

Calcolabilità e linguaggi formali

Compitino B

11 Novembre 2013

Esercizio 1

Sia $A = \{0, 1, 2\}$ un alfabeto. Definire una MdT che termina la computazione su una stringa $\alpha \in A^*$ sse $\alpha = (001)^n$ per $n \geq 0$ (per esempio, $(001)^0 = \epsilon$ (stringa vuota), $(001)^1 = 001$, $(001)^2 = 001001$, $(001)^3 = 001001001$, etc).

Soluzione

Sia q_0 lo stato iniziale della MdT, q_{ciclo} uno stato di loop e q_F uno stato finale. Indichiamo con \square il carattere blank.

$q_0 11 q_{ciclo} D$

$q_0 00 q_1 D$

$q_0 \square \square q_F D$

$q_1 00 q_2 D$

$q_1 11 q_{ciclo} D$

$q_1 \square \square q_{ciclo} D$

$q_2 00 q_{ciclo} D$

$q_2 11 q_0 D$

$q_2 \square \square q_{ciclo} D$

$q_{ciclo} c c q_{ciclo} D$ (c un carattere qualsiasi)

Esercizio 2

Enunciare e dimostrare il primo teorema di Rice.

Esercizio 3

Definire un programma funzionale iterativo che calcola la seguente funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{se } y = 0 \\ y, & \text{se } y \neq 0 \end{cases}$$

Si hanno a disposizione le seguenti funzioni: segno sg , segno negato \overline{sg} .

Soluzione

Sia $f = P_{1,1}^1 || (P_{1,1}^1 \wedge sg \wedge \overline{sg}) ; exp(P_{2,2}^2 || 0) || P_{1,1}^1 ; exp(P_{1,1}^2 || 0) ; P_{1,1}^2$

$x, 0 \mapsto x, 0, 0, 1 \mapsto x, 0, 1 \mapsto x, 0 \mapsto x$

Sia $y \neq 0$ Allora $x, y \mapsto x, y, 1, 0 \mapsto y, 0, 0 \mapsto y, 0 \mapsto y$

Esercizio 4

Definire un programma funzionale ricorsivo che calcola la funzione $f(x, y) = (xy)^2 + 2 + x$. Specificare g, h tali che $f = REC(g, h)$. Si hanno a disposizione le seguenti funzioni: segno sg , segno negato \overline{sg} , addizione $+$ e prodotto $*$.

Soluzione

$f(x, 0) = 2 + x$ e $f(x, y + 1) = (x(y + 1))^2 + 2 + x = (xy + x)^2 + 2 + x = (xy)^2 + x^2 + 2xyx + 2 + x = f(x, y) + x^2 + 2xyx$.

Allora $g(x) = 2 + x$ e $h(x, y, x) = x^2 + 2xyx$.

Esercizio 5

Applicare il primo teorema di Rice all'insieme $I = \{x : \{5, 7\} \subseteq \text{dom}(\phi_x)\}$ ed al suo complementare.

Soluzione

I rispetta le funzioni. I programmi della funzione vuota sono in I , mentre i programmi della funzione identica sono in \bar{I} . Quindi per Rice 1 I non e' semidecidibile e \bar{I} non e' decidibile.