 39$$

$$C_{24} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ N \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1X101 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{24}^a = 31$$

$$S_{24}^b = 39$$

$$C_{25} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ E \\ G \\ H \\ J \\ M \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0101X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{25}^a = 34$$

$$S_{25}^b = 43$$

$$C_{26} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ E \\ G \\ H \\ K \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0101X \\ 1001X \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{26}^a = 35$$

$$S_{26}^b = 44$$

$$C_{27} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ G \\ H \\ I \\ J \\ M \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1110X \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{27}^a = 34$$

$$S_{27}^b = 43$$

$$C_{28} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ G \\ H \\ I \\ J \\ N \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1X101 \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{28}^a = 34$$

$$S_{28}^b = 43$$

$$C_{29} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{29}^a = 35$$

$$S_{29}^b = 44$$

$$C_{30} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ C \\ G \\ H \\ I \\ K \\ L \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 00X10 \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1X101 \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$S_{30}^a = 35$$

$$S_{30}^b = 44$$

$$C_{31} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ H \\ J \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0X010 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{31}^a &= 35 \\ S_{31}^b &= 44 \end{aligned}$$

$$C_{32} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ H \\ J \\ M \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0X010 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{32}^a &= 34 \\ S_{32}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{33} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{33}^a &= 35 \\ S_{33}^b &= 44 \end{aligned}$$

$$C_{34} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ L \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1X101 \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{34}^a &= 35 \\ S_{34}^b &= 44 \end{aligned}$$

$$C_{35} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ M \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1110X \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{35}^a &= 34 \\ S_{35}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{36} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ J \\ N \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0X010 \\ 0011X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1X101 \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{36}^a &= 34 \\ S_{36}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{37} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ E \\ F \\ G \\ H \\ J \\ M \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{37}^a &= 34 \\ S_{37}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{38} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ E \\ F \\ G \\ J \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 0101X \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{38}^a &= 31 \\ S_{38}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{39} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ E \\ F \\ G \\ K \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 1X000 \\ 0011X \\ 0101X \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{39}^a &= 31 \\ S_{39}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{40} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ F \\ G \\ H \\ I \\ J \\ M \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1110X \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{40}^a &= 34 \\ S_{40}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{41} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ F \\ G \\ H \\ I \\ J \\ N \\ O \\ P \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 1001X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 1X101 \\ X00X0 \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{41}^a &= 34 \\ S_{41}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{42} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ F \\ G \\ I \\ J \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{42}^a &= 31 \\ S_{42}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{43} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ F \\ G \\ I \\ J \\ L \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 01X11 \\ 10X11 \\ 1X101 \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{43}^a &= 31 \\ S_{43}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{44} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ F \\ G \\ I \\ K \\ L \\ M \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1110X \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{44}^a &= 31 \\ S_{44}^b &= 39 \end{aligned}$$

$$C_{45} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ F \\ G \\ I \\ K \\ L \\ N \\ O \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 00X01 \\ 0011X \\ 0101X \\ 11X00 \\ 0X111 \\ 10X11 \\ 1X101 \\ X00X0 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{45}^a &= 31 \\ S_{45}^b &= 39 \end{aligned}$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0101X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S^a &= 31 \\ S^b &= 39 \end{aligned}$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 x_5$$

## Минимизация булевой функции на картах Карно

### Определение МДНФ

		$x_4x_5$			
		00	01	11	10
$x_2x_3$	00	1	1		1
	01		1	1	1
	11			1	
	10			1	1
		$x_1 = 0$			

		$x_4x_5$			
		00	01	11	10
$x_2x_3$	00	d		1	1
	01		d	1	
	11	1	1		
	10	1			
		$x_1 = 1$			

