

Calcolabilità e linguaggi formali

Compitino A

11 Novembre 2013

Esercizio 1

Sia $A = \{a, b\}$ un alfabeto. Definire una MdT che termina la computazione su una stringa $\alpha \in A^*$ sse $\alpha = (ab)^n$ per $n \geq 0$ (per esempio, $(ab)^0 = \epsilon$ (stringa vuota), $(ab)^1 = ab$, $(ab)^2 = abab$, $(ab)^3 = ababab$, etc).

Soluzione

Sia q_0 lo stato iniziale della MdT, q_{ciclo} uno stato di loop e q_F uno stato finale. Indichiamo con \square il carattere blank.

$q_0 bbq_{ciclo}D$

$q_0 aaq_1D$

$q_0 \square \square q_F D$

$q_1 aaq_{ciclo}D$

$q_1 bbq_0D$

$q_1 \square \square q_{ciclo}D$

$q_{ciclo}ccq_{ciclo}D$ (c un carattere qualsiasi)

Esercizio 2

Enunciare e dimostrare il teorema del parametro.

Esercizio 3

Definire un programma iterativo che calcola la seguente funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} y^2, & \text{se } x = 0 \\ y * x, & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

Si hanno a disposizione le seguenti funzioni: segno sg , segno negato \overline{sg} e prodotto $*$.

Soluzione

Sia $f = P_{1,2}^2 \wedge ((P_{1,1}^2; sg) \wedge (P_{1,1}^2; \overline{sg}) ; exp(*||0)||P_{1,1}^1 ; exp((P_{2,2}^2 \wedge P_{2,2}^2); * || 0) ; ; P_{1,1}^2$

$0, y \mapsto 0, y, 0, 1 \mapsto 0, y, 1 \mapsto y * y, 0 \mapsto y * y$

Sia $x \neq 0$ Allora $x, y \mapsto x, y, 1, 0 \mapsto x * y, 0 \mapsto x * y, 0 \mapsto x * y$

Esercizio 4

Definire un programma funzionale ricorsivo che calcola la funzione $f(x, y) = (x + y)^2 + 2x$. Specificare g, h tali che $f = REC(g, h)$. Si hanno a disposizione le seguenti funzioni: segno sg , segno negato \overline{sg} , addizione $+$ e prodotto $*$.

Soluzione

$f(x, 0) = x^2 + 2x$ e $f(x, y + 1) = (x + y + 1)^2 + 2x = (x + y)^2 + 2(x + y) + 1 + 2x = f(x, y) + 2(x + y) + 1$. Allora $g(x) = x^2 + 2$ e $h(x, y, x) = z + 2(x + y) + 1$.

Esercizio 5

Si verifichi se l'insieme $I = \{x : \{2, 3\} \subseteq dom(\phi_x)\}$ è decidibile oppure semidecidibile. Lo stesso per il complementare.

Soluzione

I rispetta le funzioni. I programmi della funzione identica sono in I , mentre i programmi della funzione vuota sono in \bar{I} . Quindi per Rice 1 I non e' decidibile e \bar{I} non e' semidecidibile. I e' semidecidibile.