

Esercizi per il corso di Probabilità e Statistica

Foglio 8: Uso di R

1. Quale comando si utilizza in R per calcolare $P(X > 3.3)$ nei seguenti casi:

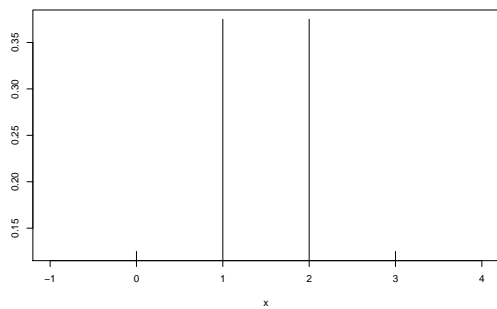
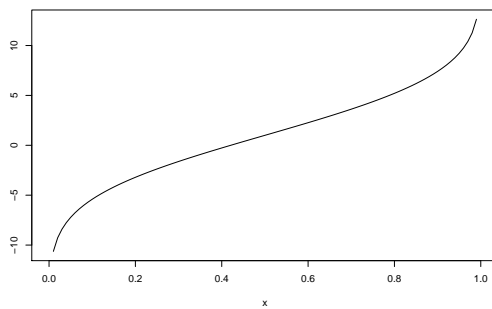
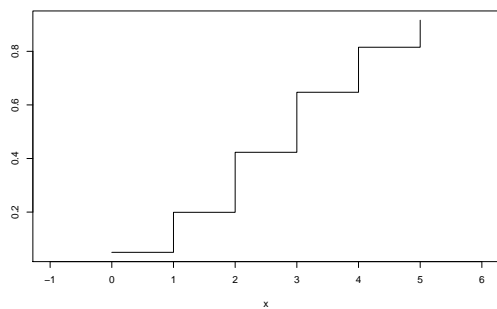
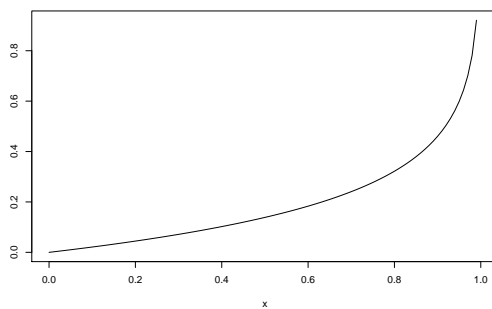
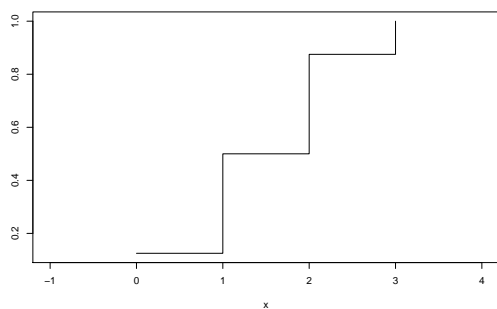
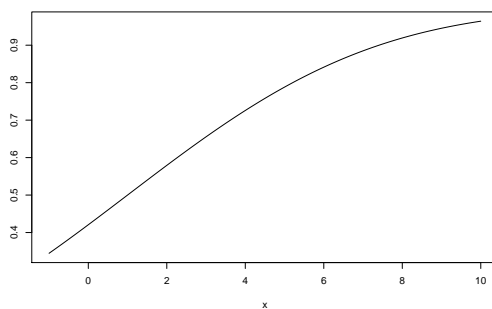
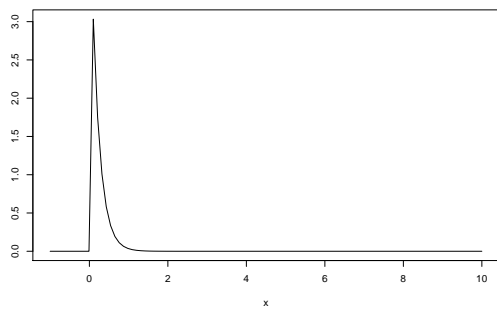
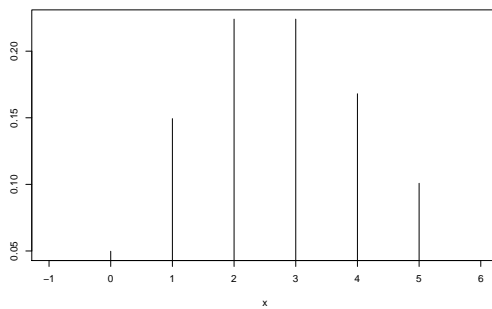
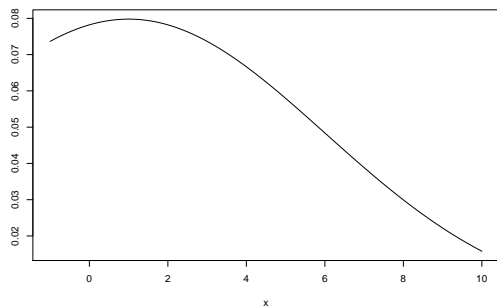
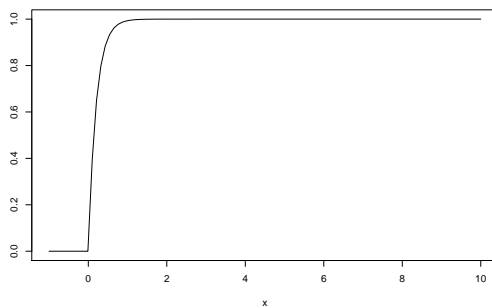
- (a) $X \sim N(\mu = 2, \sigma^2 = 2)$
- (b) $X \sim \text{Exp}(\lambda = 3)$
- (c) $X \sim U(2, 4)$
- (d) $X \sim \text{Bi}(n = 10, p = 0.3)$
- (e) $X \sim P(\lambda = 7)$

