Machinery Design & Manufacture

35

多足仿生步行机器人的机构设计与功能分析

祝小梅,蔡 勇,臧红彬

(西南科技大学 制造过程测试技术省部共建教育部重点实验室 四川 绵阳 621010)

摘 要 设计了一种新型的多足仿生步行机器人的机械结构,运用 D-H 齐次坐标变换矩阵建立其运动学方程,并以最大越障能力为目标函数以连杆长度为约束函数对腿部机构进行优化,得出最佳多足仿生步行机器人的机械结构。基于虚拟样机技术对该多足仿生步行机器人进行爬坡能力、通过复杂路面能力、转弯步态规划等功能分析。仿真结果表明该多足仿生步行机器人机构具有自由度少、控制简单、运动灵活、爬坡能力良好、地形适应性强、转弯稳定性好等特点。

关键词 多足仿生步行机器人 虚拟样机 运动学分析 优化设计 功能分析

中图分类号:ITH16;IP242 文献标识码:A 文章编号:1001-3997(2013)09-0035-04

Mechanism Design and Functional Analysis of Multi-Legged Walking Robot

ZHU Xiao-mei , CAI Yong , ZANG Hong-bin

(School of Manufacturing Science & Engineering, Southwest University of Science & Technology, Sichuan Mianyang 621010, China)

Abstract 'A multi-legged walking robot's mechanical structure is designed, and its kinematical equation is established by D-H homogeneous coordinate transformation matrix. With the maximum capacity of obstacle to the objective function and with the link lengths to constraint function to optimize the legs institutions, it obtains the best mechanical structure of multi-legged walking robot. Based on virtual prototyping technology, it optimizes the leg mechanism of the multi-legged walking robot, and researches its ability of climbing, through the rough pawement and swerve of the multi-legged walking robot. The results show that the multi-legged walking robot has some features including fewer freedoms, easy control, flexible movement, good climbing ability, good terrain adaptability and stable turn ability.

Key Words Multi –Legged Walking Robot; Virtual Prototyping; Kinematical Research; Optimization Design; Functional Analysis

1 引言

足式步行机器人研究已成为机器人研究领域的热点之一[1-3],国外最具代表性的是美国某动力学工程公司设计制造的机器"大狗"(Big dog)[1-5]。国内在此领域的研究也取得了较大成果 如哈尔滨工业大学研制的两栖仿生机器蟹®和华中科技大学研制的"4+2"多足步行机器人[7]。提出一种新型的八足仿生步行机器人[并对其进行运动学分析、腿部机构的优化设计、爬坡能力、通过复杂路面能力、转弯步态规划等功能分析。

2 机构设计与运动学分析

2.1 机构设计

设计的八足仿生步行机器人整体结构模型 如图 1 所示。它的规格为 长 1200mm ,宽 780mm 高 870mm。每对足共用一个驱动电机 驱动电机通过齿轮传动带动圆盘转动 ,足上连杆与圆盘上的偏心轴连接 圆盘转动则可使得足开始运动。若最外面的两对足的输入相位一致 ,内部的两对足输入相位一致 ,且两种相位

存在 180°的相位差 则该仿生机器人做直线运动 若最外面两对 足的运动存在转速差 则该仿生机器人做转弯运动。

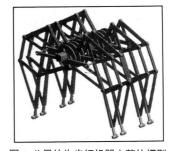


图 1 八足仿生步行机器人整体模型 Fig.1 Multi-Legged Walking Robot Model

2.2 腿部机构运动学分析

八足仿生步行机器人的腿部机构由一种类似于斯蒂芬森六杆运动链的多连杆机构组成 其形式 如图 2 所示。运用 D-H 齐次坐标变换矩阵 沿着路线 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 得出 D 点的运动方程(式 1) $^{\text{IS}}$ 。

来稿日期 2012-11-04

基金项目 :西南科技大学青年基金项目资助(11zx3149)

作者简介: 祝小梅 (1989-) 女 四川人 顽士生 主要研究方向: 虚拟样机技术;

