

Calcolabilità e linguaggi formali

4 Settembre 2013

Domanda 1

- (a) Dare una grammatica per ciascuno dei seguenti linguaggi:

$$L_1 = \{(a^n a)^m b a^k : k \geq 0, n > 1, 1 < m < 4\};$$

$$L_2 = \{a^n (a^m b) a^k : k \geq 0, n = 2, m = k\}.$$

- (b) Determinare il tipo della grammatica data nella classificazione di Chomsky.
- (c) Determinare il tipo del linguaggio. Se il linguaggio è di tipo 3, dare un'espressione regolare o un automa finito corrispondente. Se il linguaggio è di tipo 2 dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non è un linguaggio regolare.

Soluzione

- (a) Semplifichiamo la descrizione di L_1 .

$$\begin{aligned} L_1 &= \{(a^n a)^m b a^k : k \geq 0, n > 1, 1 < m < 4\} = \\ &= \{(a^{n+1})^m b a^k : k \geq 0, n > 1, m \in \{2, 3\}\} = \\ &= \{a^{2(n+1)} b a^k : k \geq 0, n > 1\} + \{a^{3(n+1)} b a^k : k \geq 0, n > 1\} = \\ &= \{a^{2h} b a^k : k \geq 0, h > 2\} + \{a^{3h} b a^k : k \geq 0, h > 2\}. \end{aligned}$$

Diamo una grammatica per L_1 . Le produzioni sono:

$$S \rightarrow AbB|CbB, A \rightarrow aaA|a^6, B \rightarrow aB|\epsilon, C \rightarrow aaaC|a^9.$$

Semplifichiamo la descrizione di L_2 .

$$L_2 = \{a^n (a^m b) a^k : m, k \geq 0, n = 2, m = k\} = \{aaa^m b a^m : m \geq 0\}.$$

Diamo una grammatica per L_2 . Le produzioni sono:

$$S \rightarrow aaX, X \rightarrow aXa|b.$$

- (b) Entrambe le grammatiche sono libere da contesto (tipo 2).

- (c) L_1 è un linguaggio regolare (tipo 3).

Una espressione regolare corrispondente è la seguente:

$$a^6(aa)^*ba^* + a^9(aaa)^*ba^*.$$

L_2 è un linguaggio libero da contesto (tipo 2).

Applichiamo il pumping lemma tipo 3 per dimostrare che non è un linguaggio regolare.

Per ogni n naturale, consideriamo la stringa $x = a^{n+2}ba^n$, x appartiene ad L e $|x| \geq n$.

Ogni scomposizione di x in tre parti, $x = uvw$, con $|uv| \leq n$ e $|v| = r \geq 1$ è tale che v è in a^+ , quindi pompando i volte v , con $i = 0$, otteniamo $uw = a^{n+2-r}ba^n$ che non appartiene ad L . CVD

Domanda 2

- (a) Definire induttivamente le espressioni regolari (*suggerimento: sono necessari 6 casi*).
- (b) Associare un automa finito ad ogni caso della definizione induttiva di espressione regolare