

ВЛИЯНИЕ МОРФОЛОГИИ ПОВЕРХНОСТИ НА ЭФФЕКТИВНУЮ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ НАНОНИТЕЙ

Лю Ш., Баринов А.А.¹

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана,
105005, Москва, Бауманская ул., д. 5, стр.1

¹*e-mail: barinov@bmstu.ru*

Проблема переноса тепла в низкоразмерных системах привлекает все больший интерес исследователей в свете того, что в таких структурах наблюдаются размерный и граничный эффекты, которые приводят к невыполнению законов классической теплопроводности (закон Фурье) для макроскопических систем на наноуровне. После неустанных усилий ученые предложили новые подходы и теории, отличные от закона Фурье, для описания механизма переноса в низкоразмерных системах на основании рассмотрения кинетики фононов (здесь и далее речь идёт именно о диэлектриках и полупроводниках). Для описания теплопроводности макроскопических систем используют известный закон Фурье, который даёт связь между градиентом температуры и плотностью теплового потока в системе: $q = -\kappa \cdot \nabla T$. Согласно закону Фурье, теплопроводность является постоянной величиной, которая зависит только от типа материала и не зависит от формы и размеров образца, а также морфологии поверхности образца.

Нанонити обычно имеют чрезвычайно низкую теплопроводность из-за размерного и граничного эффектов. Так кремниевые нанонити благодаря своим уникальным физическим и химическим свойствам находят широкое применение в различных областях науки и техники: биосенсоры [1][2], электронные компоненты [3][4], солнечные фотоэлектрические панели [5][6] и пр. К примеру, в области микро- и нанoeлектроники нанонити кремния могут стать предпочтительным материалом благодаря идеальной совместимости интерфейса с традиционными материалами кремниевой подложки.

Обширные исследования показывают особые теплофизические свойства кремниевых нанонитей. Так в работах [7,8] проводятся экспериментальные исследования теплопроводности кремниевых нанонитей при различных температурах. Было обнаружено, что теплопроводность кремниевых нанонитей примерно на два порядка ниже, чем у массивного образца. Кроме того, теплопроводность уменьшается с уменьшением диаметра нанонити. Таким образом, геометрия (размер) нанонитей сильно влияет на теплопроводность. Эксперимент показал, что пики теплопроводности достигаются при температурах около 210 К, 160 К и 130 К для кремниевых нанонитей диаметром 37 нм, 56 нм и 115 нм соответственно. Представленные результаты отличаются от свойств макроскопического кремния, где пик возникает при температуре около 25 К. Это обстоятельство объясняется тем, что фононное граничное рассеяние играет большую роль по

сравнению с фонон-фононным рассеянием по мере уменьшения диаметра нанонитей.

В работе [9] измерялась теплопроводность кремниевых нанонитей при варьировании размера и шероховатости. Результаты показывают, что шероховатость поверхности оказывает существенное влияние на теплопроводность кремниевых нанонитей: чем выше шероховатость, тем ниже теплопроводность. Морфология поверхности влияет на рассеяние акустических фононов, которые необходимы для теплопроводности.

В работе [10] спектроскопические методы применялись для получения профилей из изображений ПЭМ высокого разрешения для точного определения шероховатости поверхности. Измерены три параметра шероховатости (среднеквадратичное значение σ , корреляционная длина L и спектр мощности), и проанализирована взаимосвязь между ними, а также влияние на теплопроводность. Показано, что влияние шероховатости поверхности на теплопроводность кремниевых нанонитей существеннее, чем влияние диаметра.

Широко распространённым методом расчёта теплопроводности нанонитей является применение модели Фукса-Зондхаймера [11]. Также есть исследования и по разработке других методов теплопроводности нанонитей, к примеру, метод Монте-Карло [12] или метод молекулярной динамики [13,14].

При расчёте теплопроводности нанонитей основным является, во-первых, учёт влияния размера структуры (размерный эффект) и, во-вторых, учёт взаимодействия фононов с шероховатыми границами (граничный эффект). Сложность этих задач связана с тем, что граница образца представляет собой шероховатые поверхности со случайным распределением формы (см. рис.1). Указанные причины принципиально отличают теплопроводность низкоразмерных структур от теплопроводности макроскопических образцов, в которых граница оказывает влияние лишь при температурах существенно ниже температуры Дебая [15].

