快速求解选择题“比大小”问题的三种方法

2024-11-26

Table of Contents

[方法选择 1](#_Toc183040728)

[直接做商法 1](#_Toc183040729)

[泰勒展开法 2](#_Toc183040730)

[构造函数法 5](#_Toc183040731)

# 方法选择

我们可以根据题干的表述，选择上述三种方法，快速解题，小题小做。

# 直接做商法

何时及如何使用？

对于几个确定的数，如果这几个数均具有**相同的形式**（如都使用表示），那么我们可以直接做商得到大小关系，或和选取的基准数比较大小。详见例题。

1. （2020年全国II卷文科第10题）已知 ，则

* 解析

1. （2021年新高考II卷第7题）已知, , ，则下列判断正确的是

* 解析

1. （2020年全国III卷理科第12题）已知。设, , ，则

* 解析
* 由及，得，，从而。
* 由及，则，所以。所以。
* 又，，所以，所以。
* 综上，。

1. （2019年全国I卷第3题）已知, , 则

* 解析

# 泰勒展开法

我为什么建议你记泰勒公式

1. 熟记的情况下，泰勒公式做“比大小”的题比常规方法快，无需复杂计算，且可以三个数一起比较，而无需两两单独比较。详见例题。
2. 高考曾多次以泰勒公式为背景命题，试题涵盖多种类型。除了本文中的应用，泰勒公式还可用于函数导数题目，详见此前推送。
3. 高中本科衔接。无论是985还是211大学，大部分理工科专业的培养方案均包含《高等数学》，而泰勒公式作为其中的基础内容，一般会在大一上学期的通识课中正式介绍。

何时及如何使用？

对于几个确定的数，如果这几个数均具有**不同的形式**（如，有，指数/幂，三角函数），那么我们可以直接对该数进行泰勒展开。

当时（如或或，等等），

其中，、和这三个函数的展开式最为常用，需熟练使用。的展开可通过的展开求导得到，无需单独记忆。在高中阶段较少涉及，可选择记忆。

一般来说，展开到第3项即可得出答案。具体的使用方法，参见第1题解析。

1. （2022年新高考I卷第7题）设, , ，则

* 解析
* 对于，我们取，展开：
* 对于，我们取，展开：
* 对于，由于分母为9，我们直接将循环小数展开（此处不需要泰勒公式）：
* 接下来比较大小。为了方便观察，我们先在草稿纸上对齐了写一遍：
* 对于和，第一项相同，比较第二项：
* .
* 对于和，第一、二项相同，比较第三项：
* .
* 综上，.
* 【说明】比较时，从展开式的第一项开始比较，只要遇到大小不相同的项，即可判断原数大小。
* 换句话说，考生无需考虑“即使该项较小，但后面加的会不会使原数更大”的问题——答案是必然不会，因为后一项比前一项小得多（规范表述为：后一项是前一项的高阶无穷小），所以后一项及之后的影响可忽略不计。
* 例如，若比较和，我们只需比较和即知后者大。因为和太小了，它俩谁大谁小已不重要。
* 【注】有学生问，“这几个数看上去没啥关系，但按计算器发现数值上很接近，命题组是怎么想到的这三个数？”本源就在这里。**无论是指对幂还是三角函数，统统都可以用泰勒公式展开成多项式相加的形式。**命题时，只要保证展开式的前一或两项相同，最后的得数就接近。知道了这一点，相信你也可以出类似的题吧？（毕竟先射箭后画靶，还是不难的）快来评论区分享你出的题吧！

1. （2022年全国甲卷12题）已知, , ，则()

* 解析
* 综上，.

1. （2021年全国乙卷第12题）设, , ，则

* 解析
* .

# 构造函数法

何时及如何使用？

如果题干给的就是隐函数的表达形式，我们直接根据题干构造函数。

1. （2020年全国I卷理科第12题）若，则

* 解析
* 令，
* 因为在上单调递增，在上单调递增，
* 所以在上单调递增。
* 又，
* 所以，
* 所以。故选B.

1. （2020年全国II卷第11题）若，则：

* 解析
* 本题考查函数的单调性以及对数值正负的判断。
* 由，
* 可得。
* 设，
* 易知在上为增函数。
* 又，所以。
* 则，
* 所以，
* 故A正确，B错误。
* 而当时，
* ，故C，D错误。
* 故选A。