

# GDKOI2015day1 单词统计

March 2, 2015

# Contents

|          |             |          |
|----------|-------------|----------|
| <b>1</b> | <b>题目描述</b> | <b>2</b> |
| <b>2</b> | <b>得分情况</b> | <b>3</b> |
| <b>3</b> | <b>题解</b>   | <b>4</b> |

## 1 题目描述

小P和小Q在玩一个灯谜游戏，这个游戏规则十分简单，描述如下：

1. 小P给出一个不包含重复字母的单词  $w$ ，一个  $n * m$  的字符矩阵  $\mathbf{mat}$ ，一个  $n * m$  的数字矩阵  $\mathbf{cnt}$  表示  $\mathbf{mat}$  中每个位置的字符可以使用的次数。

2. 小Q要在小P给出的矩阵中，拼出最多的单词  $w$ 。对于单词  $w$ ，除了最后一个字符以外，其他字符必须满足  $w[i]$  与  $w[i + 1]$  在矩阵中处于8相邻的位置。

## 2 得分情况

满分人数: 19/260

平均分: 13.92

### 3 题解

首先我们把原问题简化，只考虑 `cnt` 矩阵的数字全为 1 的情况。然后我们把单词矩阵 `mat` 中的每个格子抽象成图的顶点（显然我们只关心包含单词  $w$  的字母的格子）。

图中顶点  $x$  和顶点  $y$  连一条有向边，当且仅当  $x$  和  $y$  在 `mat` 矩阵中所表示的格子是 8 相邻且它们表示的字符在单词  $w$  中也处于相邻的位置。

由于单词  $w$  不包含重复的字符，所以我们可以用一条有向不自交的路径来表示单词  $w$ 。

经过简化和抽象之后，现在的问题是在图中找出最多的不相交的包含单词  $w$  的简单路径。这是一个经典的问题，可以使用网络流来解决。

假设原图为  $(G, V, E)$ ，构建方法如下：对于  $G$  的顶点  $x$ ，拆成  $x$  和  $x'$ ，并连一条有容量为 1 的边  $x \rightarrow x'$ ，对于原图的有向边  $x \rightarrow y$ ，在新图中连一条容量为  $\infty$  的有向边  $x' \rightarrow y$ 。增加源点  $s$  和汇点  $t$ ，在新图中添加  $s \rightarrow x$  和  $y' \rightarrow t$  容量为  $\infty$  的有向边，其中  $x$  所代表的字母是单词  $w$  的首字母， $y'$  所代表的字母是单词  $w$  的尾字母。

然后我们求新图中  $s$  到  $t$  的一个最大流就是问题的答案。

现在加上数字矩阵 `cnt` 的限制也很简单，只需要把新图的  $x \rightarrow x'$  的容量由 1 改成 `cnt` 矩阵中相应的限制即可。

题目数据没什么坑，不过要注意的是最后输出的答案由可能超 32 位整数。