2. Quale comando si utilizza in R per calcolare il valore x tale che $P(X > x) = 0.65$, quando:

- (a) $X \sim N(\mu = 2, \sigma^2 = 2)$
- (b) $X \sim \text{Exp}(\lambda = 3)$
- (c) $X \sim U(2, 4)$
- (d) $X \sim \text{Bi}(n = 10, p = 0.3)$
- (e) $X \sim P(\lambda = 7)$

3. Si associ ai seguenti comandi il corrispondente risultato:

- (a) `curve(dexp(x,5),xlim=c(-1,10))`
- (b) `curve(pexp(x,5),xlim=c(-1,10))`
- (c) `curve(qexp(x,5),xlim=c(0,1))`
- (d) `curve(dnorm(x,1,5),xlim=c(-1,10))`
- (e) `curve(pnorm(x,1,5),xlim=c(-1,10))`
- (f) `curve(qnorm(x,1,5),xlim=c(0,1))`
- (g) `plot(0:3,dbinom(0:3,3,0.5),xlim=c(-1,4),type='h')`
- (h) `plot(0:3,pbinom(0:3,3,0.5),xlim=c(-1,4),type='s')`
- (i) `plot(0:5,dpois(0:5,3),xlim=c(-1,6),type='h')`
- (j) `plot(0:5,ppois(0:5,3),xlim=c(-1,6),type='s')`