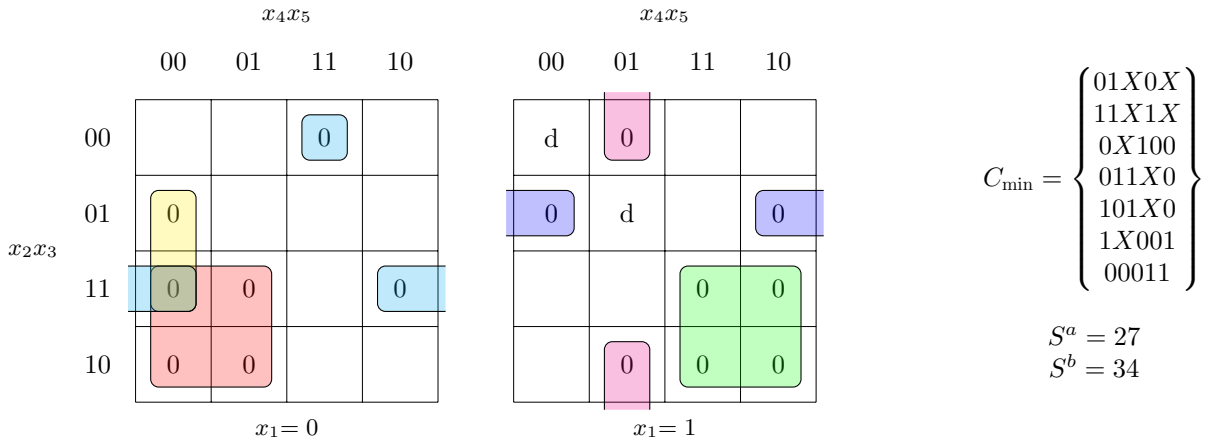
$$C_{\min} = \left\{ \begin{matrix} 0000X \\ 00X10 \\ 1X000 \\ 0101X \\ 1001X \\ 01X11 \\ 1110X \\ X01X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S^a &= 31 \\ S^b &= 39 \end{aligned}$$

$$f = \overline{x_2} x_3 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4}$$



## Определение МКНФ



$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

## Преобразование минимальных форм булевой функции

### Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_2} x_3 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} \quad S_Q = 39 \quad \tau = 2$$

Декомпозиция невозможна

$$f = \overline{x_2} (x_3 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_3} x_4) \vee x_1 \overline{x_4} (\overline{x_3} \overline{x_5} \vee x_2 x_3) \vee \overline{x_1} x_2 x_4 (\overline{x_3} \vee x_5) \quad S_Q = 35 \quad \tau = 4$$

### Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 34 \quad \tau = 2$$

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 31 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$

$$\overline{\varphi} = x_2 \vee \overline{x_4}$$

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \varphi) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{\varphi} \vee x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 31 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 31 \quad \tau = 3$$

## Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$\begin{aligned} f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 1]) &= 0 \\ f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) &= 0 \\ f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) &= 1 \\ f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) &= 1 \end{aligned}$$

## Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_2} (x_3 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_3} x_4) \vee x_1 \overline{x_4} (\overline{x_3} \overline{x_5} \vee x_2 x_3) \vee \overline{x_1} x_2 x_4 (\overline{x_3} \vee x_5) \quad (S_Q = 35, \tau = 4)$$

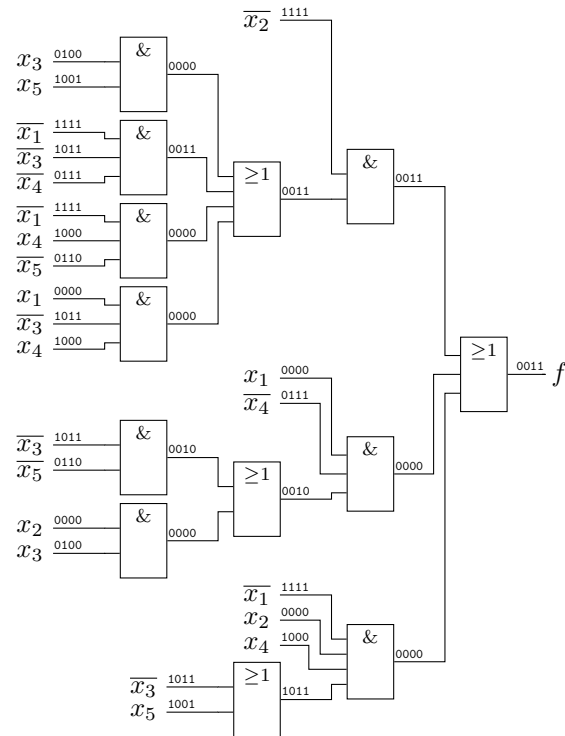
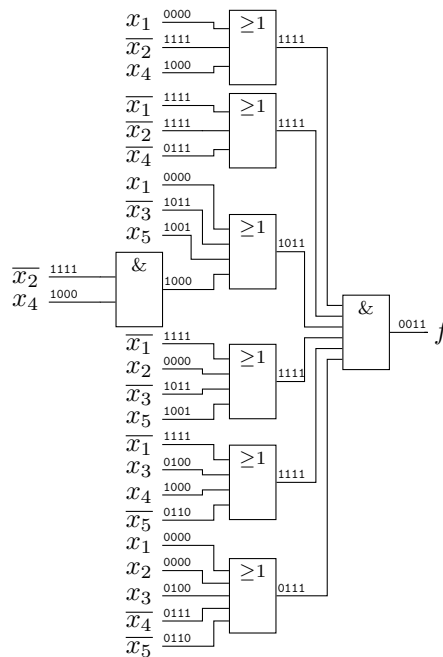