蔡 勇 (1962-) 男 四川人 教授 主要研究方向 计算机仿真

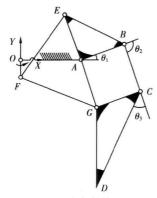


图 2 腿部机构简图

Fig.2 The Leg Mechanism Diagram

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & OA \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
\cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\
\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
1 & 0 & AB \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
\cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\
\sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
1 & 0 & BC \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
\cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\
\sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
CD \\
0 \\
1 \\
0
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
DX \\
0 \\
1
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
DY \\
1
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
DX \\
0
\end{pmatrix}$$

$$(1)$$

$$\arcsin\left(\frac{OF}{FA}\sin\angle FOA\right) - \angle EAB$$

$$\theta_2 = -360 + \arccos \frac{OF^2 + OA^2 - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA} + \frac{OF^2 + OA^2 - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA} + \frac{OF^2 + OA \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA} + \frac{OF^2 + OA \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2} + \frac{OF^2 + OA \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2} + \frac{OF^2 + OA \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2} + \frac{OF^2 + OA \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2} + \frac{OF^2 + OA \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2}{2GA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - FG^2} + \frac{OF^2 + OA \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + GA^2 - GA^2$$

$$\arccos \frac{OF^{2} + OA^{2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + EA^{2} - EF^{2}}{2EA \cdot \sqrt{OF^{2} + OA^{2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA}} + \angle EAB$$

 $\theta_3 = [180 - (\angle BCG + \angle GCD)] = [180 - (\angle GAB + \angle GCD)] = 180 +$

$$\angle \textit{GCD} - \arccos \frac{\textit{OF}^2 + \textit{OA}^2 - 2 \cdot \textit{OF} \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA} + \textit{GA}^2 - \textit{FG}^2}{2\textit{GA} \cdot \sqrt{\textit{OF}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OF} \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA} \cdot \textit{OA} \cdot \textit{OA} \cdot \textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OF}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OF} \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA} \cdot \cos \angle \textit{FOA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2} - 2 \cdot \textit{OA}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2}} - \frac{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2 + \textit{OA}^2}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2}}} - \frac{\textit{OA} \cdot \textit{OA}}{2\textit{CA} \cdot \sqrt{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2}}} - \frac{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2 + \textit{OA}^2 + \textit{OA}^2}{2\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2 + \textit{OA}^2}} - \frac{\textit{OA}^2 + \textit{OA}^2 +$$

$$\arccos\frac{OF^2 + OA^2 - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA + EA^2 - EF^2}{2EA \cdot \sqrt{OF^2 + OA^2} - 2 \cdot OF \cdot OA \cdot \cos \angle FOA} - \angle EAB$$

3 腿部机构的优化

3.1 目标函数的确定

设计过程中,为了追求较佳的越障性能,以腿部机构末端 D 点 Y 方向具有最大位移为优化目标,且不考虑腿部机构自重和各杆件之间的摩擦力。在虚拟样机中,目标函数可以用测量方式来建立 \mathbb{P}_{0} 。

$$F_{v} = \max(D_{y}) \tag{2}$$

3.2 约束函数的确定

由式(1)可知 腿部机构末端 D 点轨迹不仅与各个杆件长度有关 还与各杆件构成的角度有关。结合式(1)建立约束函数为:

$$\begin{cases}
OF \ \rho A \ AB \ AE \ FE \ FG > 0 \\
AG \ BC \ GD \ EB \ CG > 0
\end{cases}$$

$$AB = CG$$

$$AG = BC$$
(3)

3.3 设计研究和优化分析

敏感度是在给定的取值范围内,设计变量对目标函数的影响程度,它的表达式为:

$$S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_{n+1} - Q_n}{V_{n+1} - V_n} + \frac{Q_n - Q_{n-1}}{V_n - V_{n-1}} \right)$$
 (4)

式中 Q_n 一第 n 次分析时目标函数值 ; V_n 一第 n 次分析时设计变量值 S_n 一敏感度[10]。

由表 1 可知 ,各个变量对目标函数都存在一定程度的影响 , 其中设计变量 DV_1 ,DV_10 ,DV_11 ,DV_12 对目标函数的影响 较大。因此只针对这四个设计变量进行优化分析 ,优化结果 ,如表 2 所示。