В данной работе для расчёта теплопроводности кремниевых нанонитей используется так называемая F-функция для учёта влияния размерного эффекта на длину свободного пробега фононов, а также модель Казимира-Займана-Соффера для учёта шероховатости (граничного эффекта). Модель расчёта дополнена полиномиальной аппроксимацией реальных дисперсионных соотношений, а также учтены фонон-фононные взаимодействия и рассеяние фононов на неоднородностях решетки.

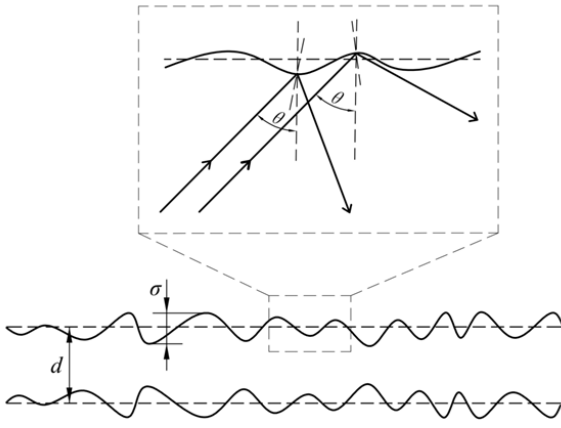


Рис. 1. Схема рассеяния фононов на границе нанонити диаметром d и шероховатостью σ .

Целью работы является установление влияния размерного и граничного эффектов (диаметра и шероховатости поверхности образца) на теплопроводность нанонитей на примере кремния.

Математическая модель

Носителями тепла в полупроводниках и диэлектриках являются фононы – квазичастицы, кванты упругих волн, распространяющихся в твердых телах. Фононы (колебания решетки), которые меняют положение и импульс из-за диффузии, внешних полей и столкновений, подчиняются уравнению Больцмана:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_r f + \vec{a} \cdot \vec{\nabla}_v f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}} \quad (1)$$

В левой части второй член представляет диффузионный процесс, третий член – влияние внешних полей. Когда столкновительный член в правой части уравнения выписывается явно, то уравнение Больцмана станет интегро-дифференциальным.

Для решения уравнения Больцмана для фононной диффузии предположим, что наличие градиента температуры вызывает процесс диффузии. В стационарных условиях уравнение записывается в виде:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \frac{\partial f}{\partial T} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}} \quad (2)$$

В тех случаях, когда градиент температуры достаточно мал, уравнение Больцмана линеаризуется приближением времени релаксации:

$$\vec{v}(\omega) \cdot \vec{\nabla} T \frac{\partial f_0(T, \omega)}{\partial T} = \frac{f_0(T, \omega) - f(T, \omega)}{\tau(T, \omega)} \quad (3)$$

Здесь $\tau(T, \omega)$ – время релаксации фононного газа. f – искомая функция распределения, необходимая для определения теплопроводности твердых тел. Для фононов f_0 – равновесная функция Бозе-Эйнштейна:

$$f_0 = \left[\exp \left(\frac{\hbar \omega}{k_B T} \right) - 1 \right]^{-1} \quad (4)$$

На этой основе получена теплопроводность макроскопического образца [16]:

$$\kappa_{\text{bulk}} = \frac{1}{3} \sum_j \int_0^{\omega_{\text{max},j}} C_{ph,j} D_j v_{g,j} l_j d\omega \quad (5)$$

где j – поляризация фононов; T – температура; ω – круговая частота фононов; $C_{ph,j}$ – фононная теплоемкость, $C_{ph,j} = \hbar \omega_j (df_0 / dT)$; D_j – функция плотности состояний, $D_j = \omega_j^2 / (2\pi^2 v_{g,j} v_{p,j}^2)$; $v_{g,j}$ – групповая скорость фононов, $v_{g,j} = d\omega_j / dk$; $v_{p,j}$ – фазовая скорость фононов, $v_{p,j} = \omega_j / k$; l_j – длина свободного пробега фононов в массивном образце, $l_j = v_{g,j} \tau_j$.

