
Valutazione delle Prestazioni

Misure per le Prestazioni

T = durata del ciclo di clock [*secondi*]

F = numero cicli di clock al secondo [*hertz*]

$$F = 1 / T$$

$$T = 1 / F$$

Exe_Time_X = tempo di esecuzione (CPU) di un programma sulla macchina X (*execution time*)

$Perf_X$ = $1 / Exe_Time_X$ [*programmi/secondi*]
prestazioni della macchina X (*performance*)

$Speedup$ = $Perf_X / Perf_Y = Exe_Time_Y / Exe_Time_X$
(quanto la macchina X è più veloce della macchina Y)

Misure per le Prestazioni

num. cicli = numero dei cicli di clock per eseguire un programma

$$Exe_Time_X = num.\ cicli \cdot T = num.\ cicli / F$$

IC = numero di istruzioni del programma (*Instruction Count*)

CPI = numero medio di cicli per istruzione (*Cycles Per Instruction*)

$$num.\ cicli = IC \cdot CPI$$

$$Exe_Time_X = IC \cdot CPI \cdot T = IC \cdot CPI / F$$

MIPS = milioni di istruzioni per secondo

$$\begin{aligned} &= IC / (Exe_Time_X \cdot 10^6) = \\ &= IC / ((IC \cdot CPI / F) \cdot 10^6) = \\ &= F / (CPI \cdot 10^6) \end{aligned}$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 1

Si considerino due diverse implementazioni, $M1$ ed $M2$, dello stesso set di istruzioni, suddivise in quattro classi (A, B, C, D).

Classe $M1$: CPI $M2$: CPI

A 1 2 $M1$: 500 MHz

B 2 2

C 3 4 $M2$: 750 MHz

D 4 4

Velocità di picco: velocità massima con cui viene eseguita una sequenza di istruzioni scelta appositamente (in modo da massimizzare la velocità).

1. Quali sono le prestazioni massime (velocità di picco) di $M1$ ed $M2$ espresse in *numero di istruzioni al secondo (MIPS)*?

$$MIPS = F / (CPI \cdot 10^6) \quad \Rightarrow \quad IPS = F / CPI$$

$M1 \Rightarrow$ istruzioni di tipo A

$$IPS_{M1} = 500 \cdot 10^6$$

$M2 \Rightarrow$ istruzioni miste A, B

$$IPS_{M2} = 750 \cdot 10^6 / 2 = 375 \cdot 10^6$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 1 (cont.)

<i>Classe</i>	<i>M1: CPI</i>	<i>M2: CPI</i>	
<i>A</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>M1: 500 MHz</i>
<i>B</i>	<i>2</i>	<i>2</i>	
<i>C</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>M2: 750 MHz</i>
<i>D</i>	<i>4</i>	<i>4</i>	

Si supponga ora una equa suddivisione tra le differenti classi di istruzioni.

2. Qual è la macchina più veloce? Calcolare lo speedup.

$$Exe_Time_X = IC \cdot CPI / F$$

$$\begin{aligned} CPI_{M1} &= (1+2+3+4) / 4 = 10/4 = 2.5 & CPI_{M2} &= (2+2+4+4) / 4 = 12/4 = 3 \\ Exe_Time_{M1} &= (IC \cdot 2.5) / (500 \cdot 10^6) & Exe_Time_{M2} &= (IC \cdot 3) / (750 \cdot 10^6) \\ &= IC / (200 \cdot 10^6) & &= IC / (250 \cdot 10^6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Speedup &= Perf_{M2} / Perf_{M1} = Exe_Time_{M1} / Exe_Time_{M2} = \\ &= (IC / (200 \cdot 10^6)) / (IC / (250 \cdot 10^6)) = 1.25 \end{aligned}$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 1 (cont.)

<i>Classe</i>	<i>M1: CPI</i>	<i>M2: CPI</i>	
<i>A</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>M1: 500 MHz</i>
<i>B</i>	<i>2</i>	<i>2</i>	
<i>C</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>M2: 750 MHz</i>
<i>D</i>	<i>4</i>	<i>4</i>	

Si assuma ancora un'equa suddivisione tra le diverse classi di istruzioni.