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_2} x_4) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \quad (S_Q = 31, \tau = 3)$$



## Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_2 x_3 x_5} \overline{x_1 x_2 x_4 x_3 x_5} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \overline{x_1 x_2 x_4 x_5} \overline{x_1 x_3 x_4 x_5} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4}} \quad (S_Q = 45, \tau = 6)$$

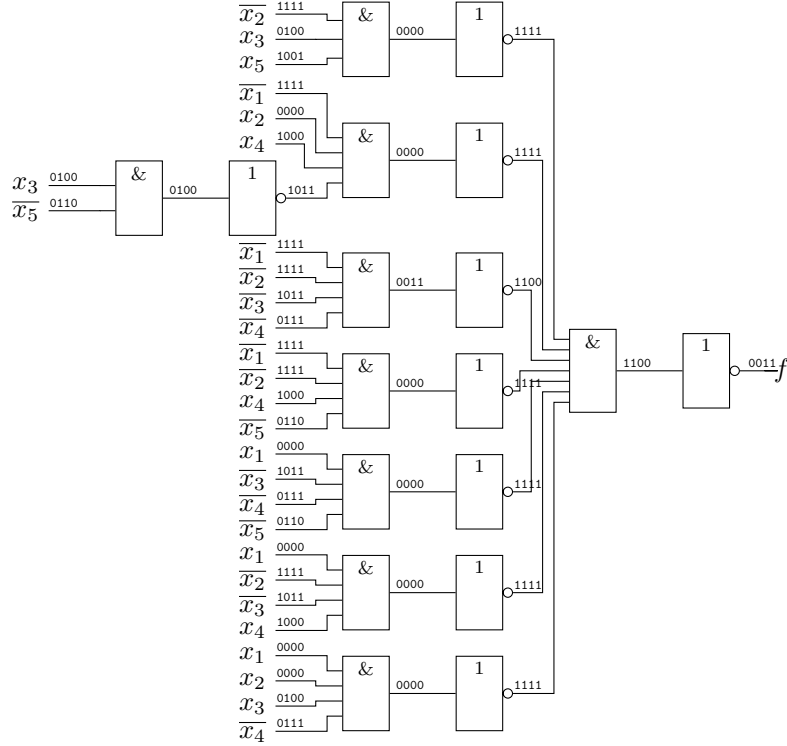
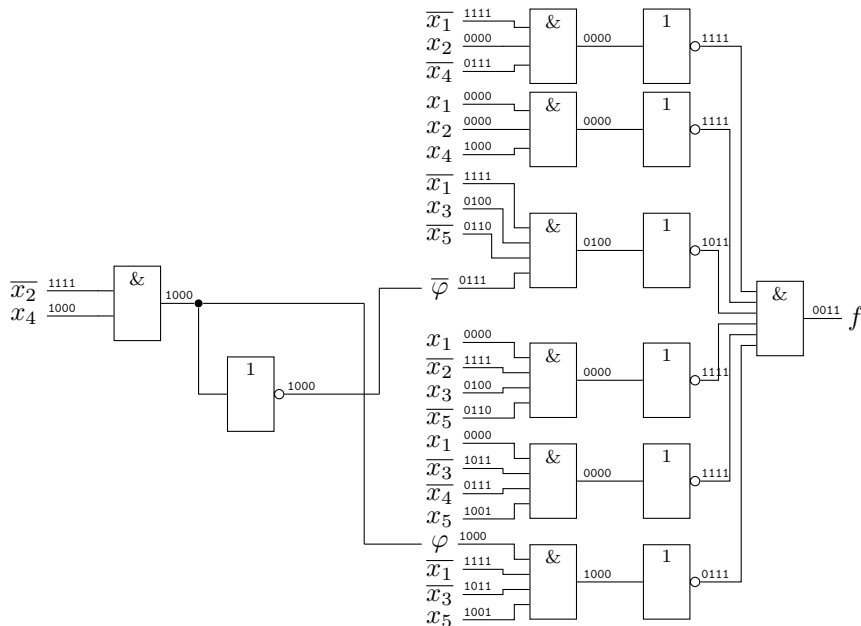