Фононный газ состоит из продольно и поперечно поляризованных акустических и оптических ветвей. Дисперсионное соотношение описывает связь между частотой решетки ω и волновым вектором \vec{k} . Для описания дисперсионных свойств воспользуемся квазиизотропным приближением в направлении [100] кристаллической решетки. В таком случае необходимо рассмотреть продольную ветвь и две вырожденные поперечные. Из-за малой скорости распространения оптические ветви в дальнейшем расчете использоваться не будут.

Холлэнд [15] предложил кусочно-скоростную модель, в которой низкочастотные фононы соответствуют высоким скоростям, а высокочастотные фононы соответствуют низким скоростям.

$$\omega_T = \begin{cases} v_T k, & \omega < k\theta_{T1} / \hbar \\ v_{TU} k, & k\theta_{T1} / \hbar < \omega < k\theta_T / \hbar \end{cases} \quad (6)$$

$$\omega_L = \begin{cases} v_L k, & \omega < k\theta_{L1} / \hbar \\ v_{LU} k, & k\theta_{L1} / \hbar < \omega < k\theta_L / \hbar \end{cases}$$

Используемые коэффициенты приведены в таблице 1.

Однако реальное поведение дисперсионных кривых должно удовлетворять следующим условиям. При $k \rightarrow 0$ дисперсионное соотношение имеет вид $\omega = v_0 k$, здесь v_0 – скорость фонона взятая из табл.1. При этом групповая скорость равна фазовой скорости. В случае $k \rightarrow k_{\text{max}}$ дисперсионная кривая постепенно становится плоской, а групповая скорость фононов равна нулю. Поэтому в качестве модели применим полиномиальную аппроксимацию экспериментальных данных из работы [17], в соответствии с которой дисперсионные соотношения задаются выражением:

$$\omega_j = (C_4 x^4 + C_3 x^3 + C_2 x^2 + C_1 x) \cdot 10^{13} \quad (7)$$

где $x = k / k_{\text{max}}$, k_{max} – максимальное значение волнового числа (на границе зоны Бриллюэна). Для кремния значения коэффициентов приведены в табл.1.

Табл. 1. Параметры, используемые в модели.

Параметр	Значение	Параметр	Значение
v_T [15]	5840 м/с	B_T [15]	$9.3 \cdot 10^{-13} \text{ К}^{-4}$
v_L [15]	8430 м/с	B_{TU} [15]	$5.5 \cdot 10^{-18} \text{ с}$
v_{TU} [15]	2000 м/с	B_L [15]	$2.0 \cdot 10^{-24} \text{ с} \cdot \text{К}^{-3}$
v_{LU} [15]	4240 м/с	A_N^T [21]	$1.10 \cdot 10^{-19} \text{ с} \cdot \text{К}^{-1}$
θ_D [15]	643 К	A_N^L [21]	$7.10 \cdot 10^{-20} \text{ с}^3 \cdot \text{К}^{-1}$
θ_T [15]	240 К	A_U^T [21]	$3.78 \cdot 10^{-46} \text{ с} \cdot \text{К}^{-1}$

θ_L [15]	586 K	A_v^L [21]	$9.52 \cdot 10^{-47} \text{ s}^3 \cdot \text{K}^{-1}$
θ_{r1} [15]	180 K	A [20]	$1.32 \cdot 10^{-44} \text{ s}^3$
θ_{L1} [15]	350 K	L_b [19]	0.716 cm
C_{1T}/C_{1L} [17]	6,759/9.756	B_N^T [22]	$7.1 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-1} \cdot \text{K}^{-5}$
C_{2T}/C_{2L} [17]	-3.352/-0.371	B_N^L [22]	$2.4 \cdot 10^{-24} \text{ s}^{-1} \cdot \text{K}^{-5}$
C_{3T}/C_{3L} [17]	-2.288/-1.644	B_U^T [22]	$1.0 \cdot 10^{-19} \text{ s}^{-1} \cdot \text{K}^{-3}$
C_{4T}/C_{4L} [17]	1.702/0	B_U^L [22]	$5.5 \cdot 10^{-20} \text{ s}^{-1} \cdot \text{K}^{-3}$

При расчете интенсивности внутренних процессов взаимодействия фононов τ_j^{-1} необходимо учитывать фонон-фононные взаимодействия $\tau_{j,ph}^{-1}$, рассеяние фононов на примесях $\tau_{j,imp}^{-1}$ и рассеяние фононов на границе $\tau_{j,b}^{-1}$ по правилу Маттиссена [18]:

$$\tau_j^{-1} = \tau_{j,ph}^{-1} + \tau_{j,imp}^{-1} + \tau_{j,b}^{-1} \quad (8)$$

Используемые модели для времен релаксации приведены в табл. 2, а коэффициенты – в табл. 1.

