

Calcolabilità e linguaggi formali

21 Maggio 2013

Esercizio 4

Data la seguente grammatica

$S \rightarrow AC|B|C,$
 $A \rightarrow aCa|DE,$
 $B \rightarrow aB|aD,$
 $C \rightarrow bCb|bb,$
 $D \rightarrow aDb|bDa,$
 $E \rightarrow a|bb,$
 $F \rightarrow b|aFa.$

- (a) Semplificare la grammatica e determinare il linguaggio generato;
- (b) Classificarlo. Se il linguaggio é tipo 3, dare un'espressione regolare corrispondente. Se il linguaggio é tipo 2, dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio regolare.

Soluzione

Per prima cosa semplifichiamo la grammatica.

Eliminiamo i simboli improduttivi, $\{D, B\}$:

$S \rightarrow AC|C,$
 $A \rightarrow aCa,$
 $C \rightarrow bCb|bb,$
 $E \rightarrow a|bb,$
 $F \rightarrow b|aFa.$

Quindi eliminiamo i simboli irraggiungibili, $\{E, F\}$:

$S \rightarrow AC|C,$
 $A \rightarrow aCa,$
 $C \rightarrow bCb|bb.$

- (a) Il linguaggio generato é:

$$L = \{ab^{2n}ab^{2k} | n, k \geq 1\} \cup \{b^{2m} | m \geq 1\} = abb(bb)^*abb(bb)^* + bb(bb)^* = (abb(bb)^*a + \epsilon)bb(bb)^*$$

- (b) É un linguaggio regolare (tipo 3), come si vede dal punto (a).

Esercizio 5

Siano R, S, U espressioni regolari.

Semplificare le seguenti espressioni regolari, mostrando tutti i passaggi di semplificazione.

- (a) $(R\epsilon^* + (S^*R^* + R^*S^*))^* + (RSS + U^*)(U^* + R^*)^*$
- (b) $(\emptyset U + S^*)S^* + S^*R^* + (U^*R^*)^{**} + (US^* + R)^*$

Soluzione

- (a)
$$\begin{aligned} & (R\epsilon^* + (S^*R^* + R^*S^*))^* + (RSS + U^*)(U^* + R^*)^* = \\ & = (R + S^*R^* + R^*S^*)^* + (RSS + U^*)(U + R)^* = \\ & = (R + S + R + R + S)^* + (RSS + U)^*(U + R)^* = \\ & = (R + S)^* + (RSS + U)^*(U + R)^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad & (\emptyset U + S^*)S^* + S^*R^* + (U^*R^*)^{**} + (US^* + R)^* = \\
& = (\emptyset + S^*)S^* + S^*R^* + (U^*R^*)^* + (US^* + R)^* = \\
& = (S^*)S^* + S^*R^* + (U + R)^* + (US^* + R)^* = \\
& = S^* + S^*R^* + (U + R)^* + (US^* + R)^* = \\
& = S^*R^* + (U + R)^* + (US^* + R)^* = \text{perché } S^* \subset S^*R^* \\
& = S^*R^* + (US^* + R)^* \quad \text{perché } (U + R)^* \subset (US^* + R)^*
\end{aligned}$$