Exercise04

May 19, 2018

Before you turn this problem in, make sure everything runs as expected. First, **restart the kernel** (in the menubar, select Kernel→Restart) and then **run all cells** (in the menubar, select Cell→Run All).

Make sure you fill in any place that says `YOUR CODE HERE` or "YOUR ANSWER HERE", as well as your name and collaborators below:

```
In [ ]: NAME = ""
        COLLABORATORS = ""
```

---

1 Master Theorem (8·2,5 Punkte)

Durch den Hauptsatz der Laufzeitfunktionen (Master-Theorem) lässt sich die Funktion

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$$

zur Bestimmung der Laufzeit eines Algorithmus der Größe n abschätzen.

Für welche der folgenden Gleichungen ist der Hauptsatz der Laufzeitfunktionen anwendbar? Falls anwendbar, geben Sie die Laufzeit $T(n)$ an, falls nicht den Grund dafür.

1. $T(n) = T(\frac{n}{2}) + n(2 - \cos n)$
2. $T(n) = 64T(\frac{n}{8}) - n^2 \log(n)$
3. $T(n) = 2^n T(\frac{n}{2}) + n^n$
4. $T(n) = 0.5T(\frac{n}{2}) + 1/n$
5. $T(n) = 7T(\frac{n}{3}) + n^2$
6. $T(n) = 16T(\frac{n}{4}) + n!$
7. $T(n) = \sqrt{2}T(\frac{n}{2}) + \log n$
8. $T(n) = 2T(\frac{n}{4}) + n^{0.51}$

YOUR ANSWER HERE

2 O-Notation

2.1 Laufzeiten und asymptotische Komplexitäten ((3 + 3 + 2)Punkte)

Gegeben seien drei Algorithmen mit den Laufzeiten

1. $T_1(n) = N^2 + N + 10$
2. $T_2(n) = 15N \log N$
3. $T_3(n) = 2^N$

Geben Sie für jeden Algorithmus T_i das Intervall für N ($N > 1$) an, in dem der Algorithmus am schnellsten abläuft.

Beispiel: Wäre die schnellste Laufzeit von T_i im Bereich $1.2 < N < 6.5$ lautete die Antwort $[2, 6]$

Bestimmen Sie außerdem die asymptotische Komplexität der Algorithmen und die daraus folgende Ordnung.

YOUR ANSWER HERE

2.2 Laufzeiten von Algorithmen in O-Notation (4·3 Punkte)

Per Definition der O-Notation ist die Laufzeit von $a_1(n)$, $O(f(n))$, falls $a_1(n) <= cf(n)$ für ein $n >= n_0$.

Zeigen Sie, dass die unten Angaben wahr sind und geben Sie ein n_0 und c an für das diese Annahme wahr ist.

Beispiel: Laufzeit $n^3 + 20n + 1$ ist O(nˆ3) für $n_0 = 10$ und $c = 1.201$

1. Running time of $a_1(n) = n^2 + 16n + 1$ is $O(n^3)$
2. Running time of $a_2(n) = n^2 + 16n + 1$ is $O(n^2)$
3. Running time of $a_3(n) = n^2 + 16n + 1$ is not $O(n)$
4. Running time of $a_4(n) = n^2 + 16n + 20$ is $\Omega(n)$

YOUR ANSWER HERE