Табл. 2. Модели для расчета времен релаксации.

Тип взаимодействия (вид рассеяния)	Обратное время релаксации (интенсивность процессов рассеяния)		
		Продольный	Поперечный
Boundary [19]	τ_b^{-1}	v_L/L_b	v_T/L_b
Impurity [20]	τ_{imp}^{-1}	$A\omega^4$	$A\omega^4$
Three-phonon			
Holland [15]	τ_{ph}^{-1}	$B_L\omega^2T^3$	$B_T\omega T^4, \omega < \omega_1$ $B_{TU}\omega^2/\sinh x, \omega_1 < \omega < \omega_2$
Ward-Broido [21] (N-process)	τ_N^{-1}	$A_N^L\omega^2Tf(T),$ $f(T) = 1 - e^{-3T/\theta_D}$	$A_N^T\omega^2Tf(T),$ $f(T) = 1 - e^{-3T/\theta_D}$
Ward-Broido [21] (U-process)	τ_U^{-1}	$A_U^L\omega^4Tf(T),$ $f(T) = 1 - e^{-3T/\theta_D}$	$A_U^T\omega^4Tf(T),$ $f(T) = 1 - e^{-3T/\theta_D}$
Herring [22,23] (N-process)	τ_N^{-1}	$B_N^L\omega^2T^3$	$B_N^T\omega T^4$
Slack [24] (U-process)	τ_U^{-1}	$B_U^L\omega^2Te^{-\theta_L/3T}$	$B_U^T\omega Te^{-\theta_T/3T}$

Используя различные модели для процессов взаимодействия фононов в (6), получаем теплопроводность массивного кремния, как показано на рис. 2. Результаты расчетов сравниваем с результатами экспериментальных измерений [15,24], относительная погрешность в определении теплопроводности по различным моделям показана на рис. 3.

Когда характерный размер – диаметр нити – меньше длины свободного пробега фононов, тогда рассеяние на границе оказывает определяющее влияние на теплоперенос. Данное явление называется размерным эффектом.

Предыдущие исследования показали, что теплопроводность нанонитей ниже, чем у массивного (макроскопического) образца, из-за влияния граничного рассеяния фононов на теплоперенос. В связи с этим Макдональд и др. [25] вывели следующее выражение для F-функции, показывающей во сколько

раз длина свободного пробега нити l_{wire} меньше длины пробега массивного образца l_{bulk} вследствие размерного эффекта:

$$F(Kn, p) = \frac{l_{wire}}{l_{bulk}} = 1 - \frac{12(1-p)^2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} mp^{(m-1)} G(Kn, m) \quad (9)$$

$$G(Kn, m) = \int_0^1 \sqrt{1-\xi^2} \int_1^{\infty} \exp\left(-\frac{m\xi t}{Kn}\right) \frac{\sqrt{t^2-1}}{t^4} dt d\xi \quad (10)$$

где Kn – число Кнудсена, $Kn = l_{bulk}/d$; d – диаметр нанонити; p – параметр зеркального отражения, который показывает долю фононов отраженных зеркально/диффузно при взаимодействии с реальной (шероховатой) поверхностью. При этом значение $p=1$ соответствует зеркальному рассеянию, а значение $p=0$ – полностью диффузному отражению (см. рис. 4).

Как видно из выражения (9), F-функция для нанонитей зависит от числа Кнудсена и параметра зеркального рассеяния (см. рис. 5). В свою очередь число Kn связано с характерным размером – диаметром структуры, а параметр p – с шероховатостью поверхности образца.