3. Per quale frequenza M1 avrebbe le stesse prestazioni di M2?

Le due macchine offrono le stesse prestazioni quando $Speedup = 1$, quindi:

$$Speedup = Perf_{M2} / Perf_{M1} = Exe_Time_{M1} / Exe_Time_{M2} = 1$$

$$[(IC \cdot 2.5) / X] / [(IC \cdot 3) / (750 \cdot 10^6)] = 1$$

$$X = (2.5 \cdot 750 \cdot 10^6) / 3 = 625 \text{ MHz}$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 2

Si consideri una *macchina* M , provvista di un *compilatore* C . Si assuma che le prestazioni (performance) definite sulla base di un *programma* P fissato, siano

$$Perf_{MC} = 100 \text{ programmi/sec}$$

Si considerino ora due possibili ottimizzazioni:

1. *ottimizzazione dell'hardware*: nuova macchina M^* con lo stesso compilatore C . Allora M^* riduce il CPI del 10% (rispetto al valore relativo all'esecuzione di P sulla macchina originale) e aumenta del 30% la frequenza di clock.
2. *ottimizzazione del software*: nuovo compilatore C^* su M riduce il numero di istruzioni eseguite del 20% rispetto al caso originale.

Verificare quanto le due ottimizzazioni in questione migliorano le prestazioni rispetto al caso originale, calcolando esplicitamente prestazioni e tempi di esecuzione.

Valutazione Prestazioni : Esercizio 2 (cont.)

Soluzione :

Tempi di esecuzione: Exe_Time_{XY} sulla macchina X con compilatore Y

$$Exe_Time_{MC} = IC_C \cdot CPI_M / F_M = 1/Perf_{MC} = 1/100 = 0.01 \text{ s.}$$

$$\begin{aligned} Exe_Time_{M^*C} &= IC_C \cdot CPI_{M^*} / F_{M^*} = IC_C \cdot (CPI_M \cdot 0.9) / (1.3 \cdot F_M) = \\ &= 9/13 \cdot Exe_Time_{MC} = 0.007 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Exe_Time_{MC^*} &= IC_{C^*} \cdot CPI_M / F_M = (0.8 \cdot IC_C) \cdot CPI_M / F_M = \\ &= 0.8 \cdot Exe_Time_{MC} = 0.008 \text{ s} \end{aligned}$$

Speedup:

$$\begin{aligned} Speedup_{M^*C} &= Exe_Time_{MC} / Exe_Time_{M^*C} = \\ &= Exe_Time_{MC} / (9/13 \cdot Exe_Time_{MC}) = 13/9 = 1.44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Speedup_{MC^*} &= Exe_Time_{MC} / Exe_Time_{MC^*} = \\ &= Exe_Time_{MC} / (0.8 \cdot Exe_Time_{MC}) = 10/8 = 1.25 \end{aligned}$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 2 (cont.)

Performance:

$$Perf_{MC} = F_M / (IC_C \cdot CPI_M) = 100$$

$$Perf_{M^*C} = 1.3 F_M / (IC_C \cdot CPI_M \cdot 0.9) = 1.3/0.9 \cdot Perf_{MC} = 144$$

$$Perf_{MC^*} = F_M / (0.8 \cdot IC_C \cdot CPI_M) = 1/0.8 \cdot Perf_{MC} = 125$$

Tempi di esecuzione:

$$Exe_Time_{MC} = 1 / Perf_{MC} = 0.01 \text{ s}$$

$$Exe_Time_{M^*C} = 1 / Perf_{M^*C} = 1/144 = 0.007 \text{ s.}$$

$$Exe_Time_{MC^*} = 1 / Perf_{MC^*} = 1/125 = 0.008 \text{ s.}$$

Speedup:

$$Speedup_{M^*C} = Perf_{M^*C} / Perf_{MC} = 144/100 = 1.44$$

$$Speedup_{MC^*} = Perf_{MC^*} / Perf_{MC} = 125/100 = 1.25$$

Valutazione Prestazioni : Legge di Amdahl

La *legge di Amdahl* individua un limite superiore al miglioramento delle prestazioni realizzabile tramite ottimizzazioni (cioè un limite per lo *speedup*).

