Probabilità e Statistica

21 gennaio 2013

AVVERTENZE:

1. **La prova dura 2 ore.**
2. **E' ammesso il solo utilizzo delle tavole presenti nel sito del corso.**
3. **Alla fine della prova si dovranno consegnare SOLO i fogli con il testo del compito e le soluzioni riportate in modo sintetico negli appositi spazi. NON si accetteranno fogli di brutta copia.**
4. **Il compito è considerato insufficiente se vi sono meno di 6 risposte esatte ai quesiti a risposta multipla.**

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA ....

Quesiti a risposta multipla

1. Se $X_1, \dots X_n$ sono v.a. indipendenti e identicamente distribuite, allora

   A $\bar{X}_n$ ha distribuzione approssimatamente normale

   B $\bar{X}_n$ ha distribuzione normale standard

   C $\bar{X}_n$ ha distribuzione normale standard se le X_i, $i = 1, \dots, n$, sono normali standard

2. Si associ al comando `qexp(0.5, 2)` il corrispondente risultato:

   A -1.660

   B 0.3466

   C 0.5

3. Se due v.a. $X \sim$ Bernoulli(0.1) e $Y \sim$ Bernoulli(0.2) sono indipendenti, allora:

   A $P(X = 1 \cap Y = 0) = 0.08$

   B $P(X = 1) = P(Y = 1)$

   C $P(Y = 1|X = 0) = 0.8$

4. Quale comando si utilizza in R per calcolare $P(X > 2.3)$ se $X \sim \mathrm{P}oisson(\lambda = 3)$?

   A `1- dpois(2.3, 3)`

   B `1- qpois(3, 2.3)`

   C `1- ppois(2.3, 3)`

5. Se due v.a. X e Y sono indipendenti

   A $\mathbb{V}ar(X - 2Y) = \mathbb{V}ar(X) - 4\mathbb{V}ar(Y)$

   B $\mathbb{V}ar(2X + Y) = 2\mathbb{V}ar(X) + \mathbb{V}ar(Y)$

   C $\mathbb{V}ar(2X - Y) = 4\mathbb{V}ar(X) + \mathbb{V}ar(Y)$

6. Se per una variabile quantitativa lo scarto interquartile è zero, allora

   A la media aritmetica coincide con la mediana
   B la mediana coincide con il terzo quartile
   C tutte le frequenze assolute sono uguali a zero

7. La funzione di ripartizione di una v.a. continua non è mai

   A decrescente
   B non negativa
   C pari a zero

8. Quale delle seguenti espressioni è sempre zero?

   A $n \sum_{i=1}^{n} y_i - \overline{y}$
   B $\sum_{i=1}^{n} y_i - \overline{y}$
   C $\sum_{i=1}^{n} y_i/n - \overline{y}$

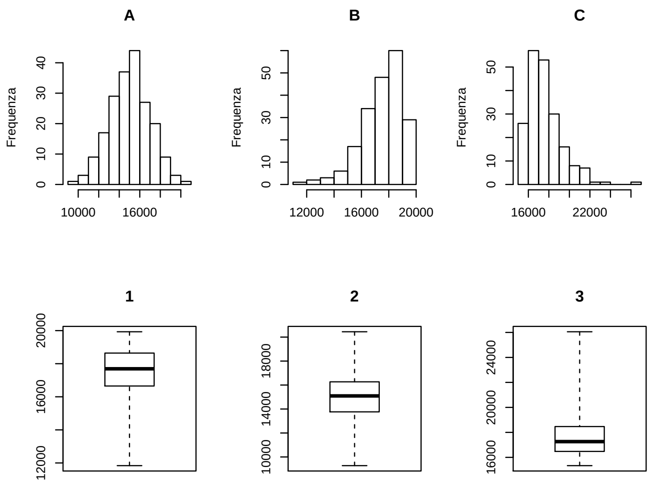
9. Se la successione di variabili casuali $X_n,\ n = 1, 2, \ldots$ converge in probabilità a X allora:

   A $\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 1\ \forall\ \varepsilon > 0$
   B $\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| < \varepsilon) = 1\ \forall\ \varepsilon > 0$
   C $\lim_{n\to\infty} E(X_n) = E(X)$

10. Se due eventi A e B sono incompatibili, allora

   A $P(A|B) = 0$
   B $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
   C $P(B|A) = P(A)$

1. È stato rilevato il reddito su un campione di 200 neolaureati alla loro prima assunzione. I grafici seguenti rappresentano tre possibili distribuzioni della variabile in esame. Viene riportato sia l'istogramma che il boxplot.



   (a) Dire quali sono le unità statistiche e qual è la variabile rilevata.
   (b) Associate a ciascun istogramma il corrispondente boxplot.
   (c) Secondo la distribuzione A, qual è la percentuale di neolaureati con un reddito superiore a 14000?

2. Una certa confezione di burro pesa in media 250 grammi. Supponendo che il peso delle confezioni sia ben descritto da una variabile casuale normale e che la varianza sia pari a 0.662,

   (a) qual è la probabilità di produrre una confezione con un peso inferiore a 248 grammi?

   (b) Qual è la probabilità che in uno scatolone di 20 confezioni ve ne siano più di 18 con peso superiore a 248 grammi?

   (c) Una confezione è giudicata non vendibile se contiene meno di 245 grammi di burro. Supponendo ora che il peso delle confezioni sia distribuito come una variabile casuale normale di media 250 e che una confezione sia non vendibile con probabilità 0.003, quale dovrà essere la varianza del peso delle confezioni di burro?

3. Siano X e Y due variabili casuali discrete. Si considerino le funzione di probabilità:

x	$p_X(x)$
0	1/6
1	2/6
2	3/6

y	$p_{Y\|X}(y\|x) \quad (x = 0, 1, 2)$
1	$\frac{1}{2}x$
2	$1 - \frac{1}{2}x$

(a) Calcolare la funzione di probabilità congiunta di X e Y.

(b) È vero che $E(XY) = E(X)E(Y)$?

(c) Calcolare il valore atteso di X condizionato a $Y = 2$.

(d) Calcolare $\Pr(X/Y < 0.5)$.

4. Si scriva una funzione di R che approssimi usando un metodo Monte Carlo il seguente integrale:

$$\int_0^1 e^x dx.$$

Si scriva l'enunciato e si dimostri l'importante teorema del calcolo delle probabilità su cui si basano i metodi Monte Carlo.