ASD - NP-COMPLETI 30.4.14

PROBLEMA =

istanza $\xrightarrow{\text{INPUT}}$ $\boxed{\text{ALGORITMO}}$ $\xrightarrow{\text{OUTPUT}}$ soluzione?

$\mathcal{I}$ = istanze
S = soluzioni

$P \subseteq \mathcal{I} \times S$

Un problema è una relazione tra istanze e soluzioni (~ sottoinsieme del prodotto cartesiano di istanze e relazioni)

Un algoritmo risolve un problema se dato in input un'istanza restituisce una soluzione

PROBLEMI

- INDECIDIBILI (Non si può risolvere sempre, non abbiamo sicurezza che l'alg. funz. sempre)
- DECIDIBILI (Se $\exists$ algoritmo che lo risolve in tempo finito)

PROBLEMA DELL'ALT (fermata)

INDECIDIBILE

Alg. → $\boxed{\text{ALGORITMO ALT}}$ ← dato

→ { YES se A si ferma quando riceve d; NO altrimenti }

L'algoritmo di Alt simula il comportamento dell'algoritmo in ingresso, per questo è indecidibile

NON TRATTIAMO GLI INDECIDIBILI, TRATTIAMO I DECIDIBILI

PROBLEMI
- INDECIDIBILI
- DECIDIBILI
  - TRATTABILI
  - INTRATTABILI

EFFICIENZA (~TRATTABILITÀ) ha a che fare con la polinomialità. Un problema è trattabile se esiste un algoritmo con complessità $O(n^k)$

" INTRATTABILE: $O(2^n)$ oppure esponenziale $O(k^n)$

PROBLEMI DECISIONALI: Bisogna rispondere a una certa domanda binaria (sì oppure NO)
Per esempio il problema della clique (≠ alg. clique max)

PROBLEMI DI OTTIMIZZAZIONE: Minimizzare / Massimizzare una funzione data

CLIQUE (= decisionale)

G, k → $\boxed{\text{A-CLIQUE}}$ → { YES / NO }

Istanze: grafi G non orientati; interi
Soluzioni: YES/NO

MAX-CLIQUE (= ottimizzazione)

Istanze: grafi G non orientati Soluzione: clique massima

MAX-CLIQUE(G) $O(n^r)$ dove r=costante

```
Clique (G,k)
    C ← MaxClique(G)
    if |C| ≥ k then
        return TRUE
    else
        return FALSE
```

$P = \{ P \mid P$ è un problema decisionale risolvibile in tempo polinomiale $\}$

$NP = \{ P \mid P$ è un problema decisionale verificabile in tempo polinomiale $\}$

```
VERIFY-CLIQUE (G,k,C)
    if |C| < k then
        return FALSE
    else if IS_A-CLIQUE(C) then return TRUE
    else return FALSE
```

GRAFO HAMILTONIANO

$G=(V,E)$ n.o.

Ciclo Hamiltoniano ≡ ciclo che passa attraverso tutti i vertici di G.

```
VERIFY-GH (G,p)
    if p è un ciclo then return TRUE
    else return FALSE
```

1) $P \subseteq NP$?
2) $NP \subseteq P$?
3) $NP \cap P = \emptyset$? X
4) $NP \cap P \neq \emptyset$? X