# Вычисления на основе Python

## Вычислительные методы (1)

Лю Шисян

sxliu98@gmail.com
Кафедра теплофизики (Э6)
МГТУ им. Н.Э. Баумана

# Содержание

# Почему стоит изучать Python

- ★ **Простота и читаемость:** Синтаксис Python интуитивно понятен, похож на английский язык. Идеален для начинающих.
- ★ **Универсальность:** Используется в научных расчётах, анализе данных, автоматизации, веб-разработке, машинном обучении и др.
- ★ **Библиотеки:** Богатый набор: `NumPy`, `SciPy`, `Matplotlib`, `Pandas`, `TensorFlow` и др.
- ★ **Сообщество и ресурсы:** Миллионы пользователей, огромное количество туториалов, документации и примеров.
- ★ **Кроссплатформенность и интеграция:** Работает на Windows, Linux и MacOS. Легко сочетается с другими языками и системами.
- ★ **Востребованность:** Один из самых популярных языков в мире. Востребован в компаниях и научных проектах.

# Популярные IDE для Python

Хотя Python можно запускать в терминале или простом редакторе, для научных задач лучше использовать IDE:

1. **PyCharm**
   - Поддержка виртуальных сред (venv, Conda).
   - `Community` — бесплатно, `Professional` — платно.
   - **Рекомендуется** для крупных проектов.
2. **VS Code**
   - Лёгкий, гибкий, кроссплатформенный.
   - Плагины для Python, Jupyter, Git.
   - **Рекомендуется** для разработчиков.
3. **Spyder**
   - Похоже на MATLAB.
   - Удобно для анализа данных и научных расчётов.
   - **Рекомендуется** новичкам и пользователям MATLAB.
4. **Jupyter Notebook**
   - Веб-интерфейс: код + текст + формулы + графики.
   - Отлично подходит для учебных задач.
   - **Рекомендуется** для преподавания и визуализации.

# Инструменты для управления средой Python

При работе с библиотеками (`NumPy`, `SciPy`, `Pandas`) важно правильно управлять средой:

1. **Anaconda**
   - Большой набор библиотек + IDE (`Jupyter`, `Spyder`).
   - Включает `conda` — инструмент для управления средами.
   - Удобна для начинающих и научной работы.
2. **Miniconda**
   - Лёгкая версия Anaconda.
   - Только Python и `conda`, всё остальное — по мере необходимости.
   - Подходит для продвинутых пользователей.
3. **venv**
   - Стандартный инструмент Python.
   - Легко создавать виртуальные среды без установки дополнительных программ.
   - Удобен для небольших проектов.

# Основные команды conda

Conda — мощный инструмент для управления средой и пакетами (используется в Anaconda и Miniconda).

**Часто используемые команды:**

- `conda create -n myenv python=3.10` — создать среду
- `conda activate myenv` — активировать среду
- `conda deactivate` — выйти из среды
- `conda remove -n myenv --all` — удалить среду
- `conda install numpy` — установить пакет
- `conda list` — показать установленные пакеты

**Пример:**

```
1 conda create -n phmc python=3.12
2 conda activate phmc
3 conda install -c conda-forge numpy scipy matplotlib
```

# Типы данных: числа

- ★ **Целые числа (int)**: например, `10`, `-5`
- ★ **Числа с плавающей точкой (float)**: например, `3.14`
- ★ **Комплексные числа (complex)**: например, `3+4j`

- Сложение: `a + b`
- Вычитание: `a - b`
- Умножение: `a * b`
- Деление: `a / b`
- Целочисленное деление: `a // b`
- Остаток от деления: `a % b`
- Возведение в степень: `a ** b`

```
1  a = 5
2  b = 2
3
4  a + b     # 7
5  a - b     # 3
6  a * b     # 10
7  a / b     # 2.5
8  a // b    # 2
9  a % b     # 1
10 a ** b    # 25
```

✎ `None` — это специальное значение, обозначающее “ничего” или “нет значения”.

```
1  a = None
2  type(a)         # <class 'NoneType'>
3  a is None       # True
```

# Типы данных: строки (str)

★ **Строки (str)**: представляют текстовые данные, например: `"hello"` или `'world'`

- Конкатенация: `s1 + s2`
- Повторение: `s1 * 3`
- Индексация: `s1[0]` возвращает первый символ
- Срез: `s1[0:3]` возвращает подстроку
- Длина строки: `len(s1)`
- Разделение: `s.split()`
- Замена: `s1.replace('h', 'H')`

```
1  s1 = "hello"
2  s2 = 'world'
3  s = "hello " + "world"
4
5  s1[0]       # 'h'
6  s1[0:3]     # 'hel'
7  len(s1)     # 5
8  s.split()
9    # ['hello', 'world']
10 s1.replace('h', 'H')
11   # 'Hello'
```

✎ Пустая строка также допустима:

```
1  a = ''
2  type(a)     # <class 'str'>
3  len(a)      # 0
```

# Типы данных: булевы (bool)

★ **Булевы (bool)**: имеют только два значения — `True` и `False`

- Логическое И (and): `x and y`
- Логическое ИЛИ (or): `x or y`
- Логическое НЕ (not): `not x`
- Сравнение: `==`, `!=`, `>`, `<`, `>=`, `<=`
- Преобразование в bool: `bool(x)`
- `False`-значения: `0`, `''`, `[]`, `None`

```python
x = True
y = False

x and y     # False
x or y      # True
not x       # False

a = 2
b = 3
a == b      # False
a != b      # True
a > b       # False
a < b       # True
(a > b) or (a == b)  # False
```

✎ Булевы значения часто используются в условиях:

```python
age = 20
if age >= 18:
    print("Взрослый")
else:
    print("Несовершеннолетний")
```

# Структура данных: список (list)

- ★ Упорядоченная коллекция
- ★ Можно добавлять, удалять и изменять элементы
- ★ Можно хранить разные типы данных (числа, строки и т.д.)
- ★ Можно использовать повторяющиеся значения
- ★ Можно обращаться к элементам по индексу и делать срезы
- ★ Записывается в в квадратных скобках: `[ ]`

