Calcolabilità e Linguaggi Formali
Recupero compitino 2

21 gennaio 2014

Esercizio 1

Un programma si aspetta in input una sequenza non banale di stringhe di caratteri alfabetici minuscoli separati da una virgola. La sequenza termina con un punto e virgola.
Esempi di sequenze in input:
$pinco, pallino, pallone;$
oppure
$blabla;$

(a) Dare una grammatica per descrivere l'input del programma.

(b) Classificare la grammatica data.

(c) Classificare il linguaggio in input.
Se il linguaggio é tipo 3 (regolare), dare un'espressione regolare corrispondente o un automa finito corrispondente.
Se il linguaggio é tipo 2 (libero dal contesto), dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non é un linguaggio regolare.

Soluzione

(a) Diamo una grammatica per l'input del programma. Le produzioni sono:
$S \to X; | X, S$
$X \to a|...|z|aX|...|zX$

(b) La grammatica é di tipo 2.

(c) Il linguaggio in input é tipo 3 (regolare). Infatti possiamo descriverlo con un'espressione regolare:
sia $R = (a + ... + z)(a + ... + z)^*$, allora il linguaggio in input é $(R,)^*R;$

Esercizio 2

Siano R, S, U espressioni regolari.
Determinare se le seguenti due espressioni regolari sono equivalenti.
Se lo sono, mostrare con tutti i passaggi come trasformarle nella stessa espressione.
Se non lo sono, esibire un controesempio, cioé una stringa contenuta in una e non nell'altra.

(a) $(R + \epsilon^* + (S^*R^*)^* + U^*S^*)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^*$,

(b) $((\emptyset^*S^*)^* + S^*R^* + (U^*R^*)^*)^* + (US^* + R)^*$.

Soluzione

Semplifichiamo le due espressioni per mostrare che sono equivalenti.

(a) $(R + \epsilon^* + (S^*R^*)^* + U^*S^*)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
$= (R + (S + R)^* + U^*S^*)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
$= (R + S + R + U + S)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
$= (R + S + U)^* + (RSS^* + U^*)^*U^*R^* =$
$= (R + S + U)^* \quad$ perché $(RSS^* + U^*)^*U^*R^*$ é contenuto in $(R + S + U)^*$.

(b) $((\emptyset^* S^*)^* + S^* R^* + (U^* R^*)^*)^* + (US^* + R)^* =$
$= (S^* + S^* R^* + (U^* R^*)^*)^* + (US^* + R)^* =$
$= (S^* + S^* R^* + (U + R)^*)^* + (US^* + R)^* =$
$= (S + S + R + U + R)^* + (US^* + R)^* =$
$= (S + R + U)^* + (US^* + R)^* =$
$= (S + R + U)^*$ perché $(US^* + R)^*$ é contenuto in $(S + R + U)^*$.

Esercizio 3

Applicare, se possibile, i teoremi Rice2 e Rice3 all'insieme $I = \{x : dom(\phi_x)$ è infinito$\}$.

Soluzione

I rispetta le funzioni. Se $x \in I$ e $\phi_x = \phi_y$, allora $dom(\phi_y) = dom(\phi_x)$ è infinito.
$I \neq \emptyset$: i programmi che calcolano la funzione identica appartengono ad I perche' $dom(Id) = N$.
$I \neq N$: i programmi che calcolano la funzione vuota appartengono al complementare di I perche' $dom(f_\emptyset) = \emptyset$ e' vuoto.
Rice2 non si applica: se $x \in I$ e $\phi_x < g$ allora $dom(\phi_x) \subseteq dom(g)$. Quindi il dominio di g e' infinito.
Rice3 si applica: $\{x : \forall y.\phi_x(y) = y\} \subseteq I$, mentre ogni approssimazione finita θ dell'identita' ha dominio finito, da cui segue $\{x : \phi_x = \theta\} \subseteq \bar{I}$.

Esercizio 4

Enunciare e dimostrare il teorema di Rice2.