

## Ricerca Operativa

27 gennaio 2012

### Compito AA

- 1) Dato un sistema di equazioni lineari  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , con  $A = (m \times n)$ ,  $m < n$  e rango  $m$ , dare la definizione di soluzione di base.
- 2) Dimostrare che la regione ammissibile di un Programma Lineare, se non è vuota, è un insieme convesso.
- 3) Con il metodo delle due fasi, trovare una soluzione ammissibile, se esiste, del sistema:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x + 4y - 2z = 9 \end{cases}$$

- 4) Risolvere per via geometrica il seguente problema ponendo  $k = -2$  :

$$\begin{aligned} &\max (kx + y) \\ &y - x \leq 3 \\ &y + x \leq 9 \\ &3y + x \geq 9 \\ &x, y \geq 0 \end{aligned}$$

- 5) Si discuta come varia la soluzione ottima del problema di cui al quesito precedente al variare del parametro  $k$ .
- 6) Risolvere il problema duale del problema del quesito 4.

## Ricerca Operativa

27 gennaio 2012

### Compito AB

- 1) Definire il rango di una matrice e indicarne l'utilizzo nella risoluzione di sistemi di equazioni lineari.
- 2) Dimostrare che se  $\underline{x}$  è una soluzione di base ammissibile del sistema  $A\underline{x}=\underline{b}$  dei vincoli in un problema di PL in forma standard, ad essa corrisponde un vertice della regione ammissibile.
- 3) Data la definizione di matrice inversa, risolvere, ricorrendo alla stessa, il sistema seguente:

$$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ y + 2z = 2 \end{cases}$$

- 4) Risolvere per via geometrica il seguente problema ponendo  $k=-1$  :

$$\begin{aligned} &\text{Max } (kx+y) \\ &3y - x \leq 9 \\ &y+3x \leq 13 \\ &2y - x \geq -2 \\ &2y + 3x \geq 6 \\ &x, y \geq 0 \end{aligned}$$

- 5) Si discuta come varia la soluzione ottima del problema di cui al quesito precedente al variare del parametro  $k$ .
- 6) Risolvere il problema duale del problema del quesito 4.

## Ricerca Operativa

27 gennaio 2012

### Compito AC

- 1) Dare la definizione e fornire un esempio di vettori linearmente indipendenti.
- 2) Dimostrare che se  $\underline{x}$  è una soluzione di base ammissibile del sistema  $A\underline{x}=\underline{b}$  dei vincoli in un problema di PL in forma standard, ad essa corrisponde un vertice della regione ammissibile.
- 3) Illustrare motivazione e procedura del metodo delle due fasi nella risoluzione di n problema di programmazione lineare.
- 4) Risolvere per via geometrica il seguente problema ponendo  $k=10$  :

$$\begin{aligned} \text{Max } & (2x+3y) \\ & y \leq 4 \\ & y + x \leq 6 \\ & y + 2x \leq k \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

- 5) Si discuta come varia la soluzione ottima del problema di cui al quesito precedente al variare del parametro k.
- 6) Risolvere il problema duale del problema del quesito 4.

## Ricerca Operativa

14 maggio 2012

### Compito AD

- 1) Indicare per quali valori del parametro  $k$  i vettori  $(3 \ 1 \ k)$ ,  $(2 \ 2 \ 4)$ ,  $(5 \ -1 \ 4)$  sono linearmente dipendenti.
- 2) Dimostrare la convessità della regione ammissibile di un Programma Lineare.
- 3) Dimostrare che se  $\underline{x}^\circ$  ed  $\underline{y}^\circ$  sono soluzioni ammissibili per due PL tra loro duali, rispettivamente di massimo e di minimo, allora si verifica  
$$\underline{cx}^\circ \leq \underline{y}^\circ \underline{b}.$$
- 4) Risolvere per via geometrica il seguente problema ponendo  $k=10$  :
$$\begin{array}{l} \max (y-2x) \\ y + 3x \geq 6 \\ 2y - x \leq 5 \\ y + x \leq k \\ y - 3x + 18 \geq 0 \\ x, y \geq 0 \end{array}$$
- 5) Dire per quali valori del parametro  $k$  la soluzione ottima del problema di cui al quesito precedente è degenera.
- 6) Risolvere, facendo ricorso alle condizioni di complementarità, il problema duale del problema del quesito 4.