**Операции со списками:**

- `append(x)` — добавить в конец
- `insert(i, x)` — вставить на позицию
- `remove(x)` — удалить первое вхождение
- `pop()` — удалить и вернуть последний элемент
- `pop(i)` — удалить и вернуть элемент по индексу
- `lst[i:j]` — срез от i до j (не включая j)

```
1  lst = [1, 2, 3, 4]
2  lst.append(5)
3  # [1, 2, 3, 4, 5]
4  lst.insert(1, 10)
5  # [1, 10, 2, 3, 4, 5]
6  lst.remove(3)
7  # [1, 10, 2, 4, 5]
8  x = lst.pop()  # x = 5
9  # lst = [1, 10, 2, 4]
10 y = lst.pop(3) # y = 4
11 # lst = [1, 10, 2]
12 print(lst[1:3])
13 # [10, 2]
```

# Структура данных: Кортеж (Tuple)

- ★ Упорядоченная коллекция, как список, но нельзя изменять
- ★ Можно хранить разные типы данныхОсновные операции:
- ★ Можно использовать повторяющиеся значения
- ★ Можно обращаться к элементам по индексу и делать срезы
- ★ Записывается в круглых скобках: ( )

**Что можно делать:**

- ➠ `tpl[i]` — доступ к элементу по индексу
- ➠ `tpl[i:j]` — срез (подкортеж)
- ➠ `len(tpl)` — длина кортежа
- ➠ `in` — проверка наличия элемента

**Что нельзя:**

- ✗ `append()`, `remove()`, `pop()` — нельзя добавлять или удалять элементы

```
1  tpl = (1, 2, 3, 4)
2
3  tpl[0]          # 1
4  tpl[1:3]        # (2, 3)
5  len(tpl)        # 4
6  3 in tpl        # True
7
8  tpl.append(5) # Ошибка!
```

# Структура данных: Множество (Set)

- ★ Неупорядоченная коллекция без повторов
- ★ Не допускает дубликатов
- ★ Изменяемый тип: можно добавлять и удалять элементы
- ★ Элементы должны быть неизменяемыми
- ★ Обозначается фигурными скобками: `{ }`

**Основные операции:**

- `add(x)` — добавить элемент
- `remove(x)` — удалить элемент
- `|` — объединение
- `&` — пересечение
- `-` — разность

```
1  s = {1, 2, 3, 4}
2  s.add(5)       # {1, 2, 3, 4, 5}
3  s.remove(3)    # {1, 2, 4, 5}
4
5  s1 = {1, 2, 3}
6  s2 = {3, 4, 5}
7
8  s1 | s2        # {1, 2, 3, 4, 5}
9  s1 & s2        # {3}
10 s1 - s2        # {1, 2}
```

# Структура данных: Словарь (Dictionary)

- ★ Структура **ключ: значение**
- ★ Ключи уникальны, значения могут повторяться
- ★ С 3.7 версии Python сохраняет порядок добавления
- ★ Обозначается фигурными скобками: `{ключ: значение}`

**Основные операции:**

- `d[key]` — получить значение по ключу
- `d[key] = val` — добавить / изменить значение
- `del d[key]` — удалить пару
- `d.keys()` — все ключи
- `d.values()` — все значения
- `d.items()` — пары ключ-значение

```
1  dic = {'a': 1, 'b': 2, 'c': 3}
2  dic['d'] = 4
3  dic['a'] = 10
4  del dic['b']
5
6  dic.keys()
7  # dict_keys(['a', 'c', 'd'])
8  dic.values()
9  # dict_values([10, 3, 4])
10 dic.items()
11 # dict_items([('a', 10), ...])
```

# Встроенные функции Python

★ В Python есть множество встроенных функций:

| **Функция** | **Описание** | **Пример** |
|---|---|---|
| `abs(x)` | Модуль числа | `abs(-5)` → `5` |
| `round(x)` | Округление числа | `round(3.1415, 2)` → `3.14` |
| `divmod(a, b)` | Целая часть и остаток | `divmod(7, 3)` → `(2, 1)` |
| `sum(iterable)` | Сумма элементов | `sum([1, 2, 3])` → `6` |
| `max(iterable)` | Наибольшее значение | `max([1, 2, 3])` → `3` |
| `min(iterable)` | Наименьшее значение | `min([1, 2, 3])` → `1` |
| `len(iterable)` | Кол-во элементов | `len("hello")` → `5` |
| `sorted(iterable)` | Сортировка списка | `sorted([3, 1, 2])` → `[1, 2, 3]` |
| `open(file)` | Открытие файла | `f = open('test.txt')` |
| `all(iterable)` | Все элементы — True? | `all([1, 2, 3])` → `True` |
| `any(iterable)` | Есть хотя бы один True? | `any([0, None, 3])` → `True` |
| `bool(x)` | Булево значение | `bool(0)` → `False` |
| `enumerate(iterable)` | Индекс и значение | `list(enumerate(['a','b']))` → `[(0, 'a'), (1, 'b')]` |
| `map(func, iterable)` | Применить функцию | `list(map(lambda x: x+1, [1,2]))` → `[2, 3]` |
| `filter(func, iterable)` | Отбор по условию | `list(filter(lambda x: x>0, [-1, 2]))` → `[2]` |

# Пользовательские функции и анонимные функции (lambda)

- **Пользовательская функция**:
  Используется ключевое слово `def` для определения своей функции.

```
1  def average(lst):
2      return sum(lst) / len(lst)
3
4  a = [2, 3, 1, -4, 12, 6]
5  print(average(a))  # 3.3333333333333335
```

- **Анонимная функция (lambda)**:
  Краткая форма, используется для простых операций.

```
1  square = lambda x: x ** 2
2  print(square(5))   # 25
3
4  nums = [1, 2, 3, 4]
5  squared = list(map(lambda x: x ** 2, nums))
6  print(squared)     # [1, 4, 9, 16]
```

# Цикл for в Python

★ **Цикл for**: используется для перебора итерируемых объектов (списки, кортежи, строки, словари, множества)

## Перебор списка:

```python
nums = [1, 2, 3, 4]
for num in nums:
    print(num)
# Вывод:
# 1
# 2
# 3
# 4
```

## Перебор строки:

```python
text = "abcd"
for char in text:
    print(char)
# Вывод:
# a
# b
# c
# d
```

## Использование range:

```python
for i in range(4):
    print(i)
# Вывод:
# 0
# 1
# 2
# 3
```

## Перебор словаря:

```python
dic = {'a': 1, 'b': 2, 'c': 3}
for key, value in dic.items():
    print(f"{key}: {value}")
# Вывод:
# a: 1
# b: 2
# c: 3
```

# Цикл while в Python

- **Цикл while**: выполняется, пока условие `True`. Если условие становится `False`, цикл завершает работу.

