Calcolabilità e linguaggi formali

Secondo compitino - B
17 dicembre 2012

Esercizio 1

Data la seguente grammatica libera da contesto

$S \to 000S0|ASD|B$,
$A \to 0A|C11|F$,
$B \to 1B|1$,
$C \to 1|C11$,
$D \to 1D|EF$,
$E \to D|AE$,
$F \to 1F|E$.

(a) Semplificarla.

(b) Determinare il linguaggio generato;

(c) Classificarlo. Se il linguaggio é tipo 3, dare un'espressione regolare corrispondente. Se il linguaggio é tipo 2, dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio regolare.

Soluzione

(a) Eliminiamo i simboli improduttivi: $\{D, E, F\}$. Otteniamo:
$S \to 000S0|B$,

$A \to 0A|C11$

$B \to 1B|1$,

$C \to 1|C11$.
Eliminiamo i simboli irraggiungibili da S: $\{A, C\}$. Otteniamo:
$S \to 000S0|B$,
$B \to 1B|1$.
Unfold di B in $S \to B$. Otteniamo:
$S \to 000S0|1B|1$,
$B \to 1B|1$.

(b) Il linguaggio generato dalla grammatica é:
$L = \{0^{3n}1^m0^n | n \geq 0 \ e \ m > 0\}$

(c) Il linguaggio é tipo 2.
Dimostriamo con il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio tipo 3.
Per ogni n naturale, consideriamo la stringa $x = 0^{3n}10^n$, x appartiene ad L e $|x| \geq n$.
Ogni scomposizione di x in tre parti, $x = uvw$, con $|uv| \leq n$ e $|v| = r \geq 1$ é tale che v é in a^+, quindi pompando i volte v, con $i = 0$, otteniamo $uw = 0^{3n-r}10^n$ che non appartiene ad L. CVD

Esercizio 3

Siano R, S, U espressioni regolari.
Semplificare la seguente espressione regolare, mostrando tutti i passaggi di semplificazione.
$(R + U^* + \epsilon^*S^*) + (S^* + RR^*)^* + (U^*(S^*R^* + RS))^*$

Soluzione

$(R + U^* + \epsilon^* S^*) + (S^* + RR^*)^* + (U^*(S^* R^* + RS))^* =$
$= R + U^* + S^* + (S + RR^*)^* + (U^* S^* R^* + U^* RS)^* =$
$= R + U^* + S^* + (S + RR^*)^* + (U + S + R + U^* RS)^* =$
$= R + U^* + S^* + (S + RR^*)^* + (U + S + R)^* =$ perché $U^* RS \subset (U + S + R)^*$
$= (U + S + R)^*$
perché $R + U^* + S^* + (S + RR^*)^* \subset (U + S + R)^*$