

Esercizi per il corso di Probabilità e Statistica

Foglio 3: Variabili aleatorie discrete

1. Un'urna contiene quattro sfere delle quali due sono contrassegnate dal numero 1, una dal 3 e una dal 4. Si estraggono senza reinserimento due sfere e sia X la variabile aleatoria che indica la somma dei numeri corrispondenti alle sfere estratte. Si determini:

- a) la funzione di probabilità di X , con relativa rappresentazione grafica;
- b) la funzione di ripartizione di X , con relativa rappresentazione grafica;
- c) la media e la moda della distribuzione di X ; [4.5, 4 e 5]
- d) la varianza di X ; [2.25]
- e) $P(X \geq 7)$ e $P(3 < X \leq 5)$. [1/6, 2/3]

2. Un'urna contiene tre palline numerate da 1 a 3. Si estraggono con reinserimento due palline e sia X la variabile aleatoria che indica la differenza in modulo dei numeri estratti. Si determini:

- a) la funzione di probabilità di X , con relativa rappresentazione grafica;
- b) la funzione di ripartizione di X , con relativa rappresentazione grafica;
- c) la media e la moda della distribuzione di X ; [8/9, 1]
- d) la varianza di X ; [0.54]
- e) $P(X \leq 2)$ e $P(2 \leq X < 5)$ [1, 2/9].

3. Si distribuiscono casualmente 2 palline in 4 contenitori e sia X = “numero di palline nel primo contenitore”.

- a) Trovare e disegnare la f. di probabilità di X ;
- b) Trovare e disegnare la f.r. di X ;
- c) Calcolare media, varianza, moda e mediana di X . [0.5, 0.375, 0, 0]

4. Un fornitore A viene usato da una ditta con probabilità $5/12$ e un fornitore B con probabilità $7/12$. Da controlli di qualità risulta che la produzione del fornitore A è difettosa con probabilità 0.005 e quella di B con probabilità 0.002.

- a) Se gli utensili forniti giungono alla ditta in lotti di 10 pezzi, calcolare la probabilità che un lotto contenga più di un utensile difettoso. [0.00056]
- b) Quante estrazioni casuali di utensili dalla dotazione dovremo effettuare in media prima di trovarne uno difettoso? [308]
- c) Qual è la probabilità che su 20 utensili dalla dotazione solo due siano difettosi? [0.001892]
- d) Sappiamo che un lotto proveniente da A contiene esattamente un utensile difettoso. Qual è la probabilità che, scelti a caso tre utensili dal lotto, nessuno di questi sia difettoso? [0.7]

5. Si lancia 4 volte una moneta e sia X = “numero di T seguite da C”.

a) Trovare e disegnare la f. di probabilità di X ;

b) Trovare e disegnare la f.r. di X ;

c) Calcolare media, varianza, moda e mediana di X . [3/4, 5/16, 1, 1]

6. Una compagnia aerea dispone di due tipi di aerei, uno da 20 e uno da 10 posti. Dato che si sa che i passeggeri che prenotano poi non si presentano con una probabilità del 10%, vengono sempre accettate 22 e 11 prenotazioni rispettivamente. Per quale dei due tipi di aereo è maggiore il rischio di lasciare a terra almeno un passeggero, in un volo in cui si è accettato il numero massimo di prenotazioni? [aereo da 20 posti]

7. Un grossista di accessori per automobili riceve le autoradio da tre ditte diverse: dalla prima arriva 1/3 delle autoradio totali, dalla seconda la metà e le rimanenti dalla terza. Le autoradio fornite dalle tre ditte hanno percentuali di difettosità diverse e rispettivamente pari al 3% per la prima ditta, al 2% per la seconda e al 5% per la terza.

i) Il primo lunedì di gennaio il grossista riceve da una delle tre ditte un lotto con 20 autoradio:

a) Qual è la probabilità che il lotto non contenga autoradio difettose? [0.575]

b) Avendo potuto constatare che nel lotto c'è almeno un'autoradio difettosa, qual è la probabilità che il lotto provenga dalla terza ditta? [0.2515]

ii) Il grossista espone le autoradio indistinguibili per ditta e una settimana dopo un piccolo rivenditore ne acquista 15:

c) Qual è la probabilità che il rivenditore non acquisti autoradio difettose? [0.6498]

d) Qual è la probabilità che vi sia esattamente un'autoradio difettosa sapendo che tra le 15 acquistate ce n'è almeno una difettosa? [0.8115]

8. Ad un casello autostradale arriva ogni ora un numero di automobili che segue una distribuzione di Poisson di parametro $\lambda = 20$. Qual è la probabilità che in un'ora arrivino non più di 7 automobili? E che il numero di macchine sia compreso fra 6 e 12 (estremi inclusi)? [0.000778, 0.03894]

9. In una località balneare la probabilità che piova in un qualunque giorno del mese di agosto è 0.05. Assumendo che vi sia indipendenza tra i vari giorni del mese, qual è la probabilità che la prima pioggia del mese si osservi il 15 agosto? E prima del 15 agosto? Dato che fino al 10 agosto non ha piovuto, qual è la probabilità che non piova fino al 25? [0.0244, 0.5166, 0.4803]

10. Si lancia una moneta che presenta testa con probabilità 0.6. Se il risultato è testa, si estraggono 4 palline con reinserimento da un'urna che contiene 6 palline bianche e 4 palline nere. Se esce croce, si estraggono dalla stessa urna 3 palline senza reinserimento. Trovare funzione di probabilità, funzione di ripartizione e valore atteso della variabile che conta il numero di palline bianche estratte nell'esperimento. [2.16]

11. Un'urna contiene 5 palline nere e 3 bianche. Si estraggono 2 palline in blocco, se ne osserva il colore e si reinseriscono nell'urna. L'esperimento viene ripetuto 10 volte. Si calcoli la probabilità che:

a) tutte le palline estratte siano dello stesso colore; [0.000034]

b) si alternino estrazioni di coppie di palline nere e di coppie di palline bianche; [1.64 10^{-7}]

c) si osservino esattamente 6 coppie di palline nere e 4 di palline bianche. [0.517 10^{-5}]

12. Una macchina produce pezzi con una percentuale di difettosità pari al 4%. Si scelgono a caso 15 pezzi dalla produzione della macchina.

a) Calcolare la probabilità che fra i 15 pezzi non ve ne sia nemmeno uno difettoso. [0.54]

b) Calcolare la probabilità che fra i 15 pezzi ve ne siano almeno 2 difettosi. [0.12]

Si supponga di sapere con certezza che in un lotto di 20 pezzi ve ne sono 4 difettosi. Un compratore acquista 8 di questi pezzi.

c) Calcolare la probabilità che fra gli 8 pezzi acquistati ve ne siano esattamente 3 difettosi. [0.14]

13. Il preside di una facoltà desidera formare una commissione con 5 dei 40 membri del Consiglio di Facoltà. La selezione avviene a caso e nel Consiglio di Facoltà vi sono 8 docenti di statistica. Si calcoli la probabilità che la commissione:

a) non contenga nessun docente di statistica; [0.31]

b) contenga almeno un docente di statistica; [0.69]

c) contenga non più di un docente di statistica. [0.74]

14. Si sa che il 4% degli alberi di un frutteto non dà frutto. Qual è la probabilità che su 200 alberi esattamente 7 non diano frutti? E che meno di 2 piante non diano frutti? [0.14, 0.003]