Laboratorium 02 - Metoda najmniejszych kwadatów

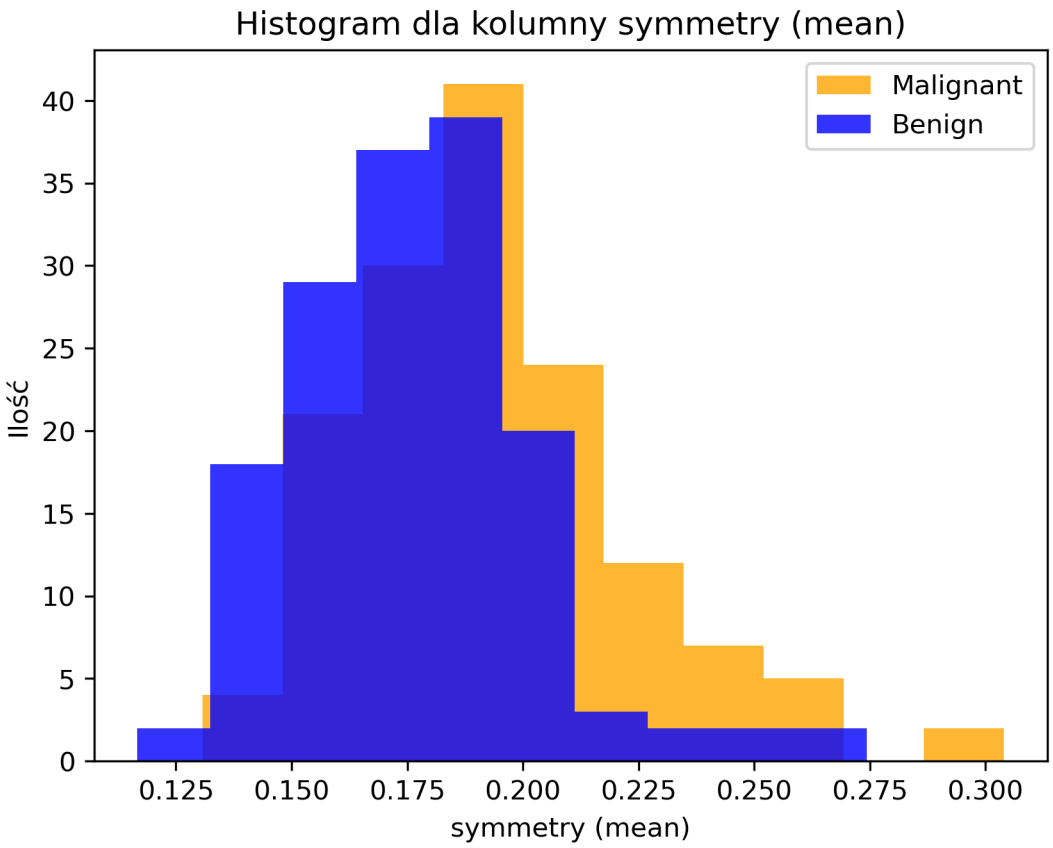
Błażej Naziemiec i Szymon Żuk

18 marca 2025

Wstęp

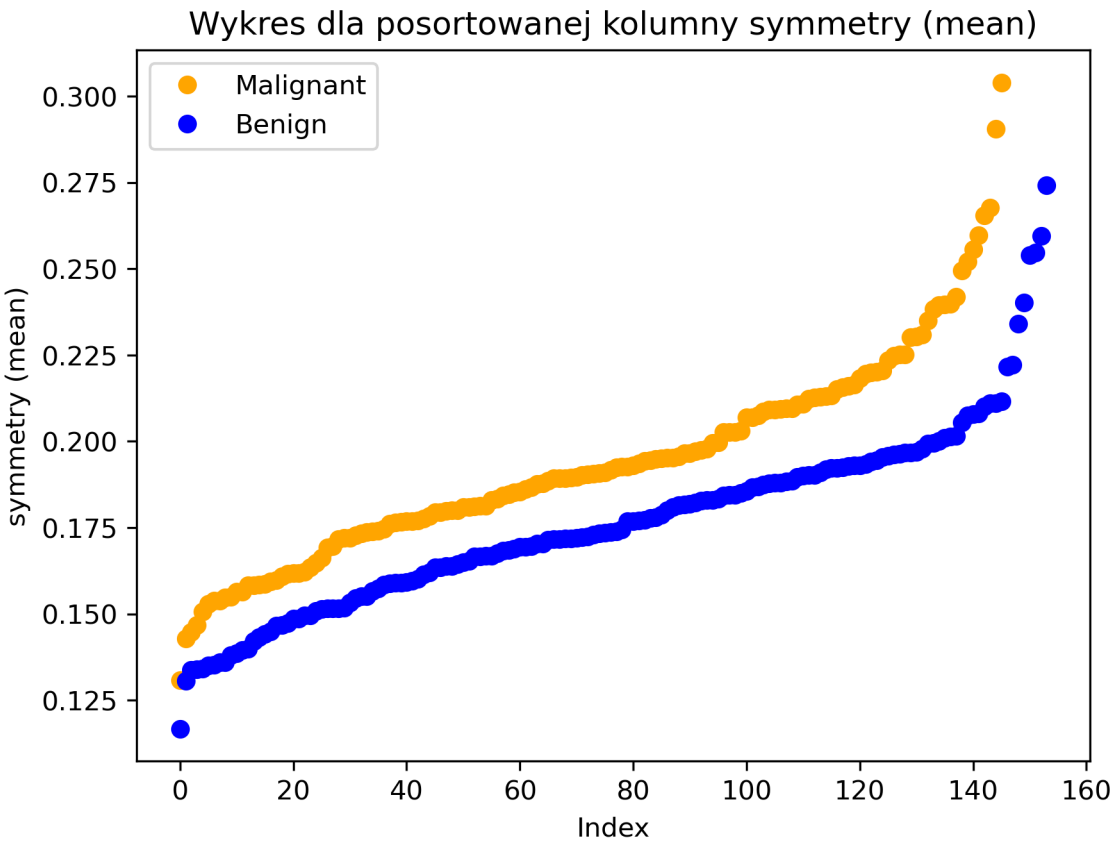
Celem zadania jest zastosowanie metody najmniejszych kwadratów do predykcji, czy nowotwór jest złośliwy (ang. *malignant*) czy łagodny (ang. *benign*). Nowotwory złośliwe i łagodne mają różne charakterystyki wzrostu. Istotne cechy to m. in. promień i tekstura. Charakterystyki te wyznaczane są poprzez diagnostykę obrazową i biopsje.

Na początku zaczytaliśmy dane z przygotowanych plików .dat i wrzuciliśmy je na histogram oraz wykres punktowy. W wykresie punktowym zgodnie z poleceniem posortowaliśmy wartośc kolumny od najmniejszej do największej. Wybraliśmy *symmetry (mean)* do przedstawienia na historgramie oraz wykresie.



Rysunek 1. Histogram dla cechy symmetry (mean)

Rozkład dla nowotworów złośliwych jest przesunięty w prawo, co wskazuje, że złośliwe guzy nowotworowe zazwyczaj są bardziej symetryczne niż łagodne. Największa koncentracja dla nowotowrów złośliwych jest w okolicach 0.200, a dla łagodnych w okolicach 0.180.



Rysunek 2 Wykres punktowy dla cechy symmetry (mean)

Dane dla nowotworów złośliwych (pomarańczowe punkty) są generalnie wyżej na wykresie niż dane dla nowotworów łagodnych, co potwierdza wcześniejszą obserwację, że złośliwe guzy nowotorowe są bardziej symetryczne niż łagodne.