## **Ricerca Operativa**

**14 maggio 2012**

### **Compito AE**

- 1) Dire, giustificando la risposta, quante sono le soluzioni di base del sistema seguente:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4w + 5t = 1 \\ x + y - 2w + 2t + 2z = -2 \\ -x + 4y + 2w + 3t = -5 \end{cases}$$

- 2) Dimostrare che a vincoli di eguaglianza in un problema di PL primale, corrispondono variabili libere nel duale.

- 3) Illustrare i concetti di problema di Programmazione Lineare con infinite soluzioni e PL con soluzione ottima 'infinita'.

- 4) Risolvere per via geometrica il seguente problema ponendo  $k=1/2$  :

$$\begin{aligned} &\max k(x-2y) \\ &y - x \leq 3 \\ &y \leq 6 \\ &y - 2x + 8 \geq 0 \\ &5y \geq 2x \\ &x, y \geq 0 \end{aligned}$$

- 5) Si discuta come varia la soluzione ottima del problema di cui al quesito precedente al variare del parametro  $k$ .

- 6) Risolvere, facendo ricorso alle condizioni di complementarità, il problema duale del problema del quesito 4.

## Ricerca Operativa

31 maggio 2012

### Compito AF

- 1) Individuare due soluzioni di base del sistema seguente:

$$\begin{cases} x + 2y - w + 4t + 3z = 1 \\ 2x + y - 2w + t + 3z = 2 \\ -x + w - z = 3 \end{cases}$$

- 2) Illustrare il metodo di penalizzazione per individuare una soluzione ammissibile iniziale nel metodo del simplesso.
- 3) Indicare, giustificando al risposta, le caratteristiche (proprietà) del problema duale nel caso in cui il primale abbia regione ammissibile illimitata e ottimo non finito.
- 4) Risolvere per via geometrica il seguente problema ponendo  $k=1/4$  :

$$\begin{aligned} &\max (2x - y) \\ &y - kx \leq 5 \\ &y + 2x \geq 4 \\ &y + x \geq 3 \\ &y - x + 1 \leq 0 \\ &x, y \geq 0 \end{aligned}$$

- 5) Individuare, nel problema di cui al numero precedente, per quali valori di  $k$  la soluzione ottima non esiste e per quali invece è degenera.

- 6) Risolvere, facendo ricorso alle condizioni di complementarità, il problema duale del problema del quesito 4 (ponendo  $k=1/4$ ).

### Ricerca Operativa

11 settembre 2012

### Compito AG

- 1) Trovare una soluzione di base del sistema seguente:

$$\begin{cases} 2x - 4y + w = 1 \\ x - 2y = 2 \\ -x + 2y + w + z = 3 \end{cases}$$

- 2) Illustrare il metodo delle due fasi indicando:

- quando si applica;
- qual è il problema ausiliario da risolvere;
- quali indicazioni dà la soluzione del problema ausiliario.

- 3) Scrivere un problema di trasporto con: due origini  $P_1$  e  $P_2$  che producono, rispettivamente, 3 e 4 unità di un bene; tre destinazioni,  $M_1$ ,  $M_2$  ed  $M_3$  aventi domande, rispettive, 2, 3 e 2 unità; tabella dei costi di spedizione:

da \ a	$M_1$	$M_2$	$M_3$
$P_1$	2	1	3
$P_2$	4	5	4

- 4) Risolvere per via geometrica il seguente problema ponendo  $k=1/2$  :

$$\begin{aligned} \max & (2x + 3y) \\ & y - kx \leq 5 \\ & y + x \leq 11 \\ & x \leq 8 \\ & y - x + 7 \geq 0 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

- 5) Individuare, nel problema di cui al numero precedente, per quali valori di  $k$  la soluzione ottima è degenere.

- 6) Risolvere, facendo ricorso alle condizioni di complementarità, il problema duale del problema del quesito 4 (ponendo  $k=1/2$ ).**