**Счётный цикл:**

```
1  count = 0
2  while count < 5:
3      print(count)
4      count += 1
5  # 0
6  # 1
7  # 2
8  # 3
9  # 4
```

**Условный цикл:**

```
1  n = 10
2  while n > 0:
3      print(n)
4      n -= 2
5  # 10
6  # 8
7  # 6
8  # 4
9  # 2
```

# Управление циклами в Python

★ **Операторы управления циклами**

- `break` — немедленно прерывает выполнение цикла.
- `continue` — пропускает текущую итерацию и переходит к следующей.

**break**

```
1  for i in range(10):
2      if i == 5:
3          break
4      print(i)
5  # Вывод:
6  # 0
7  # 1
8  # 2
9  # 3
10 # 4
```

**continue**

```
1  for i in range(5):
2      if i == 2:
3          continue
4      print(i)
5  # Вывод:
6  # 0
7  # 1
8  # 3
9  # 4
```

# Задание: Циклы и условия в Python

★ **Задание 1. Построить таблицу умножения от 1 до 9:**

```python
for i in range(1, 10):
    for j in range(1, 10):
        print(f"{j} * {i} = {j*i}", end="\t")
    print()
```

★ **Задание 2. Дан список целых чисел. Найдите наибольшее произведение двух разных элементов списка:**

```python
nums = [1, 5, 3, 9, 2]

max_product = 0
for i in range(len(nums)):
    for j in range(i + 1, len(nums)):
        product = nums[i] * nums[j]
        if product > max_product:
            max_product = product

print("Максимальное произведение:", max_product)
```

# Содержание

# Работа со списками (list) в Python

★ Списки (list) в Python нельзя напрямую складывать с числами.

```
a = [1, 2, 3, 4]          # a + 1 ошибка!
[x + 1 for x in a]        # Результат: [2, 3, 4, 5]
```

★ Оператор `a + b` соединяет два списка, а не складывает их элементы поэлементно:

```
b = [2, 3, 4, 5]
a + b                     # Результат: [1, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 5]
[x + y for (x, y) in zip(a, b)]  # Результат: [3, 5, 7, 9]
```

**Выводы:**

- Нельзя напрямую складывать список с числом;
- `list + list` — это объединение списков, а не поэлементное сложение;
- Для поэлементных операций нужно использовать `zip()` и генераторы списков.

➥ **NumPy** позволяет делать такие операции проще и быстрее по сравнению с обычными списками Python!

# Введение в библиотеку NumPy

★ NumPy — это популярная библиотека Python с открытым исходным кодом, созданная для удобных и быстрых вычислений.

★ Главное в NumPy — это тип данных `ndarray`, с помощью которого можно легко работать с многомерными массивами (например, векторами и матрицами).

★ NumPy работает быстрее, чем обычные списки Python, особенно при больших объёмах данных.

★ Благодаря векторным операциям можно писать меньше циклов и быстрее выполнять расчёты.

★ NumPy — основа для многих других библиотек, таких как `pandas` и `TensorFlow`.

★ Чтобы использовать NumPy, сначала нужно его импортировать:

```
1 import numpy as np
2 from numpy import array, mean
```

# Операции с массивами в NumPy

★ NumPy поддерживает поэлементные операции с массивами:

```
1  a = np.array([1, 2, 3, 4])
2  a + 1           # array([2, 3, 4, 5])
3  a * 2           # array([2, 4, 6, 8])
4
5  b = np.array([2, 3, 4, 5])
6  a + b           # array([3, 5, 7, 9])
7
8  a = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
9  b = np.array([1, 2, 3])
10 a + b           # array([[2, 4, 6], [5, 7, 9]])
```

**Основные особенности:**

- NumPy автоматически распространяет скаляр на все элементы массива;
- Операции применяются к каждому элементу массива без циклов и списковых выражений;
- NumPy поддерживает гибкую систему **broadcasting** — распространения массива по другим массивам с совместимой формой.

# Инициализация массивов в NumPy

★ **Создание массива из списка:** (тип данных массива определяется по типу данных списка)

```
a = np.array([1, 2, 3, 4])           # array([1, 2, 3, 4])
a = np.array([1.0, 2.0, 3.0, 4.0])   # array([1., 2., 3., 4.])
```

★ **Создание массивов из нулей и единиц:** (по умолчанию используется тип float64, но можно указать другой)

```
np.zeros(4)                    # array([0., 0., 0., 0.])
np.ones(4)                     # array([1., 1., 1., 1.])
np.zeros(4, dtype="int32")     # array([0, 0, 0, 0])
np.ones(4, dtype="bool")       # array([True, True, True, True])
```

★ **np.fill():** Заполняет все элементы массива заданным значением.

```
a = np.array([1, 2, 3, 4])
a.fill(5)                  # array([5, 5, 5, 5])
a.fill(2.5)                # array([2, 2, 2, 2])
a = a.astype("float")
a.fill(2.5)                # array([2.5, 2.5, 2.5, 2.5])
```

# Создание массивов: arange и linspace

★ **np.arange()**: создание массива с заданным шагом

- `start` — начало (включается), по умолчанию 0
- `stop` — конец (не включается)
- `step` — шаг (может быть отрицательным)

```
np.arange(10)          # [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]
np.arange(1, 10)       # [1 2 3 4 5 6 7 8 9]
np.arange(1, 10, 2)    # [1 3 5 7 9]
np.arange(10, 1, -2)   # [10 8 6 4 2]
```

★ **np.linspace()**: создание массива с заданным числом точек

- `start`, `stop` — начало и конец (по умолчанию оба включаются)
- `num` — число точек (по умолчанию 50)
- `retstep=True` — возвращает шаг

```
np.linspace(1, 10, 10)                          # [1. 2. ... 10.]
np.linspace(1, 10, 10, dtype=int)               # [1 2 ... 10]
a, step = np.linspace(1, 10, 10, retstep=True) # step: 1.0
```

# Создание массивов: списковые выражения

★ **Списковые выражения (List Comprehension)** позволяют гибко создавать массивы NumPy по любому правилу.

