

Programme

La topologie algébrique développe des outils (des invariants) pour étudier notamment le problème d'homéomorphisme. Etant donnés deux espaces topologiques, soit on peut construire un homéomorphisme, soit on calcule certains de leurs invariants en espérant les distinguer. De nombreux problèmes géométriques, par exemple l'existence d'un champ de vecteur non singulier sur une variété, se résolvent avec la topologie algébrique. Le but du cours est de développer et d'apprendre à utiliser les outils de base en topologie algébrique : groupe fondamental et homologie singulière. On commence avec des compléments de topologie et la classification des surfaces. On insistera sur les exemples et les calculs.

1. Compléments de topologie : espaces quotients, recollements , variétés à bord, recollement de variétés
2. Surfaces : triangulation, classification.
3. Groupe fondamental, le théorème de Van-Kampen.
4. Revêtements, classification.
5. Homologie singulière : Définition pour une paire d'espaces topologiques. Fonctorialité. Suites exactes d'une paire et d'un triplet. Invariance par homotopie. Excision. Suite exacte de Mayer-Vietoris.
6. Homologie, calcul et applications : Homologie des sphères. Degré d'une application de la sphère dans elle-même, degré local. Homologie des complexes cellulaires. Homologie des espaces projectif réels et complexes. Invariance du domaine, Jordan-Schoenflies, Borsuk-Ulam.
7. Cohomologie, coefficients universels. Cohomologie des formes différentielles, théorème de De Rham.

Bibliographie

1. William Massey, A basic course in algebraic topology, Springer GTM 127.
2. Allen Hatcher, Algebraic topology, Cambridge University Press.
3. Pierre Guillot, Leçons sur l'homologie et le groupe fondamental, Cours Spécialisés, 29. Société Mathématique de France, Paris, 2022.
4. Yves Félix et Daniel Tanré, Topologie algébrique, Dunod.
5. Christian Leruste, Topologie algébrique : Une introduction et au-delà, Calvage et Mounet.
6. Glen Bredon, Topology and Geometry, Springer.
7. Tammo Tom Dieck, Algebraic Topology, EMS.