Calcolabilità e linguaggi formali

21 Gennaio 2013

Esercizio 1

(a) Dare una grammatica per ciascuno dei seguenti linguaggi:
$L_1 = \{a^n (ab)^m a^k : n, m, k \geq 0, m > 2\}$;
$L_2 = \{a^n a^m b^m a^k : n, m, k \geq 0, k > n\}$.

(b) Determinare il tipo della grammatica data nella classificazione di Chomsky.

(c) Determinare il tipo del linguaggio. Se il linguaggio è di tipo 3, dare un'espressione regolare o un automa finito corrispondente. Se il linguaggio è di tipo 2 dimostrare tramite il pumping lemma tipo 3 che non è un linguaggio regolare.

Soluzione

(a) Diamo una grammatica per L_1. Le produzioni sono:
$S \rightarrow ABA$, $A \rightarrow aA|\epsilon$, $B \rightarrow abB|ababab$.
Diamo una grammatica per L_2. Le produzioni sono:
$S \rightarrow Sa|Xa$, $X \rightarrow aXa|B$, $B \rightarrow aBb|\epsilon$.

(b) Entrambe le grammatiche sono libere da contesto (tipo 2).

(c) L_1 é un linguaggio regolare (tipo 3). Una espressione regolare corrispondente é la seguente:
$a^*ababab(ab)^*a^*$.
L_2 un linguaggio libero da contesto (tipo 2). Applichiamo il pumping lemma tipo 3 per dimostrare che non é un linguaggio regolare.
Per ogni n naturale, consideriamo la stringa $x = a^n b^n a$, x appartiene ad L e $|x| \geq n$.
Ogni scomposizione di x in tre parti, $x = uvw$, con $|uv| \leq n$ e $|v| = r \geq 1$ é tale che v é in a^+, quindi pompando i volte v, con $i = 0$, otteniamo $uw = a^{n-r} b^n a$ che non appartiene ad L. CVD

Esercizio 2

(a) Dare un esempio di automa a pila.

(b) Determinare, indicandone i motivi, se si tratta di una automa a pila deterministico o non deterministico.