## Пример 1: линейное приращение

```
a = np.array([1 + i for i in range(10)])
# [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]
```

## Пример 2: квадратичное приращение

```
a = np.array([(1 + i)**2 for i in range(10)])
# [1 4 9 16 25 36 49 64 81 100]
```

## Пример 3: двумерный массив через вложенные циклы

```
a = np.array([[i * j for j in range(4)] for i in range(3)])
# [[0 0 0 0]
#  [0 1 2 3]
#  [0 2 4 6]]
```

# Генерация случайных чисел

- `np.random.rand(n)`: равномерное распределение на $[0, 1]$
- `np.random.randint(low, high, size)`: случайные целые числа
- `np.random.randn(n)`: нормальное распределение со средним $0$ и отклонением $1$
- `np.random.normal(loc, scale, size)`: нормальное распределение с центром `loc` и отклонением `scale`
- `np.random.choice(a, size, replace=True)`: выбор случайных элементов из массива `a`

```
1 a = np.random.rand(10)              # [0.69, 0.20, ..., 0.41]
2 c = np.random.randint(1, 20, 10)    # [9, 11, 2, ..., 4]
3 b = np.random.randn(10)             # [-0.86, -0.56, ..., -0.73]
4 np.random.normal(0, 1, 10)          # [0.1, -1.2, ..., 0.56]
5 a = np.array([1,2,3,4,5,6,7,8,9])
6 np.random.choice(a, 3)              # [3, 5, 1]
```

# Свойства массива NumPy

- ★ `type(a)` — тип объекта
- ★ `a.dtype` — тип данных внутри массива
- ★ `a.shape` — форма массива (возвращает кортеж, указывающий размерность по каждой оси)
- ★ `a.size` — общее количество элементов в массиве
- ★ `a.ndim` — количество измерений (размерность массива)

```python
a = np.array([1, 2, 3, 4, 5])

print("Тип:", type(a))
    # <class 'numpy.ndarray'>
print("Тип данных:", a.dtype)
    # int32
print("Форма:", a.shape)    # (5,)
print("Размер:", a.size)    # 5
print("Измерения:", a.ndim) # 1
```

```python
a = np.array([[1, 2, 3],[4, 5, 6]])

print("Тип:", type(a))
    # <class 'numpy.ndarray'>
print("Тип данных:", a.dtype)
    # int32
print("Форма:", a.shape)    # (2, 3)
print("Размер:", a.size)    # 6
print("Измерения:", a.ndim) # 2
```

- ➠ `a.shape`, `a.size`, `a.ndim` — только для NumPy массивов
- ➠ `np.shape(a)`, `np.size(a)`, `np.ndim(a)` — применимы к массивам и другим структурам (например, спискам, кортежам)

# Индексация и срезы массивов NumPy

## Одномерный массив:

```
a = np.array([1,2,3,4,5,6])
a[1:3]   # array([2, 3])
a[1:-2]  # array([2, 3, 4])
a[-4:5]  # array([3, 4, 5])
a[-2:]   # array([5, 6])
a[::2]   # array([1, 3, 5])
a[0] = 10
a        # array([10,2,3,4,5,6])
```

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| [0] | [1] | [2] | [3] | [4] | [5] |
| [-6] | [-5] | [-4] | [-3] | [-2] | [-1] |

## Двумерный массив:

```
a = np.array([[0,1,2,3],
              [10,11,12,13]])

a[1,3]     # 13
a[1]       # array([10,11,12,13])
a[:,1]     # array([1,11])
a[1,3] = -1
a          # [[0,1,2,3],
           #  [10,11,12,-1]]
a[1,2:]    # array([12, -1])
a[1,-1]    # -1
```

| | [0] | [1] | [2] | [3] |
|---|---|---|---|---|
| [0] | 0 | 1 | 2 | 3 |
| [1] | 10 | 11 | 12 | 13 |

# Выборка элементов и ссылки

## Использование маски (mask):

```
1  a = np.arange(0, 100, 20)
2  mask = np.array([0,2,0,0,1], dtype=bool)
3  a[mask]  # array([20, 80])
```

## Советы по срезам в NumPy:

- NumPy использует ссылки при срезе — изменения в подмассиве влияют на исходный.
- Список Python копируется — оригинал не изменяется.
- Используйте `copy()` для создания независимого массива.

```
1  a = np.array([0,1,2,3,4])
2  b = a[2:4]
3  b[0] = 10
4  a  # array([0,1,10,3,4])
5
6  a = [1,2,3,4,5]
7  b = a[2:4]
8  b[0] = 10
9  a  # [1,2,3,4,5]
10
11 a = np.array([0,1,2,3,4])
12 b = a[2:4].copy()
13 b[0] = 10
14 a  # array([0,1,2,3,4])
```

# Соединение и преобразование массивов

## Соединение массивов:

```
x = np.array([[0,1,2],
              [10,11,12]])
y = np.array([[50,51,52],
              [60,61,62]])

z = np.concatenate((x, y))
# along axis 0
z = np.concatenate((x, y), axis=1)
# along axis 1
z = np.array((x, y))
# along axis 2

np.vstack((x, y))   # along axis 0
np.hstack((x, y))   # along axis 1
np.dstack((x, y))   # along axis 2
```

## Преобразование формы:

```
a = np.arange(6)
a.shape = (2, 3)
# array([[0,1,2], [3,4,5]])

a = np.arange(6)
b = a.reshape((2, 3))
# b: array([[0,1,2], [3,4,5]])

b.T
# array([[0,3],[1,4],[2,5]])
```

## Сортировка значений:

```
data = np.array([3, 1, 4, 1, 5])
sorted_data = np.sort(data)
# [1, 1, 3, 4, 5]
```

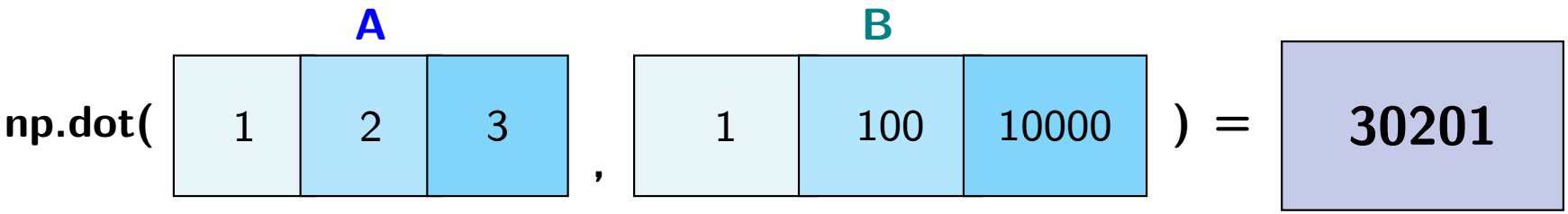
# Основные функции NumPy

| **Функция** | **Только для NumPy** | **Общая форма** |
|---|---|---|
| Среднее | `a.mean()` | `np.mean(a)` |
| Максимум | `a.max()` | `np.max(a)` |
| Минимум | `a.min()` | `np.min(a)` |
| Индекс макс. | `a.argmax()` | `np.argmax(a)` |
| Индекс мин. | `a.argmin()` | `np.argmin(a)` |
| Сумма | `a.sum()` | `np.sum(a)` |
| Накопл. сумма | `a.cumsum()` | `np.cumsum(a)` |
| Стандарт. отклон. | `a.std()` | `np.std(a)` |
| Произведение | `a.prod()` | `np.prod(a)` |
| Накопл. произвед. | `a.cumprod()` | `np.cumprod(a)` |

**Примечание:** Методы `a.*()` применимы только к массивам NumPy, а функции `np.*(a)` — к любым совместимым объектам (например, спискам).

