Probabilità e Statistica

7 gennaio 2013

AVVERTENZE:

1. **La prova dura 2 ore.**
2. **E' ammesso il solo utilizzo delle tavole presenti nel sito del corso.**
3. **Alla fine della prova si dovranno consegnare SOLO i fogli con il testo del compito e le soluzioni riportate in modo sintetico negli appositi spazi. NON si accetteranno fogli di brutta copia.**
4. **Il compito è considerato insufficiente se vi sono meno di 6 risposte esatte ai quesiti a risposta multipla.**

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA ....

Quesiti a risposta multipla

1. Se per una variabile quantitativa lo scarto interquartile è zero, allora

   A la mediana coincide con il terzo quartile

   B la media aritmetica coincide con la mediana

   C tutte le frequenze assolute sono uguali a zero

2. Quale delle seguenti espressioni è sempre zero?

   A $\sum_{i=1}^{n} y_i/n - \overline{y}$

   B $n\sum_{i=1}^{n} y_i - \overline{y}$

   C $\sum_{i=1}^{n} y_i - \overline{y}$

3. Se due v.a. $X \sim$ Bernoulli(0.1) e $Y \sim$ Bernoulli(0.2) sono indipendenti, allora:

   A $P(X = 1) = P(Y = 1)$

   B $P(X = 1 \cap Y = 0) = 0.08$

   C $P(Y = 1|X = 0) = 0.8$

4. Se due eventi A e B sono incompatibili, allora

   A $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

   B $P(A|B) = 0$

   C $P(B|A) = P(A)$

5. Se due v.a. X e Y sono indipendenti

   A $\mathbb{V}ar(X - 2Y) = \mathbb{V}ar(X) - 4\mathbb{V}ar(Y)$

   B $\mathbb{V}ar(2X - Y) = 4\mathbb{V}ar(X) + \mathbb{V}ar(Y)$

   C $\mathbb{V}ar(2X + Y) = 2\mathbb{V}ar(X) + \mathbb{V}ar(Y)$

6. Se $X_1, \dots X_n$ sono v.a. indipendenti e identicamente distribuite, allora

   A $\bar{X}_n$ ha distribuzione normale standard

   B $\bar{X}_n$ ha distribuzione approssimatamente normale

   C $\bar{X}_n$ ha distribuzione normale standard se le X_i, $i = 1, \dots, n$, sono normali standard

7. La funzione di ripartizione di una v.a. continua non è mai

   A non negativa

   B pari a zero

   C decrescente

8. Se la successione di variabili casuali $X_n,\ n = 1, 2, \dots$ converge in probabilità a X allora:

   A $\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| < \varepsilon) = 1 \ \forall\ \varepsilon > 0$

   B $\lim_{n\to\infty} E(X_n) = E(X)$

   C $\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 1 \ \forall\ \varepsilon > 0$

9. Si associ al comando `qexp(0.5, 2)` il corrispondente risultato:

   A 0.3466

   B -1.660

   C 0.5

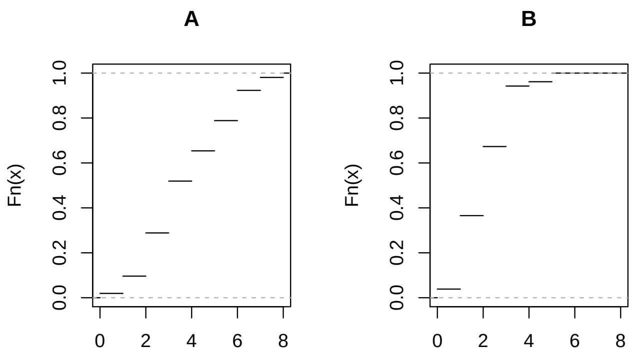
10. Quale comando si utilizza in R per calcolare $P(X > 2.3)$ se $X \sim \mathrm{P}oisson(\lambda = 3)$?

    A `1- dpois(2.3, 3)`

    B `1- ppois(2.3, 3)`

    C `1- qpois(3, 2.3)`

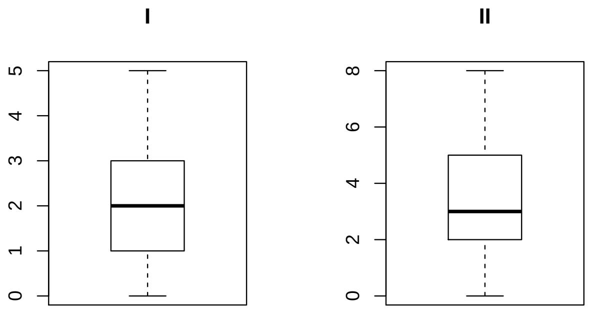
1. È stato rilevato il numero settimanale di ordini inevasi in due filiali (A e B) di una società nell'arco di un anno. Per ogni filiale vengono rappresentate le rispettive funzioni di ripartizione empiriche.



Si chiede di

(a) chiarire quali sono le unità statistiche, la numerosità della popolazione e le variabili rilevate;

(b) associare ai seguenti diagrammi a scatola e baffi (I e II) le rispettive funzioni di ripartizione empiriche;



(c) completare la seguente tabella:

	A	B
Minimo	....	....
Mediana	....	....
Massimo	....	....
Scarto interquartile	....	....

(d) Sulla base di quanto osservato, quale delle due filiali risulta più efficiente?

2. Una data confezione di burro pesa in media 250 grammi. Supponendo che il peso delle confezioni sia ben descritto da una variabile casuale normale e che la varianza sia pari a 1.777,

   (a) qual è la probabilità di produrre una confezione con almeno 253 grammi di burro?

   (b) Qual è la probabilità che in uno scatolone di 30 confezioni ve ne siano più di due con peso superiore a 253 grammi?

   (c) Una confezione è giudicata non vendibile se contiene meno di 245 grammi di burro. Supponendo ora che il peso delle confezioni sia distribuito come una variabile casuale normale di media 250 e che una confezione sia non vendibile con probabilità 0.004, quale dovrà essere la varianza del peso delle confezioni di burro?

3. Siano X e Y due variabili casuali discrete. Si considerino le funzione di probabilità:

x	$p_X(x)$
0	3/6
1	1/6
2	2/6

y	$p_{Y\|X}(y\|x) \quad (x = 0, 1, 2)$
1	$\frac{1}{2}x$
2	$1 - \frac{1}{2}x$

(a) Calcolare la funzione di probabilità congiunta di X e Y.

(b) È vero che $E(XY) = E(X)E(Y)$?

(c) Calcolare il valore atteso di X condizionato a $Y = 1$.

(d) Calcolare $\Pr(X/Y > 0.5)$.

4. Si scriva una funzione di R che approssimi usando un metodo Monte Carlo il seguente integrale:

$$\int_0^1 (-x^2)dx.$$

   Si scriva l'enunciato e si dimostri l'importante teorema del calcolo delle probabilità su cui si basano i metodi Monte Carlo.