

(出题人: 九(1)班 李泽锋)

【提出问题】已知 $a$ 为正整数, 若要使 $\sqrt{a^2+10}$ 为整数, 求所有满足条件的 $a$ .

【初步推导】

$$\text{令 } n = \sqrt{a^2+10}$$

$$\text{则 } n^2 = a^2 + 10$$

$$\therefore n^2 - a^2 = 10$$

$$\therefore (n-a)(n+a) = 10$$

...

【完善推导】请接着【初步推导】中已有的过程解答原题.

【小试牛刀】已知在关于 $x$ 的二次方程 $ax^2+bx+c=0$  ( $a$ 、 $c$ 均为有理数,  $b$ 为正整数)中,  
 $ac=-10$ , 若要使方程的所有根都为有理数, 求所有满足条件的 $b$ .

【思考探究】已知 $m$ 、 $n$ 、 $p$ 为正整数,  $2 < n < p$ ,  $q$ 为小于 $p$ 的质数的个数, 若 $\sqrt{m^2+n}$ 为整数, 设只有一个满足条件的 $m$ 时的情况的个数为 $k$ , 探究 $k$ 与 $q$ 的关系, 并说明理由.