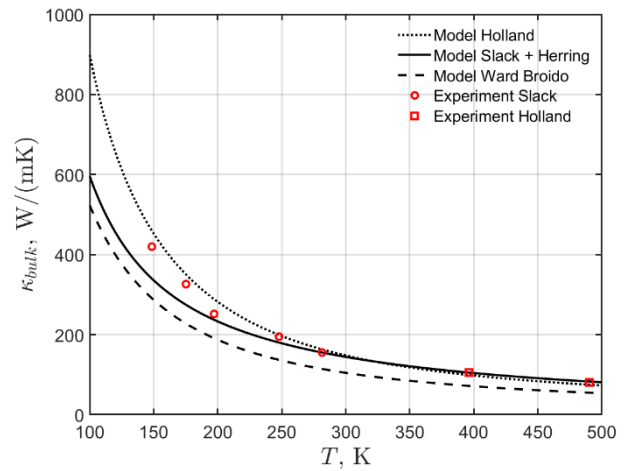


Рис. 2. Теплопроводность макроскопического кремния. Экспериментальные данные взяты из работы Холлэнда [15] (от 100 до 300K) и Слэка [24] (от 300 до 500K).

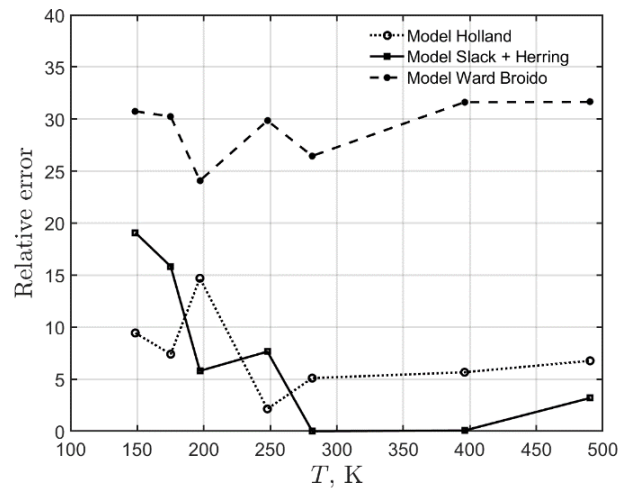


Рис. 3. Относительная погрешность в определении теплопроводности макроскопического кремния по сравнению с экспериментальными данными (см. рис. 2)

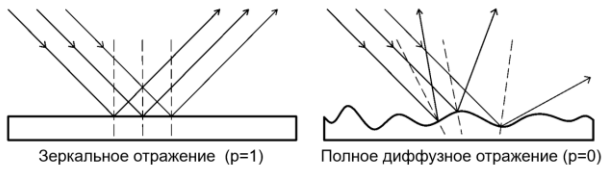


Рис. 4. Влияние шероховатости поверхности образца на рассеяние фононов на границе.

Из рис. 5 видно, что для значительных диаметров нанонитей, когда $Kn \ll 1$, длина свободного пробега фононов совпадает с массивным образцом. В баллистическом $Kn \sim 1$ и диффузионно-баллистическом $Kn \gg 1$ режимах теплопереноса наблюдается существенное уменьшение длины пробега фононов вследствие размерного эффекта. Это ведет к пропорциональному уменьшению теплопроводности нанонитей.

Учёт рассеяния на границах строится на модели Казимира-Займана-Соффера, основным результатом которой является формула, устанавливающая связь между параметром p и средней квадратичной шероховатостью σ [26]:

$$p(\vec{k}, \sigma, \theta) = \exp(-4k^2\sigma^2 \cos^2 \theta) \quad (11)$$

где k – волновое число фонона, $k = \omega_j / v_{p,j}$; θ – угол между импульсом фонона и нормалью к граничной поверхности идеализированной гладкой поверхности.

Окончательно, чтобы получить теплопроводность кремниевых нанонитей, длина свободного пробега в уравнении (5) заменяется длиной свободного пробега фононов в кремниевых нанонитях с учетом размерного эффекта (9) и граничного рассеяния (11).

Результаты расчета

На основании сформулированной модели расчета теплопроводности нанонитей разработан комплекс программ для прогнозирования свойств нанонитей в широком диапазоне изменения определяющих параметров: температуры, диаметра, среднеквадратичной шероховатости.

