Calcolabilità e linguaggi formali

Secondo compitino - A
17 dicembre 2012

Esercizio 1

Data la seguente grammatica libera da contesto

$S \to aScc|B|ABC$,
$A \to aaAa|aaFa$,
$B \to bB|b$,
$C \to Ccc|cD$,
$D \to dD|E$,
$E \to EF|C$,
$F \to FFa|a|D$.

(a) Semplificarla.

(b) Determinare il linguaggio generato;

(c) Classificarlo. Se il linguaggio é tipo 3, dare un'espressione regolare corrispondente. Se il linguaggio é tipo 2, dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio regolare.

Soluzione

(a) Eliminiamo i simboli improduttivi: $\{C, D, E\}$. Otteniamo:
$S \to aScc|B$,

$A \to aaAa|aaFa$,

$B \to bB|b$,

$F \to FFa|a$.
Eliminiamo i simboli irraggiungibili da S: $\{A, F\}$. Otteniamo:
$S \to aScc|B$,

$B \to bB|b$,
Unfold di B in $S \to B$. Otteniamo:
$S \to aScc|bB|b$,

$B \to bB|b$,

(b) Il linguaggio generato dalla grammatica é:
$L = \{a^n b^m c^{2n} | n \geq 0 \ e \ m > 0\}$

(c) Il linguaggio é tipo 2.
Dimostriamo con il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio tipo 3.
Per ogni n naturale, consideriamo la stringa $x = a^n bc^{2n}$, x appartiene ad L e $|x| \geq n$.
Ogni scomposizione di x in tre parti, $x = uvw$, con $|uv| \leq n$ e $|v| = r \geq 1$ é tale che v é in a^+, quindi pompando i volte v, con $i = 0$, otteniamo $uw = a^{n-r}bc^{2n}$ che non appartiene ad L. CVD

Esercizio 3

Siano R, S, U espressioni regolari.
Semplificare la seguente espressione regolare, mostrando tutti i passaggi di semplificazione.
$(R^*S)^* + (R^{**} + S + U)^* + (RS^*)^*(R\emptyset + S^*)S^*$

Soluzione

$(R^*S)^* + (R^{**} + S + U)^* + (RS^*)^*(R\emptyset + S^*)S^* =$
$= (R^*S)^* + (R^* + S + U)^* + (RS^*)^*(\emptyset + S^*)S^* =$
$= (R^*S)^* + (R + S + U)^* + (RS^*)^*S^*S^* =$
$= (R^*S)^* + (R + S + U)^* + (RS^*)^*S^* =$
$= (R + S + U)^* + (RS^*)^*S^* =$ perché $(R^*S)^* \subset (R + S + U)^*$
$= (R + S + U)^*$ perché $(RS^*)^*S^* \subset (R + S + U)^*$