A**B****C****D****E****F****G****H****I****J**

4. Si associ ai seguenti comandi il corrispondente risultato:

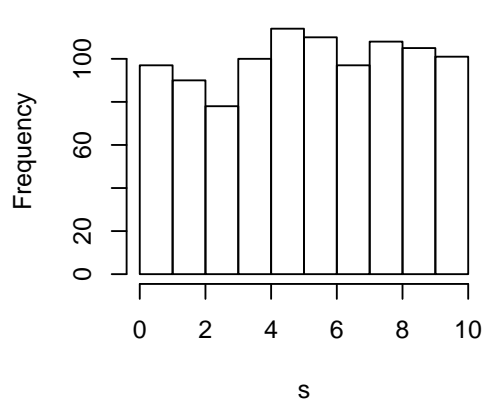
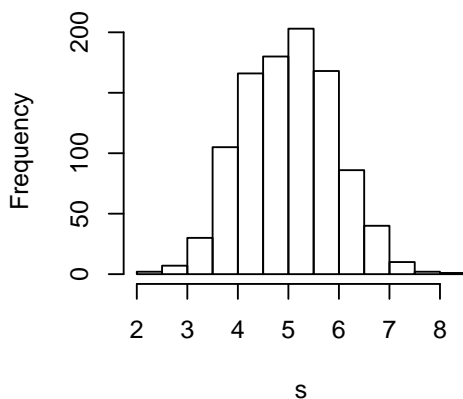
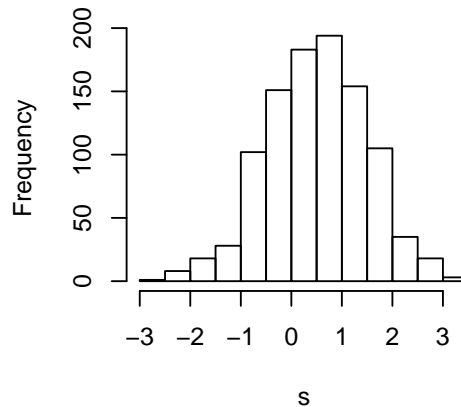
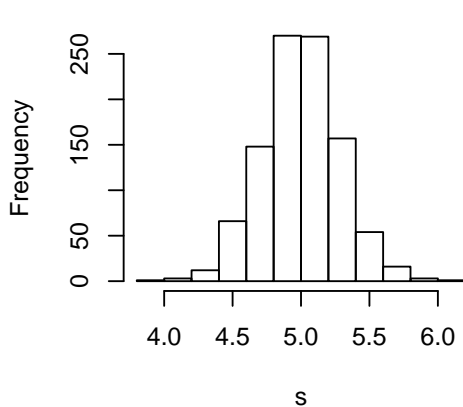
- (a) `dexp(1:3,5)`
 - (b) `pexp(1:3,5)`
 - (c) `qexp(0.5,5)`
 - (d) `rexp(2,5)`
 - (e) `dnorm(0,1,5)`
 - (f) `pnorm(0,1,5)`
 - (g) `qnorm(0.3,1,5)`
 - (h) `dbinom(0:3,3,0.5)`
 - (i) `pbinom(0:3,3,0.5)`
 - (j) `dpois(0:5,3)`
 - (k) `ppois(0:5,3)`
- (A) [1] 0.125 0.375 0.375 0.125
- (B) [1] -1.622
- (C) [1] 0.993 1.000 1.000
- (D) [1] 0.050 0.149 0.224 0.224 0.168 0.101
- (E) [1] 0.078
- (F) [1] 0.034 0.000 0.000
- (G) [1] 0.421
- (H) [1] 0.139
- (I) [1] 0.125 0.500 0.875 1.000
- (J) [1] 0.050 0.199 0.423 0.647 0.815 0.916
- (K) [1] 0.000 0.261

5. Si scriva una funzione di R che approssimi, utilizzando la simulazione di valori casuali, le seguenti quantità:

- (a) `pexp(4,5)`
- (b) `qexp(0.5,5)`
- (c) `pnorm(0,1,5)`
- (d) `qnorm(0.3,1,5)`
- (e) `dbinom(3,3,0.5)`
- (f) `pbinom(3,3,0.5)`
- (g) `dpois(5,3)`
- (h) `ppois(5,3)`

Si scriva l'enunciato e si dimostri l'importante teorema del calcolo delle probabilità che si è utilizzato sopra.

6. Sia $S = \sum_{i=1}^{10} X_i$ con $X_i \sim U(0, 1)$. Si scriva una funzione di R che generi 1000 valori casuali dalla distribuzione di S e ne disegni l'istogramma. Si scelga fra i seguenti, l'istogramma che ci si aspetta di osservare, giustificando opportunamente la scelta.