С использованием разработанного кода проведен расчет теплопроводности кремниевых нанонитей с разными диаметрами, при варьировании среднеквадратичной шероховатости и при температуре 300 К. Из рис. 6 видно, что теплопроводность кремниевых нанонитей постепенно стремится к теплопроводности объемного кремния по мере увеличения диаметра нанонити. Более того, видно, что при фиксированном диаметре нанонити, чем выше шероховатость поверхности, тем ниже теплопроводность, что согласуется с результатами эксперимента.

Далее для подтверждения расчетной модели используется сравнение с экспериментальными данными при различных температурных условиях. Проблема заключается в том, что в экспериментальных данных Ли при различных температурах нет указания на шероховатость кремниевых нанонитей. Но в работе Лима есть данные по диаметру и шероховатости кремниевых нитей, произведенные различными методами, которые показаны красными кружками на рис. 7. Поэтому мы приняли значения шероховатости путем оптимизации

под экспериментальные данные Ли, как показано красным квадратом на рис. 7, которые хорошо лежат в пределах обширной области данных Лима.

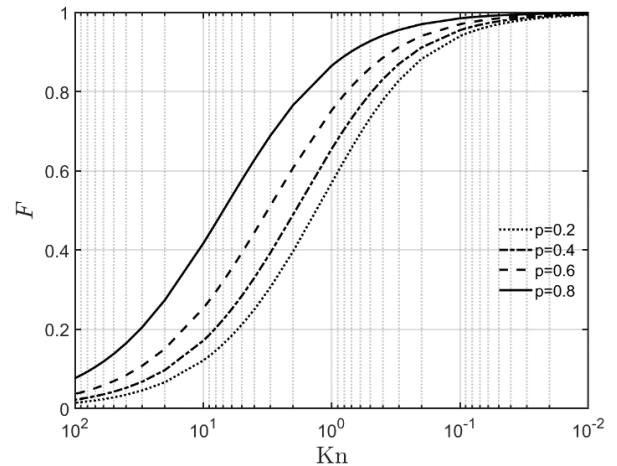


Рис. 5. Функция F в зависимости от числа Kn для различных параметров зеркального отражения.

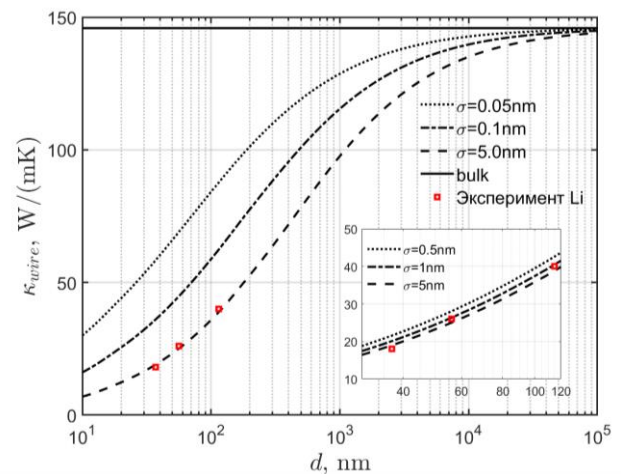


Рис. 6. Теплопроводность кремниевых нанонитей в зависимости от диаметра и среднеквадратичной шероховатости при температуре 300К.

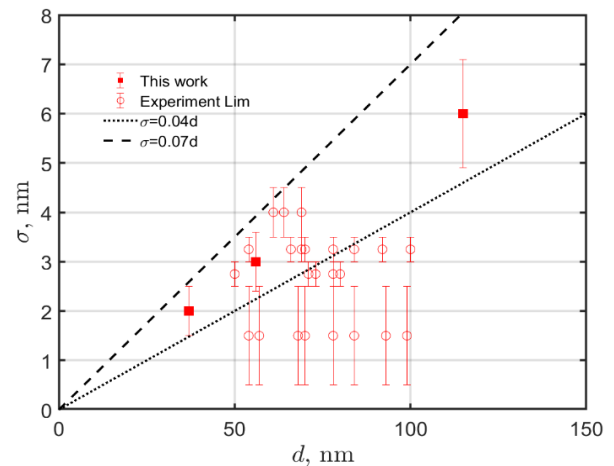


Рис. 7. Зависимость между шероховатостью поверхности и диаметром кремниевых нанонитей в эксперименте Лима [10], а также заданная шероховатость, соответствующая различным диаметрам нанонитей в эксперименте Ли [7,8].

