

0.1 冷冻沙丁鱼

$(A_i, B_i) = (0, 0)$ のイワシは他のどの個体とも仲が悪いので、「 $(A_i, B_i) = (0, 0)$ なイワシをどれか 1 匹だけ選ぶ」「 $(A_i, B_i) = (0, 0)$ なイワシをどれも選ばない」のいずれかです。勿論、前者の選び方はそのようなイワシの個数に等しいので、以下では $(A_i, B_i) = (0, 0)$ なイワシを除外して考えます。

イワシの「傾き」を $\frac{A_i}{B_i}$ として、これを既約分数で表すことを考えます。具体的には、次のように決めます

1. $B_i = 0$ のとき、傾きは $1/0$

2. $B_i > 0$ のとき、傾きは $\frac{A_i}{\gcd(A_i, B_i)} / \frac{B_i}{\gcd(A_i, B_i)}$

3. $B_i < 0$ のとき、傾きは $-\frac{A_i}{\gcd(A_i, B_i)} / -\frac{B_i}{\gcd(A_i, B_i)}$

ちょっとした場合分けから、傾きと仲の悪さの関係について次のことが言えます。

1. 傾き $1/0$ のイワシと仲が悪いのは、傾き $0/1$ のイワシ全てのみ。逆もまた然り。

2. 傾き a/b ($a, b \neq 0$) のイワシと仲が悪いのは、傾き $-b/a$ (を a の符号で通分したもの) のイワシ全てのみ。逆もまた然り。

たとえば以下の傾きが、互いに”仲の悪い”です。

$$1/0 \longleftrightarrow 0/1$$

$$5/3 \longleftrightarrow -3/5$$

$$2/1 \longleftrightarrow -1/2$$

$(A_i, B_i) = (0, 0)$ の沙丁鱼会和任意的沙丁鱼组合都会腐化，就有只选一只 $(A_i, B_i) = (0, 0)$ 的沙丁鱼，和 $(A_i, B_i) = (0, 0)$ 一只都不选这两类，显然，前者的选法和 $(A_i, B_i) = (0, 0)$ 的沙丁鱼数量一样。接下来主要对后者情况讨论，即 $(A_i, B_i) \neq (0, 0)$ 。

定义沙丁鱼的“斜率”为 $\frac{A_i}{B_i}$ ，并且这个数值要表示为分数约分后的结果。更具体的规则如下所示

$B_i = 0$ 时，斜率为 $1/0$

$B_i > 0$ 时，斜率为 $\frac{A_i}{\gcd(A_i, B_i)} / \frac{B_i}{\gcd(A_i, B_i)}$

$B_i < 0$ 时，斜率为 $\frac{A_i}{\gcd(A_i, B_i)} / \frac{B_i}{\gcd(A_i, B_i)}$

以下的情况中描述了斜率和相互腐化的关系

斜率 $1/0$ 的沙丁鱼会与斜率为 $0/1$ 的发生腐化，反之亦然

斜率为 a/b ($a, b \neq 0$) 的沙丁鱼会与斜率为 $-b/a$ 的发生腐化，反之亦然

例如以下几组斜率是相互被腐化的

したがって,”仲の悪いつがい”になる傾きのペア (高々 N 通り) 全てについて, 連想配列などを使って各傾きになるイワシの個数が求まれば, その後は基礎的な数え上げの範疇です. オーバーフローには気を付けてください.

(A_i, B_i) の制約が大きいので, 傾きを有理数の代わりに実数で表現しようとする (long double でも) 精度が足りないおそれがあります.

因此, 可以使用组成“沙丁鱼腐化斜率数对”(共 N 个), 把斜率出现的个数存储在关联数组 (例如 C++ 的 map 或 Python 的 dict) 当中, 然后进行计数即可. 请小心数据溢出.

由于此题 (A_i, B_i) 的数值可能很大, 如果用相应的小数代替分数, 即使是用 long double 精度仍然不够.

```

1 #include <cstdio>
2 #include <map>
3
4 class ratNode
5 {
6     private:
7         long long num, den;
8         long long gcd(long long a, long long b)
9         {
10
11         }
12     public:
13         ratNode(long long n, long long d)
14         {
15             if (d==0)
16             {
17                 den=0;
18                 if (n>0)
19                     num=1;
20                 else if (n<0)
21                     num=-1;
22                 else
23                     num=0;
24             }
25             else if (d>0)
26             {
27                 long long g = gcd(n, d);
28                 num = n/g;
29                 den = d/g;
30             }
31             else
32             {
33                 long long g = gcd(n, d);
34                 num = -n/g;