表 1 各设计优化变量的敏感度表 Tab.1 Sensitivity of the Optimization Variables

设计变量	优化点	坐标方向	对 FY 敏感度
DV_1	POINT_A	X	-3.9
DV_2	POINT_B	X	1.2
DV_3	POINT_B	Y	1.2
DV_4	POINT_C	X	-1.4
DV_5	POINT_C	Y	-1.1
DV_6	POINT_D	X	-0.7
DV_7	POINT_D	Y	0.7
DV_8	POINT_E	X	0.7
DV_9	POINT_E	Y	-0.3
DV_10	POINT_F	Y	-3.8
DV_11	POINT_G	X	2.9
DV_12	POINT_G	Y	2.3

表 2 优化前、后坐标对比 Coordinates Comparison Bet

Tab.2 Coordinates Comparison Between the Initial and the Optimized

	FY	DV_1	DV_2	DV_3	DV_4
优化前	-571.5	300	-85.5	380	-240
优化后	-545	297	-86.355	383.8	-237.6

由表 2 可知 优化前、后腿部机构末端 D 点在 Y 方向的位移 坐标由原来的(-571.5)mm 变为(-545)mm ,可见优化效果明显。

从腿部机构优化前、后的轨迹对比得出,优化后腿部机构提高了一定程度的越障性能,并且运动稳定。

4 功能分析

利用上节的优化结果重新建立八足仿生步行机器人的整体模型,并结合实际工况对其进行爬坡能力、通过非平整路面能力、转弯步态规划等功能分析。

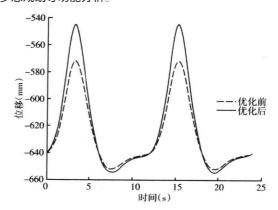


图 3 优化前、后腿部机构末端 Y 方向位移对比 Fig.3 The Displacement in the Y-Direction Comparison Between the Initial and the Optimized

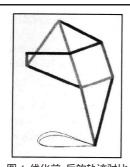


图 4 优化前、后的轨迹对比 Fig.4 The Trajectory Comparison Between the Initial and the Optimized

4.1 爬坡功能分析

利用斜坡型路面¹⁰¹具体分析八足仿生步行机器人的爬坡能力,并从中得出其爬坡的极限坡度。该仿生机器人在斜坡型路面上运动的模型图 如图 5 所示。测出其在不同坡度路面上运动过程中 Y 方向的时间—位移曲线 如图 6 所示。

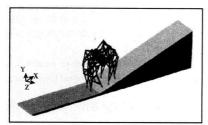


图 5 爬坡运动 Fig.5 Climbing Movement

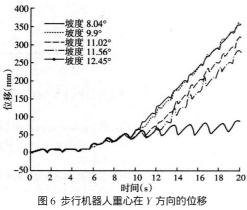


Fig.6 Displacement in the Y-Direction of Walking Robot

如图 6 所示, 当斜坡坡度小于 10°时 除去因坡度的增加导致重心自身位置下降的因素外,即使坡度相差了 1.86°, 八足仿生步行机器人的重心在 Y 方向的位移曲线亦很接近。当斜坡坡度超过 11°, 即使只相差约 0.54°, 该仿生机器人重心在 Y 方向的位移变化也很大。这是因为随着坡度的增加, 机器人爬上斜坡用的时间增多造成的。当斜坡坡度为 12.45°时, 八足仿生步行机器人将无法在有效的时间内爬上斜坡路面。因此, 八足仿生步行机器人在 11 度及其以下的坡度上运动为佳。

4.2 通过复杂路面功能分析

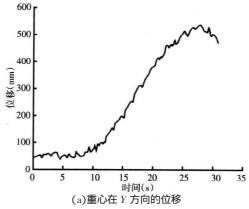
针对八足仿生步行机器人通过复杂路面的能力分析,要先综合考虑机器人的最大越障高度、腿部末端轨迹的形状以及极限爬坡坡度等因素 确定非平整路面的相邻波峰和波谷的差值最大为70mm 坡度为8.2°。八足仿生步行机器人在非平整路面上运动