Siano

$1/s \cdot Exe_Time_X$ = frazione di Exe_Time_X non influenzata dalle ottimizzazioni

$(1 - 1/s) \cdot Exe_Time_X$ = frazione di Exe_Time_X ridotta tramite ottimizzazioni

n = fattore di miglioramento

$$Opt_Time_X = (1/s \cdot Exe_Time_X) + [(1 - 1/s) \cdot Exe_Time_X] / n$$

↓ grande fattore di ottimizzazione

$$Opt_Time_X \cong 1/s \cdot Exe_Time_X \qquad \text{speedup} \cong s$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 3

Si supponga di aver migliorato una macchina in modo che tutte le operazioni in *virgola mobile* risultino 5 volte più veloci.

Si verifichi l'andamento dello *speedup* determinato dall'introduzione della modifica menzionata.

- a. Si assuma che prima del miglioramento il tempo di esecuzione di un dato benchmark sia di 10s. Quale sarà lo speedup nel caso in cui metà dei 10s siano impiegati per l'esecuzione delle operazioni in virgola mobile?
- b. Uno dei benchmark viene eseguito in 100 sec. dal vecchio hardware: che peso nell'esecuzione del programma devono avere le operazioni in virgola mobile perché sia possibile ottenere uno speedup complessivo pari a 3?

Valutazione Prestazioni : Esercizio 3 (cont.)

Soluzione:

$$Exe_Time_{after} = (1/s \cdot Exe_Time_{before}) + [(1 - 1/s) \cdot Exe_Time_{before}] / n$$

$$\begin{aligned} \text{a) } Exe_Time_{after} &= 1/2 \cdot 10 + (1 - 1/2) \cdot 10/5 \\ &= 5 + 10 / (2 \cdot 5) = 5 + 1 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Speedup &= Perf_{after} / Perf_{before} \\ &= Exe_Time_{before} / Exe_Time_{after} \\ &= 10/6 = 1.667 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } Speedup &= Exe_Time_{before} / Exe_Time_{after} = 3 \\ Exe_Time_{after} &= (X \cdot Exe_Time_{before}) / 5 + (1 - X) \cdot Exe_Time_{before} \\ &= (X/5 + 1 - X) \cdot Exe_Time_{before} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Speedup &= Exe_Time_{before} / Exe_Time_{after} = 1 / (X/5 + 1 - X) = 3 \\ \Rightarrow 3 - (12/5) \cdot X &= 1 \Rightarrow (12/5) \cdot X = 2 \Rightarrow X = 10/12 = 5/6 \end{aligned}$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 4

Si considerino due diverse implementazioni, $M1$ ed $M2$, dello stesso set di istruzioni, partizionato in tre classi A , B , C :

<i>Classe</i>	<i>$M1$: CPI</i>	<i>$M2$: CPI</i>	<i>Utilizzo $C1$</i>	<i>Utilizzo $C2$</i>	<i>Utilizzo $C3$</i>
A	4	2	30%	30%	50%
B	6	4	50%	20%	30%
C	8	3	20%	50%	20%

- $M1$ ha una frequenza di clock pari a 400 MHz
- $M2$ ha una frequenza di clock pari a 200 Mhz
- $C1$ è un compilatore sviluppato dai produttori di $M1$
- $C2$ è un compilatore sviluppato dai produttori di $M2$
- $C3$ è un compilatore sviluppato da un terzo costruttore.

Si supponga che il codice prodotto dai tre compilatori per uno stesso programma preveda un ugual numero di istruzioni, ma una diversa distribuzione nelle varie classi come riportato in tabella.

Valutazione Prestazioni : Esercizio 4 (cont.)

<i>Classe</i>	<i>M1: CPI</i>	<i>M2: CPI</i>	<i>Utilizzo C1</i>	<i>Utilizzo C2</i>	<i>Utilizzo C3</i>
<i>A</i>	4	2	30%	30%	50%
<i>B</i>	6	4	50%	20%	30%
<i>C</i>	8	3	20%	50%	20%

M1: 400 MHz M2 : 200 MHz

1. Usando C1 su M1 e M2, di quanto M1 è più veloce di M2?
2. Usando C2 su M1 e M2, di quanto M2 è più veloce di M1?
3. Se si acquista M1, quale dei tre compilatori conviene usare?
4. Se si acquista M2, quale dei tre compilatori conviene usare?
5. Quale macchina è il miglior acquisto, supponendo che tutti gli altri criteri siano identici, compreso il prezzo?