На основе полученных данных по шероховатости, показанной на рис. 7, была рассчитана

теплопроводность кремниевых нитей в диапазоне температур от 100K до 350K. Результаты сравнения с экспериментальными данными Ли [7,8] показаны на рис. 8. Для нанонитей 37 нм, 56 нм и 117 нм пики теплопроводности расположены примерно при 200 K, 170 K и 160 K, соответственно, что в целом согласуется с экспериментальными данными.

Относительные погрешности при сравнении расчетных результатов с экспериментальными данными показаны на рис. 9. Видно, что большинство точек совпадают очень хорошо. А максимальная погрешность, не превышает 20%.

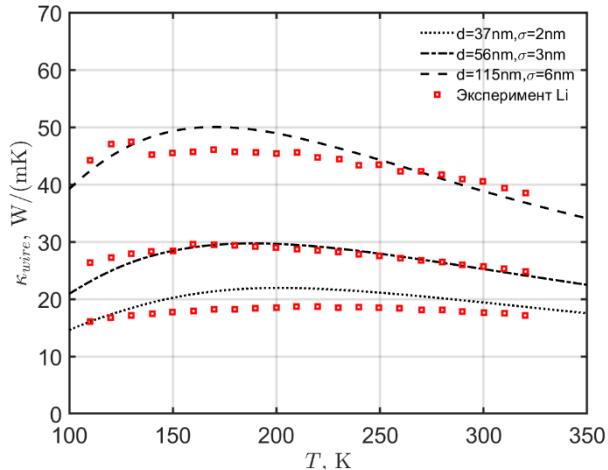


Рис. 8. Сравнение расчетных значений теплопроводности кремниевых нанонитей при заданной шероховатости, соответствующей различным диаметрам, с экспериментальными данными Ли [7,8] в зависимости от температуры.

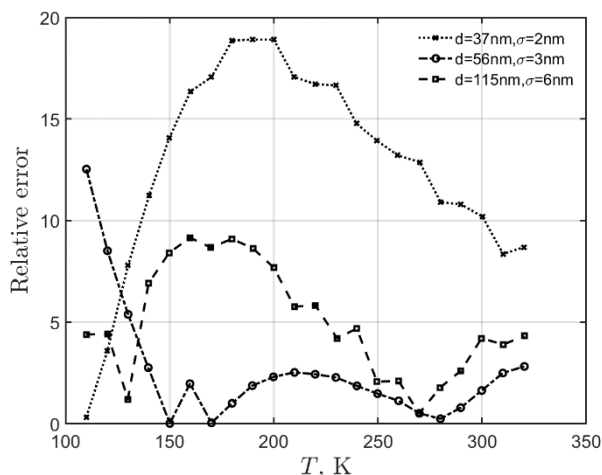


Рис. 9. Относительная погрешность расчетных значений теплопроводности кремниевых нанонитей по сравнению с экспериментальными данными [7,8].

Заключение

Разработан комплекс программ, позволяющий проводить оценку и прогнозирование теплопроводности нанонитей в зависимости от морфологии поверхности, оказывающей определяющее влияние на теплоперенос. Проведена валидация путем сравнения с экспериментальными данными по теплопроводности кремниевых нанонитей с диаметрами 37 нм, 56 нм и 115 нм в диапазоне температур от 100 до 350K. При этом

использованные в расчете значения среднеквадратичной шероховатости хорошо согласуются с характеристиками реальных поверхностей нанонитей.