# Скалярное произведение массивов (dot product)

**Операция `np.dot(A, B)` вычисляет скалярное произведение двух массивов.**




## Пример кода:

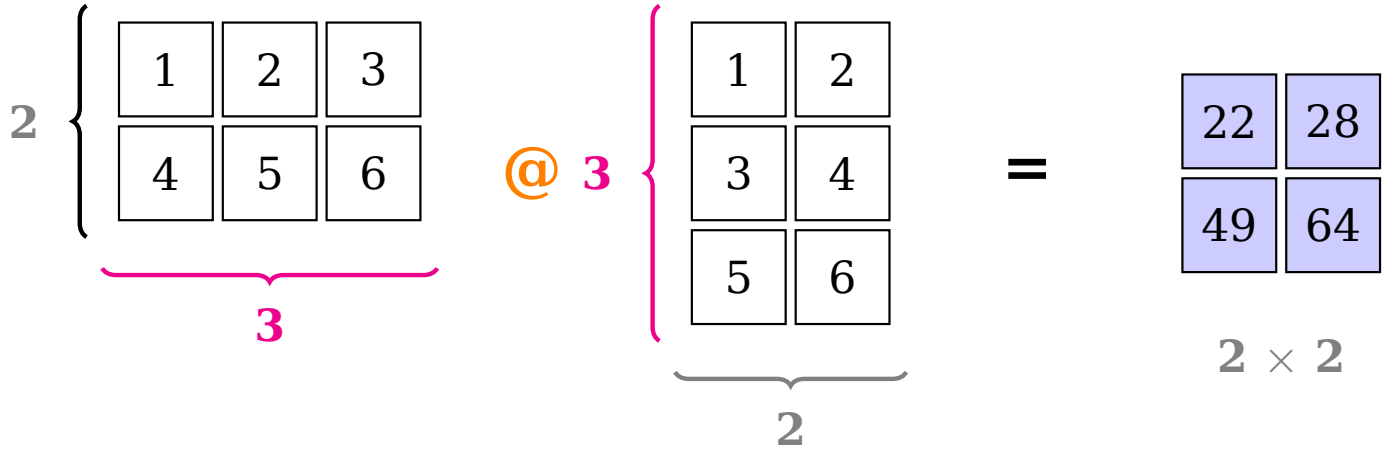
```python
import numpy as np

A = np.array([1, 2, 3])
B = np.array([1, 100, 10000])

print(np.dot(A, B))
# 30201
```

## Пояснение:

- Скалярное произведение — это сумма произведений соответствующих элементов:
- $1 \cdot 1 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10000 = 30201$
- Результат — одно число (скаляр).

# Матричное произведение массивов

**Операция `np.matmul(A, B)` или сокращённая форма `A @ B`**




## Пример кода:

```python
import numpy as np
data1 = np.array([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6]])
data2 = np.array([[1, 2],
                  [3, 4],
                  [5, 6]])

print(np.matmul(data1, data2))
# [[22 28]
#  [49 64]]
```

## Пояснение:

- Размерности:
  $2 \times 3 \cdot 3 \times 2 \Rightarrow 2 \times 2$
- Каждый элемент результата — это скалярное произведение строки из `data1` и столбца из `data2`:

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 22$$

# Линейная алгебра с Numpy (Модуль numpy.linalg)

★ **Определитель матрицы:** `np.linalg.det()`

**Пример:**

```
1  import numpy as np
2
3  A = np.array([[2.0, -1.0, 0.0],
4                [-1.0, 2.0, -1.0],
5                [0.0, -1.0, 2.0]])
6
7  print(np.linalg.det(A))
8  # 4.0
```

**Пояснение:**

- Определитель (determinant) — это скалярная величина, характеризующая матрицу.
- Если $\det(A) \neq 0$, то существует обратная матрица $A^{-1}$.

★ **Обратная матрица:** `np.linalg.inv()`

**Пример:**

```
1  A_inverse = np.linalg.inv(A)
2  print(A_inverse)
3  # [[0.75 0.5  0.25]
4  #  [0.5  1.0  0.5 ]
5  #  [0.25 0.5  0.75]]
```

**Пояснение:**

- Функция `inv()` возвращает $A^{-1}$, такую, что $A \cdot A^{-1} = I$.
- Работает только для квадратных невырожденных матриц.

# Собственные значения и линейные уравнения

## ★ Функция `np.linalg.eig()`: нахождение собственных значений и векторов

**Пример:**

```
1  import numpy as np
2
3  A = np.array([[2.0, -1.0, 0.0],
4                [-1.0, 2.0, -1.0],
5                [0.0, -1.0, 2.0]])
6
7  lam, v = np.linalg.eig(A)
8  print(lam)
9  print(v)
```

**Результат:**

$$\texttt{lam} = \begin{bmatrix} 3.41 & 2.00 & 0.59 \end{bmatrix}$$

$$\texttt{v} = \begin{bmatrix} -0.5 & -0.71 & 0.5 \\ 0.71 & 0.00 & 0.71 \\ -0.5 & 0.71 & 0.5 \end{bmatrix}$$

## ★ Функция `np.linalg.solve(A, b)`: решение $Ax = b$

**Пример:**

```
1  b = np.array([2.0, -1.0, 3.0])
2  x = np.linalg.solve(A, b)
3  print(x)
```

**Результат:**

$$\texttt{x} = \begin{bmatrix} 1.75 & 1.5 & 2.25 \end{bmatrix}$$

# Содержание

# Введение в библиотеку SciPy

**SciPy** — это одна из ключевых библиотек на Python для научных и инженерных расчётов. Она основана на NumPy и предоставляет расширенные инструменты для:

- ★ решения задач оптимизации
- ★ вычисления интегралов и выполнения интерполяции
- ★ работы со специальными математическими функциями
- ★ быстрого преобразования Фурье (FFT)
- ★ обработки сигналов и изображений
- ★ численного решения дифференциальных уравнений

SciPy широко используется в физике, инженерии, биоинформатике, астрономии, климатологии и других научных областях.

