

---

# Pyramide des Ages

---

Zhixing CAO, Yuxiang LI

1<sup>er</sup> avril 2015

## 1 GÉNÉRALITÉ

Dans ce sujet, nous avons étudié l'évolution de la population en faisant intervenir le taux de fécondité (qui influence directement le taux de natalité) et le taux de mortalité. Pour ce faire, nous avons utilisé la méthode de différences finies, nous analyserons théoriquement la stabilité de notre schéma dans ce rapport. Pour visualiser son comportement, consultez le programme que nous avons écrit en Python.

## 2 PRISE EN MAIN DU MODÈLE

Rappelons d'abord les notations que nous utilisons :  $a$  l'âge ;  $t$  le temps ;  $\rho(a, t)$  la densité de la population ;  $P(t)$  la population ;  $\mu(a, P)$  le taux de mortalité ;  $\beta(a)$  le taux de fécondité et  $N(t)$  le nombre de nouveau-nés.

L'évolution de la population peut dorénavant s'interpréter avec les équations suivantes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(a, t) + \frac{\partial \rho}{\partial a}(a, t) + \mu(a, P(t))\rho(a, t) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho(0, t) = N(t) \quad (2.2)$$

$$P(t) = \int_0^{+\infty} \rho(a, t) da \quad (2.3)$$

$$N(t) = \int_0^{+\infty} \beta(a)\rho(a, t) da \quad (2.4)$$

### QUESTION 1.

Dans le cas où  $\mu$  et  $\beta$  sont constantes, nous avons :

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt}(t) &= \int_0^{+\infty} \frac{d\rho}{dt}(a, t) da \\ &= \int_0^{+\infty} -\frac{\partial \rho}{\partial a}(a, t) - \mu(a, P(t))\rho(a, t) da \\ &= -\mu P(t) - \rho(+\infty, t) + \rho(0, t) \\ &= -\mu P(t) + \beta P(t)\end{aligned}$$

Nous avons obtenu une équation différentielle linéaire constante d'ordre 1 pour  $P(t)$  :

$$\boxed{\frac{dP}{dt}(t) = (\beta - \mu)P(t)} \quad (2.5)$$

La résolution de cette équation nous donne :

$$\boxed{P(t) = P(0)e^{(\beta - \mu)t}} \quad (2.6)$$

Dans cette situation-là, si  $\beta > \mu$ , on a plus de naissance que la mort, la population explose ; si  $\beta < \mu$ , la population disparaîtra ; seule le cas où  $\beta = \mu$  permet d'avoir une population stable.

### QUESTION 1.

$$\begin{aligned}(x + y)^3 &= (x + y)^2(x + y) \\ &= (x^2 + 2xy + y^2)(x + y) \\ &= (x^3 + 2x^2y + xy^2) + (x^2y + 2xy^2 + y^3) \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3\end{aligned} \quad (2.7)$$

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Aenean commodo ligula eget dolor. Aenean massa. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Donec quam felis, ultricies nec, pellentesque eu, pretium quis, sem.

#### 2.0.1 HEADING ON LEVEL 3 (SUBSUBSECTION)

#### HEADING ON LEVEL 4 (PARAGRAPH)

## 3 LISTS

### 3.1 EXAMPLE OF LIST (3\*ITEMIZE)

- First item in a list
  - First item in a list
    - First item in a list
    - Second item in a list
  - Second item in a list
- Second item in a list

### 3.2 EXAMPLE OF LIST (ENUMERATE)

1. First item in a list
2. Second item in a list
3. Third item in a list