的模型 如图 7 所示 并测出该仿生机器人在运动过程中 Y 方向和 Z 方向的时间—位移曲线 如图 8 所示。



图 7 复杂路面运动

Fig.7 Comprehensive Pavement Movement



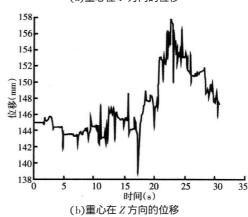


图 8 步行机器人位移图 Fig.8 Displacement of Walking Robot

八足仿生步行机器人在非平整路面运动的过程中 Y 方向的运动较平稳,没有出现明显的跳跃现象 Z 方向的最大位移偏差约 $18 \, \mathrm{mm}$ 和整体机构的尺寸相比 此情况不会造成明显的轨迹偏移。因此该仿生机器人在非平整路面上的运动较平稳 地形适应性强。

4.3 转弯功能分析

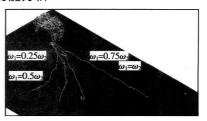


图 9 步行机器人转弯轨迹 Fig.9 Trajectory of Walking Robot

最外面两对足的输出存在转速差则可实现八足仿生步行机 器人的转弯功能。该仿生机器人不同转弯半径的运动轨迹 如图 9 所示。图中 ω_1 —靠近转弯内径的那对足的转速; ω_2 —靠近转弯外径那对足的转速。 ω_1 与 ω_2 的差距越大 转弯半径越小 机器人在转弯的运动过程中 较平稳 仅偶尔出现微微摆动现象。

5 结论

通过虚拟样机技术仿真可知,设计的八足仿生步行机器人和传统的机器人相比不仅具有质量较轻、成本低的特点还具有以下优点:(1)控制简单。改变各个电机的输入即可控制机器人的直线运动和转弯运动。(2)具有良好的爬坡能力。极限坡度约为12°在11度以下坡度运动较佳(3)地形适应性强。不仅能在平整路面上稳定运动即使在无规律变化的不平整路面也能稳定运动。(4)转弯稳定性好。改变最外面两个电机的输出转速即可控制八足仿生步行机器人的转弯半径转弯方向。

参考文献

- [1] 冯巍 杨洋.慧鱼六足仿生机器人步态研究与实现[J].机械设计与研究 2005(3):35-37.
 - (Feng Wei, Yang Yang. A research and realization on the gait of the fischertechnik hexapod bionite robot [J]. Journal of Machine Design and Research, 2005(3):35–37.)
- [2] 罗红魏.两栖仿生机器蟹关键技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2007
 - (Luo Hong-wei. Research on the key technology of the amphibious bionic crab-liked robot [D]. Haerbin: Harbin Institute of Technology 2007.)
- [3]王鹏飞. 四足机器人稳定行走规划及控制技术研究[D].哈尔滨 哈尔 滨工业大学 2008.
 - (Wang Peng–fei. Research on quadruped robot steadily walking planning and controlling technology[D]. Haerbin: Harbin Institute of Technology, 2008.)

- [4]丁良宏,王润孝,冯华山.浅析 BigDog 四足机器人[J].中国机械工程, 2012(5):505-514.
 - (Ding Liang-hong, Wang Run-xiao, Feng Hua-shan. Brief analysis of a bigdog quadruped robot [J]. China Mechanical Engineering, 2012(5): 505–514.)
- [5] Wooden D, Malchano M, Blankespoor K, et al. Autonomous Navigation for BigDog [C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Anchorage, USA, 2010: 4736–4741.
- [6] 陈东良.仿生机器蟹两栖步行机理与控制方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨 工业大学 2006.
 - (Chen Dong –liang, Research on amphibian walking mechanism and control methodology of crab–liked robot [D], Harbin: Harbin Institute of Technology 2006.)
- [7]王新杰.多足步行机器人运动及力规划研究[D].武汉:华中科技大学, 2006
 - (Wang Xin-jie. A dtudy of locomotion and force planning for multilegged walking robots [D].Wuhan: Huazhong University of Science and Technology 2006.)
- [8] 臧红彬.一种新型的多足仿生机器人的机构设计与研究[J]. 机械设计与制造 2010(8):103-105.
 - (Zang Hong-bin. A nnew fesign of bionoc multilegged robot mechanical [J]. Machinery Design & Manufacture ,2010(8):103-105.)
- [9] 马颖 朱石沙.基于 ADAMS 的挖掘机铲斗连杆机构的优化[J].中国工程与自动化 2011(4):32-34.
 - (Ma Ying, Zhu Shi –sha. Optimization of excavator bucket –linkage mechanism based on ADAMS[J] Mechanical Engineering & Automation, 2011(4):32–34.)
- [10]邹吉炎,悬臂式六轮移动机器人越障性能研究[D].长沙:中南大学, 2006.
 - (Zhou Jie -yan. Obstacle -surmounting performance research of cantilever six-wheeled robot [D]. Changsha: Central South University, 2006.)