Macierze dla liniowej i kwadratowej metody najmniejszych kwadratów

Przygotowanie danych

Stworzyliśmy reprezentacje danych zawartych w obu zbiorach dla liniowej i kwadratowej metody najmniejszych kwadratów. W następnym kroku stworzyliśmy wektor b dla zbiorów nowotworów łagodnych oraz złośliwych. Następnie znaleźliśmy wagi dla liniowej oraz kwadratowej reprezentacji najmniejszych kwadratów przy pomocy wcześniej stworzonych macierzy i wektora b z zbioru danych treningowych. Znaleźliśmy też zbiór wag przy użyciu funkcji `np.linalg.lstsq` z

$$\lambda = 0.01$$

Wyznaczenie współczynnika uwarunkowania macierzy dla liniowej i kwadratowej metody najmniejszych kwadratów

Za pomocą funkcji $ np.linalg.cond(A^{T}A) $ wyznaczyliśmy współczynnik uwarunkowania macierzy dla liniowej i kwadratowej metody najmniejszych kwadratów. Dla poszczególnych metod otrzymaliśmy następujące wyniki:

- Dla liniowej metody najmniejszych kwadratów: $1.8092 * 10^{12}$
- Dla kwadratowej metody najmniejszych kwadratów: $9.0568 * 10^{17}$
- Dla liniowej metody z regularyzacją: $5.29336 * 10^{10}$

Wartości zarówno dla liniowej, jak i kwadratowej metody najmniejszych kwadratów są duże, co oznacza, że macierze są źle uwarunkowane. Wartości dla macierzy kwadartowej są bardzo wysokie. Najlepszy wyniki osiągneliśmy dla metody SVD, gdzie współczynnik uwarunkowania macierzy był najmniejszy. Przez to, że macierze są źle uwarunkowe, wagi nie będą dokładne. Dla liniowej metody niepewne będzie 12 ostatnich cyfr, dla kwadratowej 17, a dla liniowej z regularyzacją 10.

Sprawdzenie, jak dobrze otrzymane wagi przewidują typ nowotworu

Dla poszczególnych metod przedstawiamy wyniki klasyfikacji dla danych testowych. W tabeli przedstawiamy wartości TP, TN, FP, FN oraz dokładność klasyfikacji.

- TP - liczba przypadków prawdziwie dodatnich
- TN - liczba przypadków prawdziwie ujemnych
- FP - liczba przypadków fałszywie dodatnich
- FN - liczba przypadków fałszywie ujemnych
- Accuracy - dokładność klasyfikacji ($\frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN}$)

TP	TN	FP	FN	Accuracy
58	194	6	2	96.92%

Tabela 1. Wyniki klasyfikacji dla liniowej metody najmniejszych kwadratów

TP	TN	FP	FN	Accuracy
55	185	15	5	92.31%

Tabela 2. Wyniki klasyfikacji dla kwadratowej metody najmniejszych kwadratów

TP	TN	FP	FN	Accuracy
55	199	1	5	97.69%

Tabela 3. Wyniki klasyfikacji dla macierzy do metody SVD metody najmniejszych kwadratów

TP	TN	FP	FN	Accuracy
58	194	6	2	96.92%

Tabela 4. Wyniki klasyfikacji dla liniowej metody z regularyzacją

Porównując wyniki przedstawione w tabelach (1), (2), (3) oraz (4) można zauważyć, że najlepsze wyniki zwraca metoda SVD, a liniowa metoda najmniejszych kwadratów daje lepsze wyniki klasyfikacji niż kwadratowa metoda najmniejszych kwadratów. Dokładność metody z regularyzacją jest identyczna do metody bez regularyzacji.Dokładność klasyfikacji dla macierzy do metody SVD wynosi 97.69%, liniowej metody z regularyzacją i bez 96.92%, a dla kwadratowej 92.31%. Warto jednak zauważyć, że poprawność wyników wszystkich metod jest bardzo wysoka. Świadczy to o poprawności zaimplementowanych rozwiązań.

Bibliografia

- Materiały zamieszczone na platformie Microsoft Teams w zespole *MOwNiT 2025* w zakładce *Materiały z zajęć/lab02/lab-intro02.pdf*