Valutazione Prestazioni : Esercizio 4 (cont.)

Soluzione:

1. Usando *C1* su *M1* e *M2*, di quanto *M1* è più veloce di *M2*?

Classe	<i>M1</i> : CPI	<i>M2</i> : CPI	Utilizzo <i>C1</i>	Utilizzo <i>C2</i>	Utilizzo <i>C3</i>
<i>A</i>	4	2	30%	30%	50%
<i>B</i>	6	4	50%	20%	30%
<i>C</i>	8	3	20%	50%	20%

Con il compilatore *C1*:

$$CPI_{M1} = 4 \cdot 0.3 + 6 \cdot 0.5 + 8 \cdot 0.2 = 1.2 + 3 + 1.6 = 5.8$$

$$CPI_{M2} = 2 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.2 = 0.6 + 2 + 0.6 = 3.2$$

ricordando che $Exe_Time = IC \cdot CPI / F \dots$

$$\begin{aligned} Speedup &= Perf_{M1} / Perf_{M2} = Exe_Time_{M2} / Exe_Time_{M1} = \\ &= ((IC \cdot 3.2) / (200 \cdot 10^6)) \cdot ((400 \cdot 10^6) / (IC \cdot 5.8)) = 1.10 \end{aligned}$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 4 (cont.)

2. Usando C2 su M1 e M2, di quanto M2 è più veloce di M1?

Classe	M1: CPI	M2: CPI	Utilizzo C1	Utilizzo C2	Utilizzo C3
A	4	2	30%	30%	50%
B	6	4	50%	20%	30%
C	8	3	20%	50%	20%

Con il compilatore C2:

$$CPI_{M1} = 4 \cdot 0.3 + 6 \cdot 0.2 + 8 \cdot 0.5 = 1.2 + 1.2 + 4 = 6.4$$

$$CPI_{M2} = 2 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.2 + 3 \cdot 0.5 = 0.6 + 0.8 + 1.5 = 2.9$$

ricordando che $Exe_Time = IC \cdot CPI / F \dots$

$$\begin{aligned} Speedup &= Perf_{M2} / Perf_{M1} = Exe_Time_{M1} / Exe_Time_{M2} = \\ &= ((IC \cdot 6.4) / (400 \cdot 10^6)) \cdot ((200 \cdot 10^6) / (IC \cdot 2.9)) = 6.4 / 2.9 = 2.21 \end{aligned}$$

Valutazione Prestazioni : Esercizio 4 (cont.)

3. Se si acquista $M1$, quale dei tre compilatori conviene usare?
4. Se si acquista $M2$, quale dei tre compilatori conviene usare?
5. Quale macchina è il miglior acquisto, supponendo che tutti gli altri criteri siano identici, compreso il prezzo?

<i>Classe</i>	<i>M1: CPI</i>	<i>M2: CPI</i>	<i>Utilizzo C1</i>	<i>Utilizzo C2</i>	<i>Utilizzo C3</i>
<i>A</i>	4	2	30%	30%	50%
<i>B</i>	6	4	50%	20%	30%
<i>C</i>	8	3	20%	50%	20%

Utilizzando il compilatore $C3$:

$$CPI_{M1} = 4 \cdot 0.5 + 6 \cdot 0.3 + 8 \cdot 0.2 = 2 + 1.8 + 1.6 = 5.4$$

$$CPI_{M2} = 2 \cdot 0.5 + 4 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.2 = 1 + 1.2 + 0.6 = 2.8$$

I due CPI sono minori rispetto ai casi precedenti.

Quindi $C3$ conviene sia per $M1$ che per $M2$

$$Speedup = Perf_{M1} / Perf_{M2} = ((2.8 \cdot IC) / (200 \cdot 10^6)) \cdot ((400 \cdot 10^6) / (5.4 \cdot IC)) = 1.04$$

Cioè $M1$ è la macchina da acquistare.