(上接第34页)

(1)滚动体与内圈接触点处速度最大,与外圈接触处速度接近于 0 仿真结果与实际情况吻合良好。(2)应力主要集中分布在运动过程中滚动体与内外圈接触区域。单元最大等效应力出现在与滚道的接触区域且不同时刻最大应力值不同,所在的位置也不同,离接触线越近的节点应力值越大,反之节点应力值越小。(3)滚动体和轴承内外圈沿某一方向的位移以及应力变化呈周期性变化,且每个周期内滚动体上的固定点与内、外圈的接触位置都在发生变化。(4)在轴承内圈上加一轴颈并施加径向载荷来模拟轴承的径向受载情况是有效可行的。(5)ANSYS/LS-DYNA分析结果与实际情况吻合良好,为研究轴承的动力学特性和提高动力伺服刀架的可靠性提供了更可靠的依据。

参考文献

- [1] 樊莉 ,潭南林 ,沈栋平.基于显式动力学的滚动轴承接触应力有限元分析[J].北京交通大学学报 ,2006 ,30(4):109–112.
 - Fan Li, Tan Nan-lin, Shen Dong-ping. FEA on stress field of rolling element bearing based on explicit dynamics[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2006, 30(4):109–112.
- [2]张乐乐 高祥 .谭南林. 基于 ANSYS/LS-DYNA 的滚动轴承仿真分析 [J]. 机械设计 2007 24(9):62-64.
 - Zhang Le–le , Gao Xiang , Tan Nan–lin. Simulation and analysis on rolling bearings based on ANSYS/LS–DYNA <code>[J]</code>. Journal of Machine Design , 2007 24(9):62–64.

- [3] 林腾蛟 荣崎 李润方.深沟球轴承运转过程动态特性有限元分析[J]. 振动与冲击 2009 28(1):118-122.
 - Lin Teng-jiao Rong Qi Li Run-fang. Finite element analysis for dynamic charactreistic of a deep-groove ball bearing in motion process[J].Journal of Vibration and Shock 2009 28(1):118–122.
- [4] 高春良 汪成栋 ,苗强.滚动轴承动力学仿真与分析[J] 机械设计与制造 2011(2):193-195.
 - Gao Chun-liang , Wang Cheng-dong , Miao Qiang. Dynamics simulation and analysis of rolling bearing [J]. Machinery Design & Manufacture , 20011;(2):193–195.
- [5]万长森.滚动轴承的分析方法[M].北京:机械工业出版社,1987. Wan Chang-shen. The Analysis Method of the Rolling Bearing [M].
 - Wan Chang—shen. The Analysis Method of the Rolling Bearing [M]. Beijing: China Machine Press ,1987.
- [6]邓四二 . 贾群义.滚动轴承设计原理[M].北京 :中国标准出版社 2008. Deng Si-er , Jia Qun-yi. Design Principle of Rolling Bears [M]. Beijing: Standards Press of China 2008
- [7] 白金泽.LS-DYNA3D 理论基础与实例分析[M].北京 科学出版社, 2005.
 - Bai Jin –ze. LS –DYNA3D Theory and Case Analysis [M], Beijing: Science Press 2005.
- [8]石少卿 康建功 汪敏. ANSYS/LS-DYNA 在爆炸与冲击领域内的工程 应用[M]. 北京:中国建筑工业出版社 2011.
 - Si Shao-qing , Kang Jian-gong , Wang Min. ANSYS / LS-DYNA in the Explosion and the Impact in the Field of Engineering Applications [M]. Beijing: China Building Industry Press 2011.