

Probabilità e Statistica

27 maggio 2013

AVVERTENZE:

1. La prova dura 2 ore.
2. E' ammesso il solo utilizzo delle tavole presenti nel sito del corso.
3. Alla fine della prova si dovranno consegnare SOLO i fogli con il testo del compito e le soluzioni riportate in modo sintetico negli appositi spazi. NON si accetteranno fogli di brutta copia.
4. Il compito è considerato insufficiente se vi sono meno di 6 risposte esatte ai quesiti a risposta multipla.

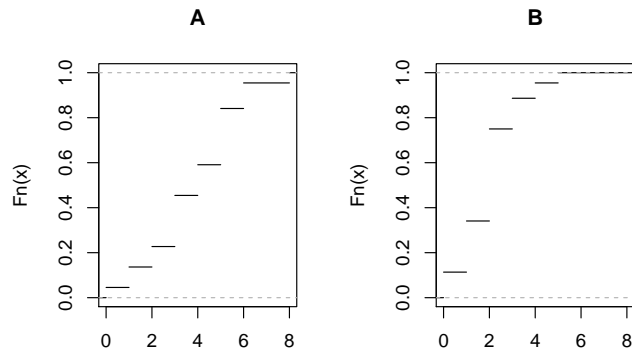
COGNOME NOME MATRICOLA

Quesiti a risposta multipla

1. Se in una tabella di frequenza per una variabile numerica con più di una modalità le frequenze assolute sono tutte uguali, allora
 - A la varianza può essere zero
 - B la media può essere zero
 - C lo scarto interquartile non è calcolabile
2. La funzione di ripartizione è sempre
 - A non negativa
 - B pari a uno
 - C strettamente crescente
3. Se A e B sono incompatibili allora necessariamente
 - A sono indipendenti
 - B $\Pr(A \cap B) = 0$
 - C $\Pr(A \cup B) = 1$
4. Se due v.c., $X \sim \text{Bernoulli}(0.1)$ e $Y \sim \text{Bernoulli}(0.6)$, sono stocasticamente indipendenti, allora:
 - A $P(X = 1|Y = 0) = 0.6$
 - B $P(X = 1|Y = 0) = 0.06$
 - C $P(X = 1|Y = 0) = 0.1$
5. Per una variabile aleatoria discreta Y a valori in $\{1, 2, 3\}$ quale delle seguenti espressioni è falsa?
 - A $\Pr(Y < 2) = \Pr(Y = 1)$
 - B $\Pr(Y \leq 3.1) = 1$
 - C $\Pr(Y < 1) > 0$

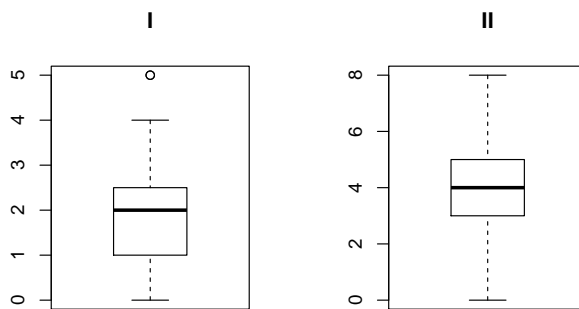
6. Se Y_1, \dots, Y_n sono variabili casuali indipendenti, tutte di media μ e varianza σ^2 e n è sufficientemente grande, allora
- A $\sum_i Y_i$ ha distribuzione $\mathcal{N}(n\mu, \sigma^2)$
 - B \bar{Y} ha distribuzione $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2/n)$
 - C \bar{Y} ha distribuzione approssimata $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2/n)$
7. Un possibile risultato del comando `rbinom(4, 4, 0.2)` è
- A 1 3 0 0
 - B 3 -1 2 0
 - C 0.4096 0.1536 0.0256 0.0016
8. Si associ al comando `ppois(3, 2)` il corrispondente risultato
- A 3
 - B 0.1804
 - C 0.8571
9. La moda di una variabile statistica si può calcolare
- A sempre
 - B solo per variabili quantitative
 - C per variabili quantitative e per variabili qualitative ordinali
10. Se la covarianza tra due v.c. X e Y è zero, allora necessariamente
- A le due v.c. sono indipendenti
 - B $\mathbb{E}(X|Y = y) = \mathbb{E}(X), \forall y$
 - C le due v.c. sono incorrelate

1. È stato rilevato il numero settimanale di automobili assemblate in due filiali (A e B) di un'azienda nell'arco di un anno (44 settimane lavorative). Per ogni filiale vengono rappresentate le rispettive funzioni di ripartizione empiriche.



Si chiede di:

- chiarire quali sono le unità statistiche, la numerosità della popolazione e le variabili rilevate;
- associare ai seguenti diagrammi a scatola e baffi (I e II) le rispettive funzioni di ripartizione empiriche;



- completare la seguente tabella:

	A	B
Minimo
Mediana
Massimo
Scarto interquartile

- Sulla base di quanto osservato, quale delle due filiali risulta più efficiente?

2. La lunghezza in millimetri delle barre di metallo prodotte da una ditta ha distribuzione normale con media $\mu = 495$ e varianza $\sigma^2 = 9$. Per contratto la lunghezza deve essere pari a 500mm, a meno di un margine di errore $\epsilon = 6mm$.
- (a) Si calcoli la probabilità che una barra sia conforme alle specifiche richieste.
 - (b) Qual è la probabilità che su 10 barre scelte a caso dalla produzione meno di 2 siano non conformi?

3. Siano X e Y due variabili casuali con densità congiunta $f(x, y) = k1_{(0,y)}(x)1_{(0,1)}(y)$.
- (a) Si determini la costante di normalizzazione k .
 - (b) Si calcolino le densità marginali di X e Y .
 - (c) È vero che $E(XY) = E(X)E(Y)$?
 - (d) Si calcolino densità e valore atteso di X condizionato a $Y = 0.5$.
 - (e) Si calcoli $\Pr(X + Y < 0.5)$.

4. Si scriva una funzione di R che approssimi usando un metodo Monte Carlo il seguente integrale:

$$\int_0^1 e^{-x} dx.$$

Si scriva l'enunciato e si dimostri l'importante teorema del calcolo delle probabilità su cui si basano i metodi Monte Carlo.