# Физические константы: `scipy.constants`

Модуль `constants` из библиотеки **SciPy** предоставляет множество часто используемых физических констант, которые можно вызывать напрямую:

- $\pi$ — число пи: `constants.pi`
- $c$ — скорость света (м/с): `constants.c`
- $h$ — постоянная Планка (Дж·с): `constants.h`
- $k_B$ — постоянная Больцмана (Дж/К): `constants.Boltzmann`
- $N_A$ — число Авогадро: `constants.Avogadro`
- $G$ — гравитационная постоянная: `constants.G`

**Пример кода:**

```
1 from scipy import constants
2
3 print(constants.c)           # 299792458.0
4 print(constants.Boltzmann)   # 1.380649e-23
5 print(constants.Avogadro)    # 6.02214076e+23
6 print(constants.h)           # 6.62607015e-34
```

# Нахождение корней нелинейного уравнения

Функция `scipy.optimize.root` используется для поиска корней уравнений.
Например, для уравнения:

$$x + \cos(x) = 0$$

**Синтаксис:** `root(fun, x0)`, где:

- `fun` — функция уравнения
- `x0` — начальное приближение

**Пример кода:**

```
1  from scipy.optimize import root
2  from math import cos
3
4  def eqn(x):
5      return x + cos(x)
6
7  myroot = root(eqn, 0)
8
9  print(myroot)
```

**Результат:**

- Корень: `-0.73908513`
- Статус: `success = True`
- Сообщение: `The solution converged.`
- Кол-во итераций: `nfev = 9`

# Одномерная интерполяция: scipy.interpolate.interp1d

Модуль `scipy.interpolate` предоставляет мощные инструменты для выполнения интерполяции.

Для одномерной интерполяции используется функция `interp1d()`, которая принимает массивы значений аргумента (`xs`) и функции (`ys`) и возвращает вызываемую функцию для вычисления промежуточных значений $y = f(x)$.

**Пример кода:**

```
1  from scipy.interpolate import interp1d
2  import numpy as np
3
4  xs = np.arange(10)
5  ys = 2 * xs + 1
6
7  interp_func = interp1d(xs, ys)
8
9  newarr = interp_func(np.arange(2.1, 3, 0.1))
10
11 print(newarr)
```

**Результат:**

```
[5.2  5.4  5.6  5.8  6.0  6.2  6.4  6.6  6.8]
```

# Содержание

# Визуализация данных с помощью matplotlib

Matplotlib — это базовая библиотека для построения графиков в Python.

**Возможности:**

- Построение линейных, точечных, гистограмм и 3D-графиков
- Настройка подписей осей, легенд, цвета, толщины и шрифтов
- Поддержка интерактивного режима и сохранения в PDF/PNG
- Интеграция с NumPy, Pandas, SciPy

**Основной модуль:** matplotlib.pyplot

**Импорт:**

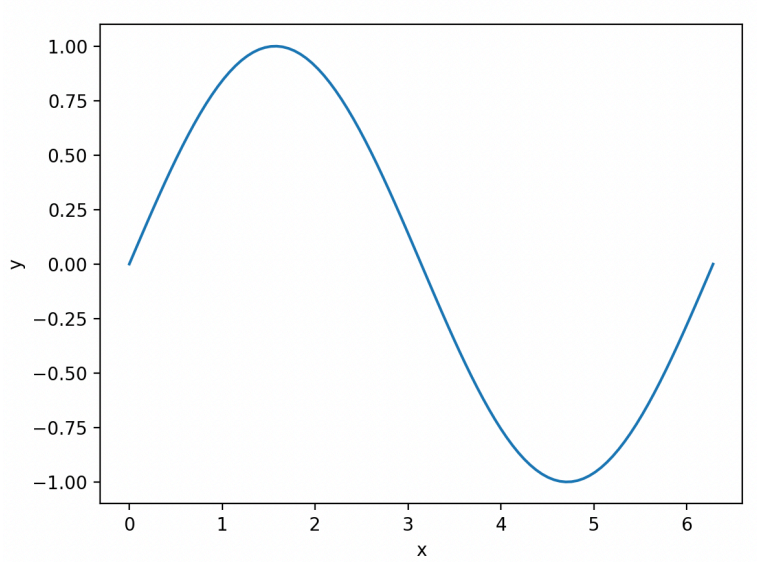
```
1 import matplotlib.pyplot as plt
```

# Пример построения линейного графика

## Код:

```
1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  x = np.linspace(0, 2 * np.pi, 100)
5  y = np.sin(x)
6
7  plt.plot(x, y)
8  plt.xlabel('x')
9  plt.ylabel('y')
10 plt.show()
```

## График:



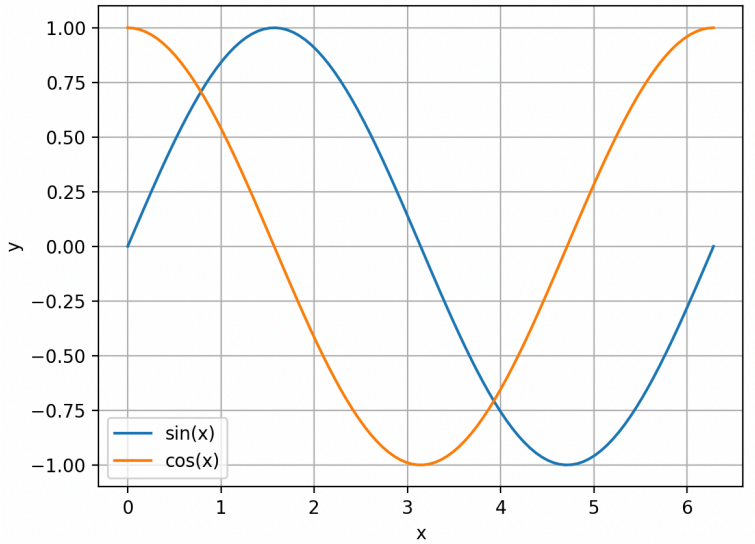

Построен график функции `sin(x)` на интервале от $0$ до $2\pi$.