Valutazione Prestazioni : Esercizio 5

Considerare due macchine $M1$ (a 300MHz) ed $M2$ (a 450 Mhz) con le seguenti caratteristiche (rispetto a compilatori prefissati):

<i>Classe</i>	<i>$M1$: CPI</i>	<i>distrib.</i>
<i>A</i>	<i>1</i>	<i>40%</i>
<i>B</i>	<i>2</i>	<i>30%</i>
<i>C</i>	<i>3</i>	<i>20%</i>
<i>D</i>	<i>4</i>	<i>10%</i>

<i>Classe</i>	<i>$M2$: CPI</i>	<i>distrib.</i>
<i>A</i>	<i>1</i>	<i>40%</i>
<i>B</i>	<i>2</i>	<i>60%</i>

Sapendo che, per uno stesso programma, in media il codice prodotto per $M2$ prevede il doppio di istruzioni rispetto a quello prodotto per $M1$, stabilire:

1. Quale macchina è migliore?
2. Se si usa un nuovo compilatore su $M2$ che riduce di $1/3$ il numero delle operazioni di tipo B , cosa succede alle prestazioni?

Valutazione Prestazioni : Esercizio 5 (cont.)

Soluzione:

1. Quale macchina è migliore?

<i>Classe</i>	<i>M1: CPI</i>	<i>distrib.</i>	<i>Classe</i>	<i>M2 : CPI</i>	<i>distrib.</i>
<i>A</i>	<i>1</i>	<i>40%</i>	<i>A</i>	<i>1</i>	<i>40%</i>
<i>B</i>	<i>2</i>	<i>30%</i>	<i>B</i>	<i>2</i>	<i>60%</i>
<i>C</i>	<i>3</i>	<i>20%</i>			
<i>D</i>	<i>4</i>	<i>10%</i>			

$$IC_{M2} = 2 \cdot IC_{M1}$$

$$CPI_{M1} = 1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.2 + 4 \cdot 0.1 = 2$$

$$CPI_{M2} = 1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 0.6 = 1.6$$

$$\begin{aligned} Speedup &= Perf_{M2} / Perf_{M1} = Exe_Time_{M1} / Exe_Time_{M2} = \\ &= (IC_{M1} \cdot CPI_{M1} / F_{M1}) \cdot (F_{M2} / (IC_{M2} \cdot CPI_{M2})) = \\ &= (IC_{M1} \cdot 2 / (300 \cdot 10^6)) \cdot (450 \cdot 10^6 / (2 \cdot IC_{M1} \cdot 1.6)) = 0.9375 \end{aligned}$$

La macchina *M1* è migliore.

Valutazione Prestazioni : Esercizio 5 (cont.)

Soluzione esercizio 5 (continua):

2. Se si usasse un nuovo compilatore su $M2$ che riduce di $1/3$ il numero delle operazioni di tipo B , cosa succederebbe alle prestazioni?

<i>Classe</i>	<i>M1: CPI</i>	<i>distrib.</i>	<i>Classe</i>	<i>M2 : CPI</i>	<i>distrib.</i>
A	1	40%	A	1	40%
B	2	30%	B	2	60%
C	3	20%			
D	4	10%			

$$CPI_{M^*} = (1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 2/3 \cdot 0.6) / (0.4 + 2/3 \cdot 0.6) = 1.2/0.8 = 1.5$$

ATTENZIONE: abbiamo normalizzato rispetto ai nuovi pesi!

$$IC_{M^*} = (0.4 + 2/3 \cdot 0.6) \cdot IC_{M2} = 0.8 \cdot 2 \cdot IC_{M1} = 1.6 \cdot IC_{M1}$$

$$\begin{aligned} Speedup &= Exe_Time_{M1} / Exe_Time_{M^*} = \\ &= (IC_{M1} \cdot 2 / (300 \cdot 10^6)) \cdot (450 \cdot 10^6 / (1.5 \cdot IC_{M1} \cdot 1.6)) = 1.25 \end{aligned}$$