Algoritmi e Strutture Dati & Laboratorio di Algoritmi e Programmazione

– Appello del 14 Giugno 2005 –

Esercizio 1 (ASD)

1. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera giustificando la risposta.
   (a) $\lg n = O(n^2)$
   (b) $n^2 = O(\lg n)$
   (c) $n^2 = O(n \lg n)$
   (d) Nessuna delle precedenti risposte è esatta.
2. Un algoritmo di tipo divide et impera per risolvere un problema di dimensione n lo decompone in 3 sottoproblemi di dimensione $(n/3)$ ciascuno, e ricombina le loro soluzioni con un procedimento la cui complessità asintotica è lineare. Qual è la complessità asintotica dell' algoritmo? Giustificare la risposta.

Esercizio 2 (ASD)

Qual è la complessità dell'algoritmo di cancellazione di una chiave in una coda con priorità di n elementi realizzata con un max-heap binario? Dire quale delle seguenti risposte è esatta. Giustificare la risposta.

(a) O(n) nel caso peggiore

(b) O(log n) nel caso peggiore

(c) O(n log n) nel caso peggiore

(d) O(log n) nel caso medio ed O(n) nel caso peggiore

Esercizio 3 (ASD)

Disegnare un albero R/B che contiene le chiavi: 28,23,15,7,24,2,9,18,37,3,10

Esercizio 4 (ASD)

Si consideri il seguente algoritmo scritto nello pseudo codice:

```
test
    i ← 2
    while (i ≤ n) and (T[i] ≤ T[parent(i)])
        do i ← i+1
    return (i=n+1)
```

e si dimostri, utilizzando la tecnica dell'invariante, che l'algoritmo restituisce **true** se e solo se l'array T contiene un max-heap.

Esercizio 5 (ASD e Laboratorio)

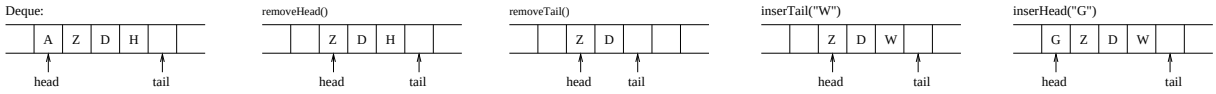
1. **(ASD)** Scrivere lo pseudo codice di un algoritmo che calcola il numero di nodi che hanno piú di un figlio in un albero generale rappresentato utilizzando gli attributi: key, child, sibling.
2. **(LABORATORIO)** Si consideri il package *Trees* visto durante il corso e relativo agli alberi generali. Si vuole aggiungere alla classe *GenTree* il seguente metodo, che ritorna il numero di nodi dell'albero che sono figli unici (cioé non hanno fratelli).

```
// post: ritorna il numero di nodi dell'albero che sono figli unici
//       NB: si assume che la radice, se diversa da null, sia figlio unico
public int contaFigliUnici() {...}
```

Si richiede di completare l'implementazione del metodo usando la ricorsione.

Esercizio 6 (Laboratorio)

La struttura dati *Deque* è simile ad una coda in cui però è possibile inserire e rimuovere dati sia dalla testa (*head*) che dalla coda (*tail*). Nella figura che segue sono riportati alcuni esempi di rimozione e inserimento in una *Deque*.



Si vuole realizzare la struttura dati *Deque* utilizzando un array circolare. Si richiede quindi di contribuire all'implementazione della seguente classe scrivendo i metodi *Deque*, *isEmpty*, *Tail*, *insertHead* e *removeTail*, gestendo l'array D in modo circolare.

```
public class Deque {
    private static final int MAX=100;   // dimensione massima della deque
    private Object[] D;                 // la deque
    private int head;                   // puntatore alla testa
    private int tail;                   // puntatore alla coda
    private int numel;                  // totale elementi nella deque

    // post: costruisce una deque vuota
    public Deque() {...}

    // post: ritorna true sse la deque e' vuota
    public boolean isEmpty() {...}

    // post: ritorna true sse la deque e' piena
    public boolean isFull() {...}

    // pre: deque non vuota
    // post: ritorna il valore dell'elemento puntato da head
    public Object Head() {...}

    // pre: deque non vuota
    // post: ritorna il valore dell'elemento puntato da tail
    public Object Tail() {...}

    // pre: value non nullo
    // post: inserisce in deque (parte tail)
    public void insertTail(Object ob) {...}

    // pre: deque non vuota
    // post: ritorna e rimuove l'elemento puntato da head
    public Object removeHead() {...}

    // pre: value non nullo
    // post: inserisce in deque (parte head)
    public void insertHead(Object ob) {...}

    // pre: deque non vuota
    // post: ritorna e rimuove l'elemento puntato da tail
    public Object removeTail() {...}
}
```

```
********************** CLASSE TreeNode  ********************************************************
package Trees;
class TreeNode {
    Object key;       // valore associato al nodo
    TreeNode parent;    // padre del nodo
    TreeNode child;      // figlio sinistro del nodo
    TreeNode sibling;     // fratello destro del nodo

    // post: ritorna un albero di un solo nodo, con valore value e sottoalberi sinistro e destro vuoti
    TreeNode(Object ob) {
        key = ob;
        parent = child = sibling = null;
    }

    // post: ritorna un albero contenente value e i sottoalberi specificati
    TreeNode(Object ob, TreeNode parent, TreeNode child, TreeNode sibling) {
        key = ob;
        this.parent = parent;
        this.child = child;
        this.sibling = sibling;
    }
}
********************** CLASSE GenTree  *********************************************************
package Trees;
import Utility.*;
public class GenTree implements Tree{
    private TreeNode root;      // radice dell'albero
    private int count;           // numero di nodi dell'albero
    private TreeNode cursor;    // riferimento al nodo corrente

    // post: costruisce un albero vuoto
    public GenTree() {
        root = cursor = null;
        count = 0;
    }
    ...
    ...
 }
```