# Построение нескольких графиков с легендой

## Код:

```
1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  x = np.linspace(0, 2 * np.pi, 100)
5  y1 = np.sin(x)
6  y2 = np.cos(x)
7
8  plt.plot(x, y1, label='sin(x)')
9  plt.plot(x, y2, label='cos(x)')
10
11 plt.xlabel('x')
12 plt.ylabel('y')
13 plt.legend()
14 plt.grid()
15 plt.show()
```

## График:



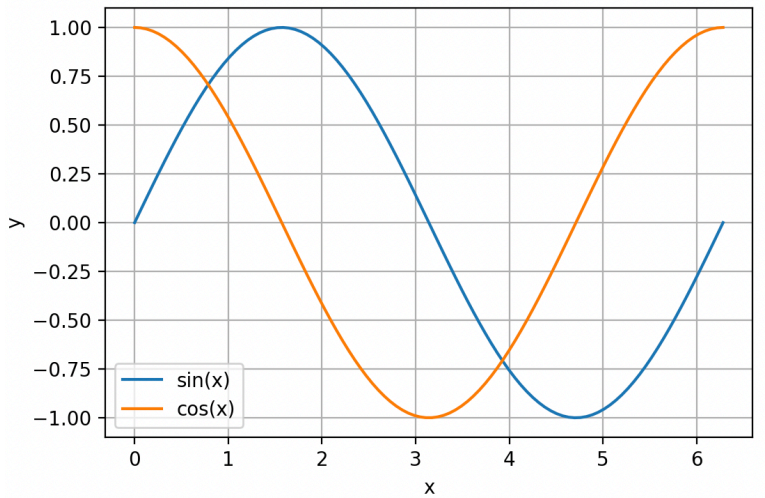

Построены функции синуса и косинуса. Добавлены легенда и сетка для удобства восприятия.

# Добавление настройки размера изображения

## Код:

```
1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  x = np.linspace(0, 2 * np.pi, 100)
5  y1 = np.sin(x)
6  y2 = np.cos(x)
7
8  plt.figure(figsize=(6, 4), dpi=100,
       facecolor='white')
9
10 plt.plot(x, y1, label='sin(x)')
11 plt.plot(x, y2, label='cos(x)')
12
13 plt.xlabel('x')
14 plt.ylabel('y')
15 plt.legend()
16 plt.grid()
17 plt.show()
```

## График:

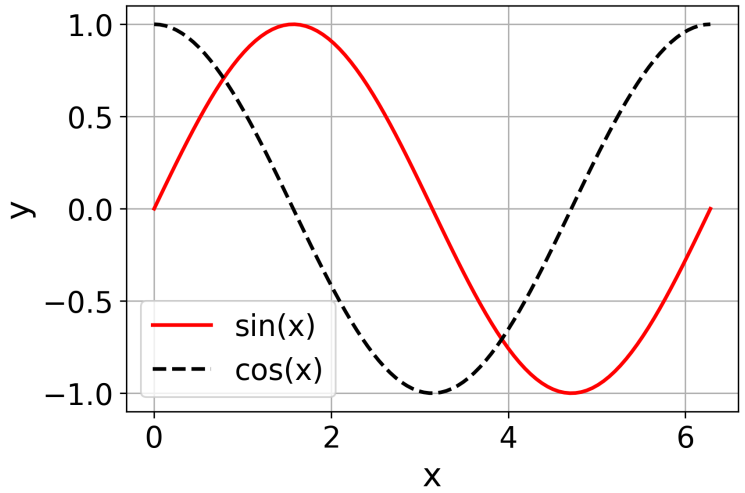



Используется `plt.figure(...)` для задания размеров и фона изображения.

# Построение нескольких графиков с легендой

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.linspace(0, 2 * np.pi, 100)
y1 = np.sin(x)
y2 = np.cos(x)

plt.figure(figsize=(6, 4), dpi=100,
     facecolor='white')

plt.plot(x, y1, label='sin(x)',
         color='red', linestyle='-',
              linewidth=2)
plt.plot(x, y2, label='cos(x)',
         color='black', linestyle='--'
              , linewidth=2)

plt.xlabel('x', fontsize=18)
plt.ylabel('y', fontsize=18)
plt.tick_params(labelsize=16)
plt.legend(fontsize=16)
plt.grid()

plt.savefig("plot.png", bbox_inches='
     tight', dpi=300)
plt.show()
```

## График:

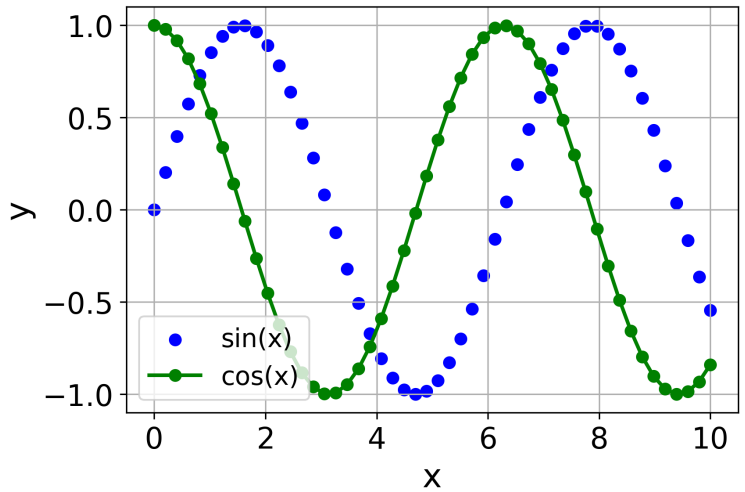



Цветовая дифференциация и стили линий подчёркивают различие между `sin(x)` и `cos(x)`. Шрифты и толщина линий увеличены для читаемости. График сохранён в PNG с высоким разрешением.

# Scatter-график и линия с маркерами

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.linspace(0, 10, 50)
y1 = np.sin(x)
y2 = np.cos(x)

plt.figure(figsize=(6, 4), dpi=100)

plt.scatter(x, y1, color='blue', label='sin(x)')
plt.plot(x, y2, color='green', marker='o',
         linestyle='-', linewidth=2,
         label='cos(x)')

plt.xlabel('x', fontsize=18)
plt.ylabel('y', fontsize=18)
plt.tick_params(labelsize=16)
plt.legend(fontsize=14)
plt.grid()

plt.savefig("scatter.png", bbox_inches='tight', dpi=300)
plt.show()
```

