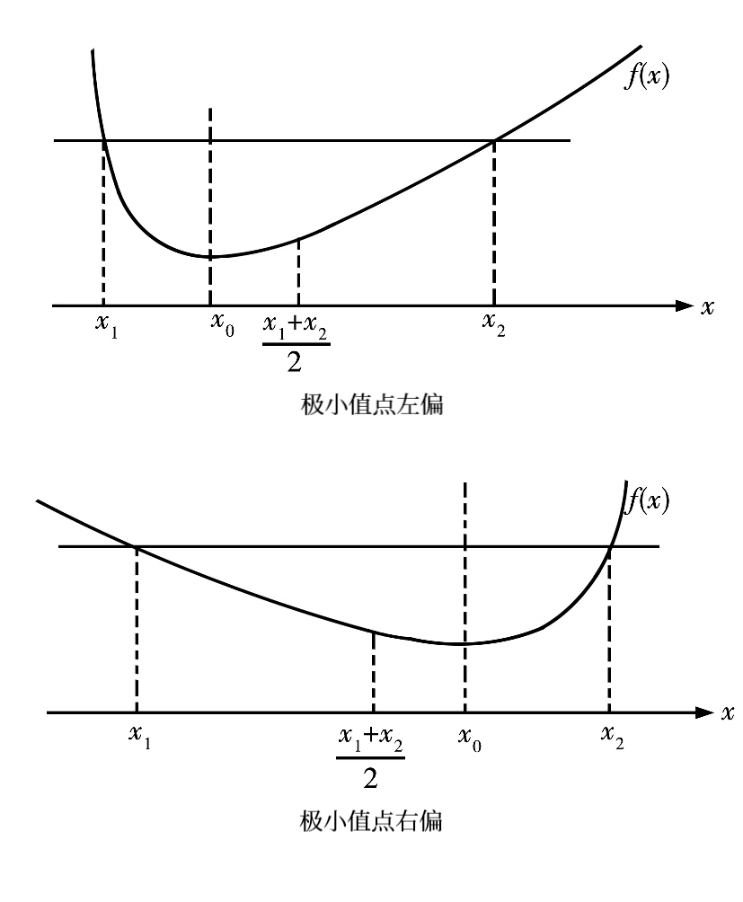
极值点偏移的背景探究

2024-12-03

结论

极小值点左偏移 (极大值点右偏移)；

极小值点右偏移 (极大值点左偏移)。



证明

泰勒公式：

为了讨论问题的方便，不妨假设区间上的可导函数满足，且在区间内只有一个极小值点，即当时，有，当时，有。于是，判断极值点左偏移还是右偏移，即比较与的大小关系。

记，将和分别在处泰勒展开得

,

，

其中，。

由上知，且。

故相减得：。

即。

若当时，恒有，则, , ，得，即极小值点左偏移;

若当时，恒有，同理可得，有，即极小值点右偏移。

对于极大值点的情形，结果则恰好相反。

1. (2016年新课标I卷)已知函数有两个零点。

* （1）求的取值范围。
* （2）设，是的两个零点，证明：。
* 解析
* 解析：(1) 略。
* （2），由(1)可知，故 为的极小值点。
* ，由上述结论可知，。

1. 已知函数。

* （1）求函数的单调区间和极值;
* （2）已知函数的图象与的图象关于直线对称，证明：当时，;
* （3）如果，且，证明：。
* (3)解析
* 由(1)知，得在上单调递增，在上单调递减，有极大值，无极小值。
* 知,
* 故当时，，所以极大值点 左偏移，有。

1. 已知函数有两个不同的零点，，其极值点为。

* （1）求的取值范围;
* （2）求证：。
* 解析
* ，，则极小值点右偏移，有。

1. 已知函数有两个零点。

* （1）求的取值范围。
* （2）设为的两个零点，证明：。
* 解析
* （1）略。
* （2）两边同时取对数即证明。
* 令，则。所以有两个零点 有两个零点，即证明。
* 设为的极值点，因为，则。故在单调递减，在单调递增，所以为的极小值点。
* 又因为, , 。所以由上述结论可知，，故得证。

1. （2021年新高考I卷）已知函数。

* （1）讨论的单调性。
* （2）设为两个不相等的正数，且，证明：。
* 解析
* （1）略。
* （2）由，两边同时除以得
* ，即，即。
* 令，即证。
* 由(1)可知， 为的极大值点。
* 。
* 由上述结论可知，。

# 参考文献

* 王丽君.再谈极值点偏移问题[J].理科考试研究,2019,26(05):9-10.
* 张保成,伍俊杰.泰勒公式在极值点偏移问题中的应用[J].中学数学,2017,(21):80-81.