Список литературы:

1. Cui Y. et al. Nanowire Nanosensors for Highly Sensitive and Selective Detection of Biological and Chemical Species // *Science*. 2001. V. 293. N. 5533. P. 1289-1292.
2. Zhang G.-J. et al. DNA Sensing by Silicon Nanowire: Charge Layer Distance Dependence // *Nano Lett.* 2008. V. 8. N. 4. P. 1066-1070.
3. Xiang J. et al. Ge/Si nanowire heterostructures as high-performance field-effect transistors // *Nature*. 2006. V. 441. N. 7092. P. 489-493.
4. Rustagi S.C. et al. Low-Temperature Transport Characteristics and Quantum-Confinement Effects in Gate-All-Around Si-Nanowire N-MOSFET // *IEEE Electron Device Lett.* 2007. V. 28. N. 10. P. 909-912.
5. Hu L., Chen G. Analysis of Optical Absorption in Silicon Nanowire Arrays for Photovoltaic Applications // *Nano Lett.* 2007. V. 7. N. 11. P. 3249-3252.
6. Li J. et al. Si nanopillar array optimization on Si thin films for solar energy harvesting // *Appl. Phys. Lett.* 2009. V. 95. N. 3. P. 033102.
7. Li D. et al. Thermal conductivity of individual silicon nanowires // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 83. N. 14. P. 2934-2936.
8. Li D. et al. Thermal conductivity of Si/SiGe superlattice nanowires // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 83. N. 15. P. 3186-3188.
9. Feser J.P. et al. Thermal conductivity of silicon nanowire arrays with controlled roughness // *J. Appl. Phys.* 2012. V. 112. N. 11. P. 114306.
10. Lim J. et al. Quantifying Surface Roughness Effects on Phonon Transport in Silicon Nanowires // *Nano Lett.* 2012. V. 12. N. 5. P. 2475-2482.
11. Chantrenne P. et al. An analytical model for the thermal conductivity of silicon nanostructures // *J. Appl. Phys.* 2005. V. 97. N. 10. P. 104318.
12. Bera C. Monte Carlo simulation of thermal conductivity of Si nanowire: An investigation on the phonon confinement effect on the thermal transport // *J. Appl. Phys.* 2012. V. 112. N. 7. P. 074323.
13. Volz S.G., Chen G. Molecular dynamics simulation of thermal conductivity of silicon nanowires // *Appl. Phys. Lett.* 1999. V. 75. N. 14. P. 2056-2058.
14. Yang N., Zhang G., Li B. Ultralow Thermal Conductivity of Isotope-Doped Silicon Nanowires // *Nano Lett.* 2008. V. 8. N. 1. P. 276-280.
15. Holland M.G. Analysis of Lattice Thermal Conductivity // *Phys. Rev.* 1963. V. 132. N. 6. P. 2461-2471.
16. Khvesyuk V.I., Skryabin A.S. Heat conduction in nanostructures // *High Temp.* 2017. V. 55. N. 3. P. 434-456.
17. Barinov A.A. et al. Updated Model for Thermal Conductivity Calculation of Thin Films of Silicon and Germanium // *Phys. Atom. Nuclei*. 2020. V. 83. N. 11. P. 1538-1548.
18. Dugdale J.S., Basinski Z.S. Mathiessen's Rule and Anisotropic Relaxation Times // *Phys. Rev.* 1967. V. 157. N. 3. P. 552-560.
19. Casimir H.B.G. Note on the conduction of heat in crystals // *Physica*. 1938. V. 5. N. 6. P. 495-500.
20. Klemens P.G. The Scattering of Low-Frequency Lattice Waves by Static Imperfections // *Proc. Phys. Soc. A*. 1955. V. 68. N. 12. P. 1113-1128.
21. Ward A., Broido D.A. Intrinsic phonon relaxation times from first-principles studies of the thermal conductivities of Si and Ge // *Phys. Rev. B*. 2010. V. 81. N. 8. P. 085205.
22. Herring C. Role of Low-Energy Phonons in Thermal Conduction // *Phys. Rev.* 1954. V. 95. N. 4. P. 954-965.
23. Asen-Palmer M. et al. Thermal conductivity of germanium crystals with different isotopic compositions // *Phys. Rev. B*. 1997. V. 56. N. 15. P. 9431-9447.
24. Morelli D.T., Heremans J.P., Slack G.A. Estimation of the isotope effect on the lattice thermal conductivity of group IV and group III-V semiconductors // *Phys Rev B*. 2002. V. 66. N. 19. P. 195304.
25. MacDonald D.K.C. Size effect variation of the electrical conductivity of metals // *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1950. V. 203. N. 1073. P. 223-240.
26. Soffer S.B. Statistical Model for the Size Effect in Electrical Conduction // *J. Appl. Phys.* 1967. V. 38. N. 4. P. 1710-1715.