ESERCIZIO M8

Il ristorante Poison assume camerieri giornalmente, sulla base delle prenotazioni del giorno precedente e di dati stagionali. In particolare, il sabato sera sono stati prenotati i seguenti tavoli:

7 tavoli	15 coperti ognuno
4 tavoli	8 coperti ognuno
11 tavoli	2 coperti ognuno

Sono a disposizione camerieri di 4 tipi, diversificati sulla base della paga giornaliera e del numero di prenotati che possono (ciascun cameriere) gestire contemporaneamente (un cameriere esperto gestisce più persone ed è pagato di più):

	paga (Euro/g)	client per cameriere
6 camerieri tipo 1	130	9
10 camerieri tipo 2	100	7
15 camerieri tipo 3	70	5

Si formuli un problema di PL che consenta di soddisfare la richiesta di camerieri del ristorante, minimizzando i costi.

SOLUZIONE

Come visto a lezione il primo passo per la creazione di un modello di PL consiste nello scegliere opportunamente le variabili del modello. Nel nostro caso una possibile scelta delle variabili e del relativo modello è la seguente:

$x_{i,j}$ = numero di camerieri del tipo i-simo ($i = 1, 2, 3$) assegnati a tavoli del tipo j-simo ($j = 1, 2, 3$)

$$
\boxed{
\begin{array}{l}
\min\ 130(x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3}) + 100(x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3}) + 70(x_{3,1} + x_{3,2} + x_{3,3}) \\
\qquad 9x_{1,1} + 7x_{2,1} + 5x_{3,1} \geq 7 \cdot 15 \\
\qquad 9x_{1,2} + 7x_{2,2} + 5x_{3,2} \geq 4 \cdot 8 \\
\qquad 9x_{1,3} + 7x_{2,3} + 5x_{3,3} \geq 11 \cdot 2 \\
\qquad x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} \leq 6 \\
\qquad x_{2,1} + x_{2,2} + 5x_{2,3} \leq 10 \\
\qquad x_{3,1} + x_{3,2} + x_{3,3} \leq 15 \\
\qquad x_{i,j} \geq 0, \quad \text{intere} \qquad i, j = 1, 2, 3
\end{array}
}
$$

ESERCIZIO M9

Una mensa per alunni in età scolare deve produrre un hamburger specifico, da inserire nella dieta giornaliera dei bambini. L'hamburger deve avere un peso di 100 g e si deve ottenere mediante la miscelazione di 3 carni diverse, ognuna delle quali ha il seguente tenore di proteine, grassi, sali minerali e sale:

	proteine (% in peso)	grassi (% in peso)	sali minerali (% in peso)	sale (% in peso)
carne di pollo	22	11	0,5	1
carne di manzo	19	14	0,3	0,7
carne di maiale	20	16	0,6	0,6

È richiesto che l'hamburger ottenuto contenga almeno il 20% di proteine, al più il 14% di grassi, almeno lo 0,45% di sali minerali ed al più lo 0,8% di sale. Inoltre, 100 g dei tre tipi di carne costano rispettivamente 0,5 Euro, 0,4 Euro e 0,35 Euro. Infine, non è possibile usare in ogni hamburger più del 45% di ciascun tipo di carne. Si costruisca un modello di PL che consenta di capire la miscela di carni da usare, minimizzando i costi.

SOLUZIONE

Come visto a lezione il primo passo per la creazione di un modello di PL consiste nello scegliere opportunamente le variabili del modello. Nel nostro caso una possibile scelta delle variabili e del relativo modello è la seguente:

$$x_i = \text{percentuale di carne del tipo } i\text{-simo } (i = 1, 2, 3) \text{ per produrre un hamburger}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}
\min\ 0,5x_1 + 0,4x_2 + 0,35x_3 \\
\quad x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\
\quad x_i \leq 0,45 \qquad i = 1, 2, 3 \\
\quad 22x_1 + 19x_2 + 20x_3 \geq 20 \\
\quad 11x_1 + 14x_2 + 16x_3 \leq 14 \\
\quad 0,5x_1 + 0,3x_2 + 0,6x_3 \geq 0,45 \\
\quad 1x_1 + 0,7x_2 + 0,6x_3 \leq 0,8 \\
\quad x_i \geq 0 \qquad i = 1, 2, 3
\end{array}}$$

ESERCIZIO M10

Un'industria dolciaria produce 4 tipi di dolci del peso di 400 g, 350 g, 600 g e 450 g rispettivamente. Il costo per ciascun tipo di dolci è rispettivamente 6 Euro, 8 Euro, 4,5 Euro e 2,5 Euro. Con tali dolci l'impresa intende confezionare ceste regalo di diverso peso (si trascuri la tara) e diverso costo. In particolare, le ceste sono di due tipi e devono rispettare le seguenti specifiche:

	peso minimo (g)	costo massimo (Euro)
ceste tipo 1	2500	17
ceste tipo 2	3500	26

Sapendo che in ogni cesta:

- non possono esserci più di 3 dolci dello stesso tipo,
- possono esserci complessivamente al più 4 dolci dei tipi da 400 g e 450 g,

si formuli un modello di PL per la minimizzazione dei costi di produzione delle ceste.

SOLUZIONE

Come visto a lezione il primo passo per la creazione di un modello di PL consiste nello scegliere opportunamente le variabili del modello. Nel nostro caso una possibile scelta delle variabili e del relativo modello è la seguente:

$x_{i,j}$ = numero di dolci del tipo i-simo ($i = 1, 2, 3, 4$) usati per produrre la cesta del tipo j-simo ($j = 1, 2$)

$$
\boxed{
\begin{array}{l}
\min \; 6(x_{1,1} + x_{1,2}) + 8(x_{2,1} + x_{2,2}) + 4,5(x_{3,1} + x_{3,2}) + 2,5(x_{4,1} + x_{4,2}) \\
\quad 200x_{1,1} + 350x_{2,1} + 600x_{3,1} + 450x_{4,1} \geq 2500 \\
\quad 6x_{1,1} + 8x_{2,1} + 4,5x_{3,1} + 2,5x_{4,1} \leq 17 \\
\quad 200x_{1,2} + 350x_{2,2} + 600x_{3,2} + 450x_{4,2} \geq 3500 \\
\quad 6x_{1,2} + 8x_{2,2} + 4,5x_{3,2} + 2,5x_{4,2} \leq 26 \\
\quad x_{i,j} \leq 3 \qquad i = 1, 2, 3, 4, \qquad j = 1, 2 \\
\quad x_{1,j} + x_{4,j} \leq 4 \qquad j = 1, 2 \\
\quad x_{i,j} \geq 0, \;\; \text{intere} \qquad i = 1, 2, 3, 4, \qquad j = 1, 2
\end{array}
}
$$