

Calcolabilità e linguaggi formali

(integrazione per linguaggi formali: 3 crediti)

9 gennaio 2014

Esercizio 1

Date le seguenti due grammatiche, con simboli iniziali rispettivamente S e X ,

1. $S \rightarrow ABC|FD|G$,
 $A \rightarrow aAa|D$,
 $B \rightarrow bB|\epsilon$,
 $C \rightarrow cCc|ccc$,
 $D \rightarrow d|dD$,
 $E \rightarrow eE|C$,
 $F \rightarrow FaF|bG$,
 $G \rightarrow bF|AG$.
2. $X \rightarrow 1X|XT|V|Y$,
 $Y \rightarrow 1Y1|11$,
 $T \rightarrow T0|TZ$,
 $V \rightarrow X$,
 $Z \rightarrow 1Z1|1Z|T$.

- (a) Semplificarle.
- (b) Determinare il linguaggio generato da ciascuna grammatica.
- (c) Classificare i linguaggi generati.
Se il linguaggio é tipo 3, dare un'espressione regolare corrispondente.
Se il linguaggio é tipo 2, dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio regolare.

Soluzione

- (a) 1. Eliminiamo i simboli improduttivi: $\{F, G\}$. Otteniamo:
 $S \rightarrow ABC$,
 $A \rightarrow aAa|D$,
 $B \rightarrow bB|\epsilon$,
 $C \rightarrow cCc|ccc$,
 $D \rightarrow d|dD$,
 $E \rightarrow eE|C$.
Eliminiamo i simboli irraggiungibili da S : $\{E\}$. Otteniamo:
 $S \rightarrow ABC$,
 $A \rightarrow aAa|D$,
 $B \rightarrow bB|\epsilon$,
 $C \rightarrow cCc|ccc$,
 $D \rightarrow d|dD$.

2. Eliminiamo i simboli improduttivi: $\{T, Z\}$. Otteniamo:

$$X \rightarrow 1X|V|Y,$$

$$V \rightarrow X,$$

$$Y \rightarrow 1Y1|11.$$

Applichiamo unfold di V in $X \rightarrow V$ ed eliminiamo V che diventa irraggiungibile da X :

$$X \rightarrow 1X|X|Y,$$

$$Y \rightarrow 1Y1|11.$$

Eliminiamo la catena $X \rightarrow X$ che é ridondante:

$$X \rightarrow 1X|Y,$$

$$Y \rightarrow 1Y1|11.$$

- (b) Il linguaggio generato dalla prima grammatica é:

$$L_1 = \{a^n d^m a^n b^k c^{3+2l} | n, k, l \geq 0 \text{ e } m > 0\}$$

Il linguaggio generato dalla seconda grammatica é:

$$L_2 = \{1^n | n \geq 2\}$$

- (c) L_1 é tipo 2.

Dimostriamo con il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio tipo 3.

Per ogni n naturale, consideriamo la stringa $x = a^n d a^n c^3$, x appartiene ad L e $|x| \geq n$.

Ogni scomposizione di x in tre parti, $x = uvw$, con $|uv| \leq n$ e $|v| = r \geq 1$ é tale che v é in a^+ , quindi pompando i volte v , con $i = 0$, otteniamo $uw = a^{n-r} d a^n c^3$ che non appartiene ad L . CVD

L_2 é tipo 3 e corrisponde all'espressione regolare: 111^* .

Esercizio 2

- Dare la definizione formale di automa finito deterministico.
- Illustrare la definizione data con un esempio.