

Calcolabilità e linguaggi formali

(integrazione per linguaggi formali: 3 crediti)

21 gennaio 2014

Esercizio 1

Un programma si aspetta in input una sequenza non banale di stringhe di caratteri alfabetici minuscoli oppure singoli zeri separati da una virgola. La sequenza termina con un punto e virgola.

Esempi di sequenze in input:

pinco, 0, *pallino*, 0, 0, *pallone*;

oppure

blabla;

- (a) Dare una grammatica per descrivere l'input del programma.
- (b) Classificare la grammatica data.
- (c) Classificare il linguaggio in input.
Se il linguaggio è tipo 3 (regolare), dare un'espressione regolare corrispondente o un automa finito corrispondente.
Se il linguaggio è tipo 2 (libero dal contesto), dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non è un linguaggio regolare.

Soluzione

- (a) Diamo una grammatica per l'input del programma. Le produzioni sono:
 $S \rightarrow X; |X, S$
 $X \rightarrow 0|a|\dots|z|aX|\dots|zX$
- (b) La grammatica è tipo 2.
- (c) Il linguaggio in input è tipo 3 (regolare). Infatti possiamo descriverlo con un'espressione regolare:
sia $R = 0 + (a + \dots + z)(a + \dots + z)^*$, allora il linguaggio in input è $(R,)^*R$;

Esercizio 2

Siano R, S, U espressioni regolari.

Determinare se le seguenti due espressioni regolari sono equivalenti.

Se lo sono, mostrare con tutti i passaggi come trasformarle nella stessa espressione.

Se non lo sono, esibire un controesempio, cioè una stringa contenuta in una e non nell'altra.

- (a) $(R + \epsilon^* + (S^*R^*)^* + U^*S^*)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^*$,
- (b) $((\emptyset^*S^*)^* + S^*R^* + (U^*R^*)^*)^* + (US^* + R)^*$.

Soluzione

Semplifichiamo le due espressioni per mostrare che sono equivalenti.

- (a) $(R + \epsilon^* + (S^*R^*)^* + U^*S^*)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
 $= (R + (S + R)^* + U^*S^*)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
 $= (R + S + R + U + S)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
 $= (R + S + U)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
 $= (R + S + U)^* \quad \text{perché } (RSS^* + U^*)^*U^*R^* \text{ è contenuto in } (R + S + U)^*.$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad & ((\emptyset^* S^*)^* + S^* R^* + (U^* R^*)^*)^* + (US^* + R)^* = \\
& = (S^* + S^* R^* + (U^* R^*)^*)^* + (US^* + R)^* = \\
& = (S^* + S^* R^* + (U + R)^*)^* + (US^* + R)^* = \\
& = (S + S + R + U + R)^* + (US^* + R)^* = \\
& = (S + R + U)^* + (US^* + R)^* = \\
& = (S + R + U)^* \quad \text{perché } (US^* + R)^* \text{ é contenuto in } (S + R + U)^*.
\end{aligned}$$