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_1 x_2 x_4} \overline{x_1 x_2 x_4} \overline{x_1 x_3 x_5} \overline{\varphi} \overline{x_1 x_2 x_3 x_5} \overline{x_1 x_3 x_4 x_5} \overline{\varphi} \overline{x_1 x_3 x_5}} \quad (S_Q = 37, \tau = 5)$$

$$\varphi = \overline{x_2} x_4$$



## Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_5} \quad (S_Q = 46, \tau = 9)$$

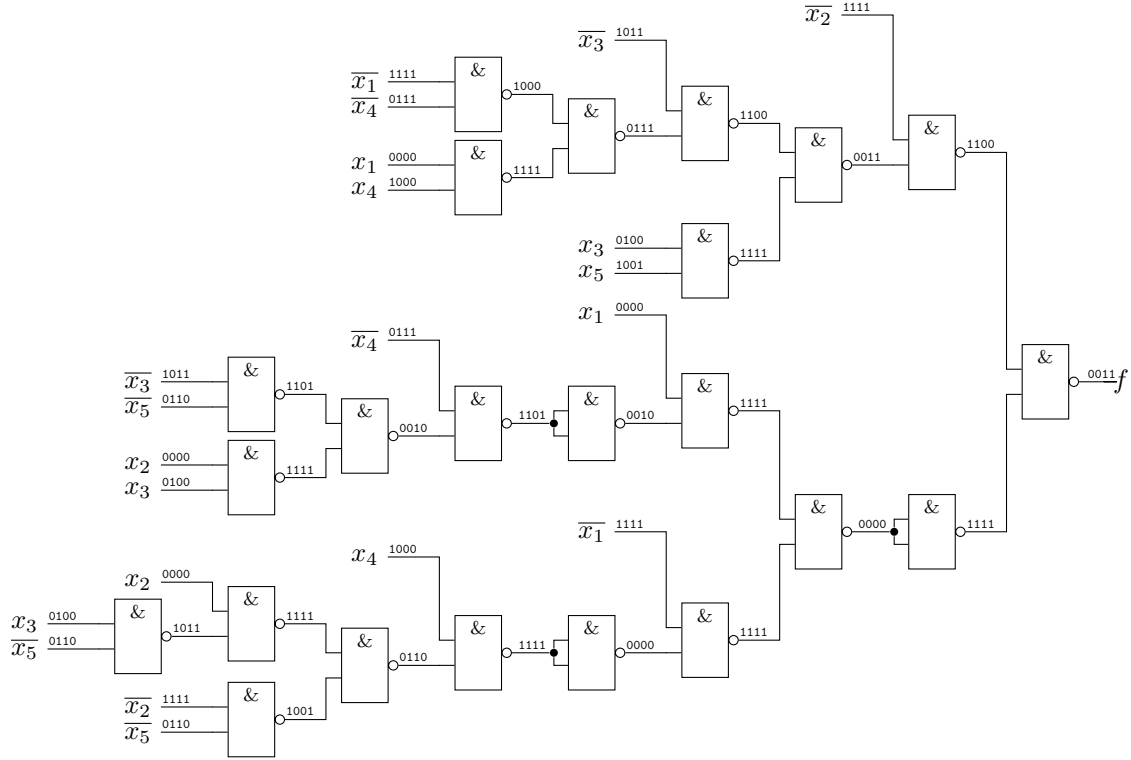


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_2} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_2} \quad (S_Q = 46, \tau = 11)$$