**График:**

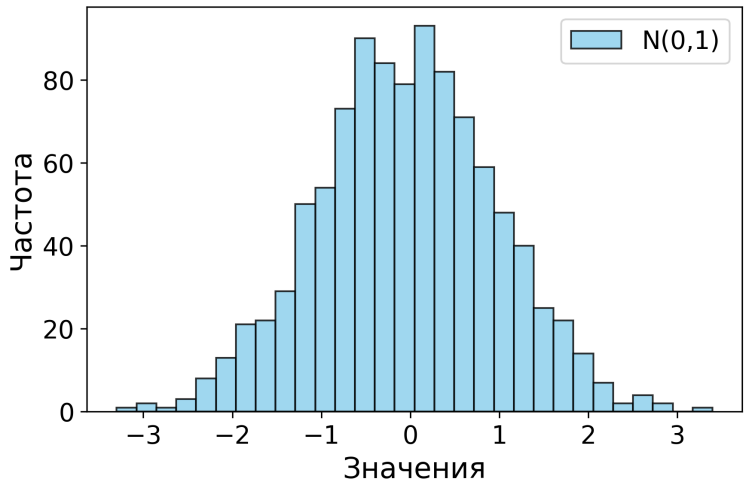



`sin(x)` изображён синими точками (scatter-график), `cos(x)` — зелёной линией с круглыми маркерами. Использована легенда и сетка.

# Построение гистограммы (Histogram)

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

data = np.random.normal(loc=0, scale
    =1, size=1000)

plt.figure(figsize=(6, 4), dpi=100)

plt.hist(data, bins=30,
    color='skyblue',
    edgecolor='black',
    alpha=0.8, label='N(0,1)')

plt.xlabel('Значения', fontsize=16)
plt.ylabel('Частота', fontsize=16)
plt.tick_params(labelsize=14)
plt.legend(fontsize=14)

plt.tight_layout()
plt.savefig("histogram.png",
    bbox_inches='tight', dpi=300)
plt.show()
```

## График:

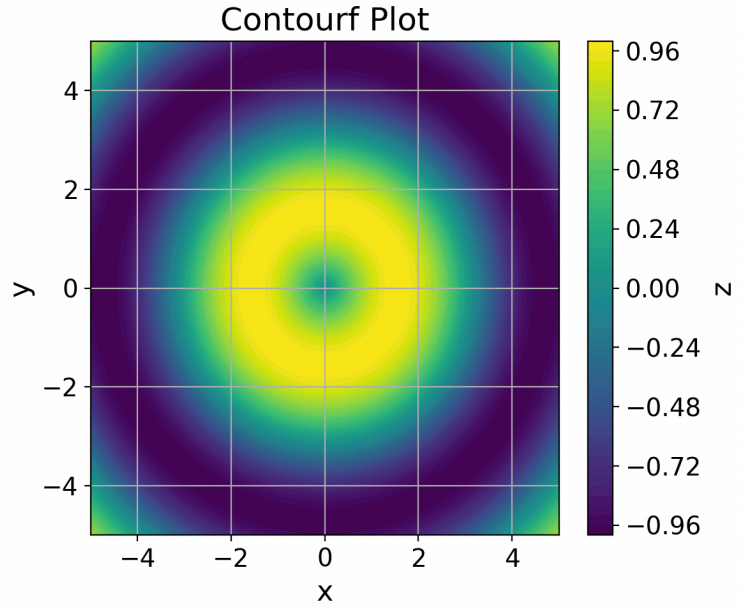



Сгенерированы 1000 случайных чисел из нормального распределения $N(0, 1)$. Построена гистограмма с 30 интервалами и оформлением для лучшей читаемости.

# Построение двумерной карты (contourf)

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.linspace(-5, 5, 100)
y = np.linspace(-5, 5, 100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)

Z = np.sin(np.sqrt(X**2 + Y**2))

plt.figure(figsize=(6, 5))
contour = plt.contourf(X, Y, Z, levels
    =50, cmap='viridis')

plt.xlabel('x', fontsize=16)
plt.ylabel('y', fontsize=16)
plt.title('Contourf Plot', fontsize
    =18)
plt.tick_params(labelsize=14)
cbar = plt.colorbar(contour)
cbar.set_label('z', fontsize=16)
cbar.ax.tick_params(labelsize=14)

plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

**График:**




Двумерная цветная карта функции

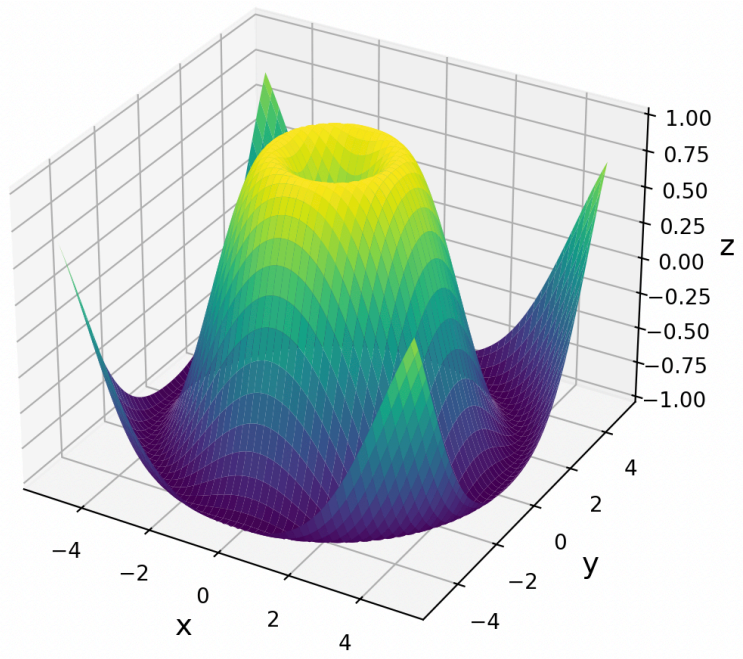
$$z = \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

Цветовая шкала показывает значения переменной z. Оси и цветовая шкала снабжены подписями увеличенного шрифта.

# Построение трёхмерной поверхности (plot_surface)

```python
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import
    Axes3D
import numpy as np

x = np.linspace(-5, 5, 100)
y = np.linspace(-5, 5, 100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)
Z = np.sin(np.sqrt(X**2 + Y**2))

fig = plt.figure(figsize=(7, 5))
ax = fig.add_subplot(111, projection='
    3d')

surf = ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='
    viridis')
ax.set_xlabel('x', fontsize=14)
ax.set_ylabel('y', fontsize=14)
ax.set_zlabel('z', fontsize=14)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

**График:**




Объёмная поверхность функции

$$z = \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$