```

```
35         den = -d/g;  
36     }  
37  
38     }  
39     bool operator< (const ratNode &o)  
40     {  
41  
42     }  
43 };  
44  
45 int main(void)
```

0.2 Pay to Win

我们可以把这个问题反过来想：手中初始是数字 N 最终变为 0。可以采取以下的操作：

1. 如果 x 能被 2 整除，则用 $\frac{x}{2}$ 替代 x 并花费 A 枚筹码
2. 如果 x 能被 3 整除，则用 $\frac{x}{3}$ 替代 x 并花费 B 枚筹码
3. 如果 x 能被 5 整除，则用 $\frac{x}{5}$ 替代 x 并花费 C 枚筹码
4. 用 $x+1$ 或 $x-1$ 替代 x ，花费 D 枚筹码

一种方法是，我们全用花费 D 的方法，这样从 N 到 0 的花费为 ND 。另外，我们可以采用这样的策略：

$$N \xrightarrow{D} \dots \xrightarrow{D} ky \xrightarrow{k} y$$

其中 $k \in \{2, 3, 5\}$ 。需要说明的是 $y \in \{\lfloor \frac{N}{k} \rfloor, \lceil \frac{N}{k} \rceil\}$ 。事实上，如果 $y < \lfloor \frac{N}{k} \rfloor$ (同样的理由对 $y > \lceil \frac{N}{k} \rceil$ 也适用)，就有如下的变换序列，比上述序列的花费更低

$$N \xrightarrow{D} \dots \xrightarrow{D} k \lfloor \frac{N}{k} \rfloor \xrightarrow{k} \lfloor \frac{N}{k} \rfloor \xrightarrow{D} \dots \xrightarrow{k} y$$

所以，我们的最优策略是直接用 ± 1 的方式由 N 到 0，或到某个 $\{\lfloor \frac{N}{k} \rfloor, \lceil \frac{N}{k} \rceil\}$ ($k \in \{2, 3, 5\}$)。特别地，如果记 $f(n)$ 为从 N 到 0 的最小花费，那么如果我们知道了 $f(\lfloor \frac{N}{k} \rfloor)$ 和 $f(\lceil \frac{N}{k} \rceil)$ ，那么 $f(n)$ 便可容易计算出。

上述讨论可以用动态规划方法实现，但是还需要解决从 N 到 0 有多少状态的问题。可以证明，可达的数字将由以下两式限定

$$\lfloor \frac{N}{2^a 3^b 5^c} \rfloor, \lceil \frac{N}{2^a 3^b 5^c} \rceil$$

由于 $0 \leq a \leq 60, 0 \leq b \leq 40, 0 \leq c \leq 30$ (不然分母将大于分子)，可达的数字小于 $2 \times 61 \times 41 \times 31 = 155062$ (为了 Accepted，程序要保证 $f(n)$ 总是在 n 的可达数字以内)

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 typedef long long LL;
4
5 LL A, B, C, D;
6 map<LL, LL> memo;
7 LL solve(LL N) {
8     if (N == 0) return 0;
9     if (N == 1) return D;
10    if (memo.count(N)) return memo[N];
11    LL l2 = (N/2)*2;
12    LL r2 = ((N+1)/2)*2;
13    LL l3 = (N/3)*3;
14    LL r3 = ((N+2)/3)*3;
15    LL l5 = (N/5)*5;
16    LL r5 = ((N+4)/5)*5;
17

```

```
18     LL res = 1e18;
19     if (N < res/D) res = N*D;
20     res = min(res, llabs(l2-N)*D + A + solve(l2/2));
21     res = min(res, llabs(r2-N)*D + A + solve(r2/2));
22
23     res = min(res, llabs(l3-N)*D + B + solve(l3/3));
24     res = min(res, llabs(r3-N)*D + B + solve(r3/3));
25
26     res = min(res, llabs(l5-N)*D + C + solve(l5/5));
27     res = min(res, llabs(r5-N)*D + C + solve(r5/5));
28
29     memo[N] = res;
30
31     return res;
32 }
33
34 int main() {
35     int T;
36     cin >> T;
37     for (int t = 0; t < T; t++) {
38         memo.clear();
39         LL N;
40         cin >> N;
41         cin >> A >> B >> C >> D;
42         cout << solve(N) << "\n";
43     }
44     return 0;
45 }
```