7. Si spieghi il metodo di inversione per la generazione di valori casuali da una distribuzione, applicandolo alla distribuzione esponenziale. Si enunci e si dimostri il risultato teorico di calcolo delle probabilità che giustifica il metodo di inversione.
8. Si scriva una funzione di R che approssimi, usando un metodo Monte Carlo, il seguente integrale:

(a) $\int_0^1 \sin(x) dx$

(b) $\int_0^1 \exp\{-x^2/2\} dx$

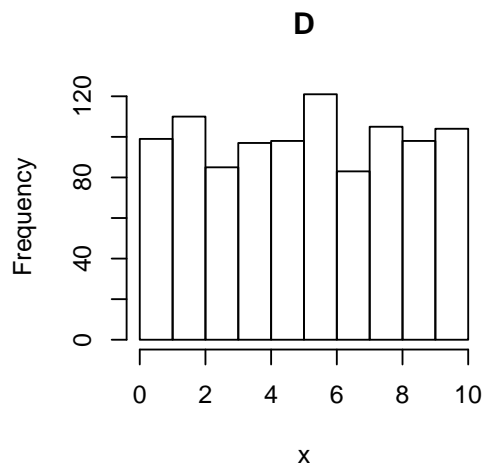
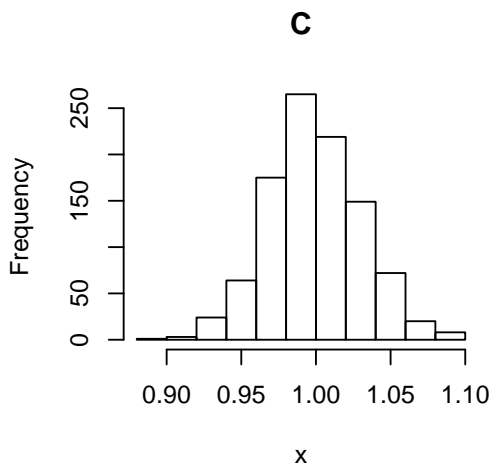
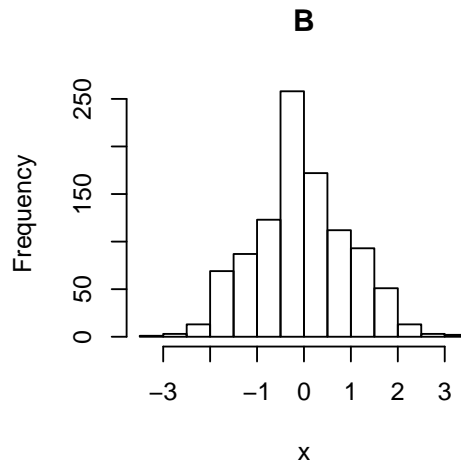
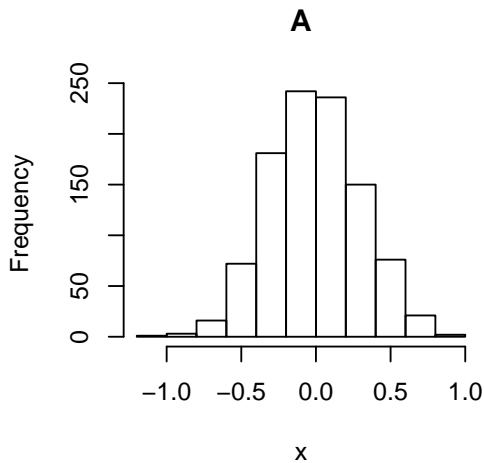
(c) $\int_0^1 -x^2 dx$

(d) $\int_0^1 \exp\{x\} dx$

Si scriva l'enunciato e si dimostri l'importante teorema del calcolo delle probabilità su cui si basano i metodi Monte Carlo.

9. Si scelga fra i seguenti istogrammi quello generato dal comando

- (a) `hist(rpois(1000, 1000)/1000)`
- (b) `hist((rbinom(1000, 100, 0.3)-30)/sqrt(21))`
- (c) `hist(runif(1000, 0, 10))`
- (d) `hist(rnorm(1000, 0, 1/sqrt(10)))`



10. Si scriva una funzione di R che simuli un esperimento nei seguenti passi:

- (a) si lancia di un dado equilibrato 100 volte (usando il comando `sample()`);
- (b) si calcola la media dei 100 valori ottenuti;
- (c) si ripetono i passi precedenti per 1000 volte;
- (d) si fa un istogramma dei 1000 valori ottenuti per la media.

Che forma ci si aspetta abbia l'istogramma? Quale importante teorema del calcolo delle probabilità dobbiamo usare per rispondere alla domanda precedente?