
Pyramide des Ages

Zhixing CAO, Yuxiang LI

13 janvier 2015

1 GÉNÉRALITÉ

Dans ce sujet, nous avons étudié l'évolution de la population en faisant intervenir le taux de fécondité (qui influence directement le taux de natalité) et le taux de mortalité. Pour ce faire, nous avons utilisé la méthode de différences finies, nous analyserons théoriquement la stabilité de notre schéma dans ce rapport. Pour visualiser son comportement, consultez le programme que nous avons écrit en Python.

2 PRISE EN MAIN DU MODÈLE

Rappelons d'abord les notations que nous utilisons : a l'âge ; t le temps ; $\rho(a, t)$ la densité de la population ; $P(t)$ la population ; $\mu(a, P)$ le taux de mortalité ; $\beta(a)$ le taux de fécondité et $N(t)$ le nombre de nouveau-nés.

L'évolution de la population peut dorénavant s'interpréter avec les équations suivantes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(a, t) + \frac{\partial \rho}{\partial a}(a, t) + \mu(a, P(t))\rho(a, t) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho(0, t) = N(t) \quad (2.2)$$

$$P(t) = \int_0^{+\infty} \rho(a, t) da \quad (2.3)$$

$$N(t) = \int_0^{+\infty} \beta(a)\rho(a, t) da \quad (2.4)$$

QUESTION 1.

Dans le cas où μ et β sont constantes, nous avons :

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt}(t) &= \int_0^{+\infty} \frac{d\rho}{dt}(a, t) da \\ &= \int_0^{+\infty} -\frac{\partial \rho}{\partial a}(a, t) - \mu(a, P(t))\rho(a, t) da \\ &= -\mu P(t) - \rho(+\infty, t) + \rho(0, t) \\ &= -\mu P(t) + \beta P(t)\end{aligned}$$

Nous avons obtenu une équation différentielle linéaire constante d'ordre 1 pour $P(t)$:

$$\boxed{\frac{dP}{dt}(t) = (\beta - \mu)P(t)} \quad (2.5)$$

La résolution de cette équation nous donne :

$$\boxed{P(t) = P(0)e^{(\beta - \mu)t}} \quad (2.6)$$

Dans cette situation-là, si $\beta > \mu$, on a plus de naissance que la mort, la population explose ; si $\beta < \mu$, la population disparaîtra ; seule le cas où $\beta = \mu$ permet d'avoir une population stable.

QUESTION 1.

$$\begin{aligned}(x + y)^3 &= (x + y)^2(x + y) \\ &= (x^2 + 2xy + y^2)(x + y) \\ &= (x^3 + 2x^2y + xy^2) + (x^2y + 2xy^2 + y^3) \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3\end{aligned} \quad (2.7)$$

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Aenean commodo ligula eget dolor. Aenean massa. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Donec quam felis, ultricies nec, pellentesque eu, pretium quis, sem.

2.0.1 HEADING ON LEVEL 3 (SUBSUBSECTION)

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec,

suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

HEADING ON LEVEL 4 (PARAGRAPH) Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

3 LISTS

3.1 EXAMPLE OF LIST (3*ITEMIZE)

- First item in a list
 - First item in a list
 - First item in a list
 - Second item in a list
 - Second item in a list
- Second item in a list

3.2 EXAMPLE OF LIST (ENUMERATE)

1. First item in a list
2. Second item in a list
3. Third item in a list