

## 江门市 2024 年普通高中高一调研测试（二）

## 数 学

学  
生

微信扫码 答案成绩及时知

本试卷共 4 页，19 小题，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上。
2. 做选择题时，必须用 2B 铅笔将答题卷上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须用黑色字迹钢笔或签字笔，将答案写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上作答无效。
5. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{-2, 0, 2, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $A \cap B$  为  
A.  $\{2, 4\}$       B.  $\{-2, 4\}$       C.  $\{0, 4\}$       D.  $\{-2, 0, 1, 2, 3, 4\}$
2. 已知复数  $z = \frac{2+3i}{1-i}$ , 则  $\bar{z}$  的虚部为  
A.  $-\frac{5}{2}$       B.  $\frac{5}{2}$       C.  $-\frac{5}{2}i$       D.  $\frac{5}{2}i$
3. 已知  $\vec{a} = (1, m)$ ,  $\vec{b} = (3, 1)$ , 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $m$  的值为  
A. 3      B. 1      C. -1      D. -3
4. 若  $\frac{\sin(A - \frac{\pi}{4})}{\sin(A + \frac{\pi}{4})} = \frac{1}{3}$ , 则  $\sin A$  的值为  
A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
5. 在  $\triangle ABC$  中, 设  $a, b, c$  分别为内角  $A, B, C$  的对边, 若  $A = \frac{\pi}{6}$ ,  $b = 4$ , 要使  $\triangle ABC$  有两解, 则  $a$  的取值范围为  
A.  $(0, 2]$       B.  $[2, 4]$       C.  $(2, 4)$       D.  $[4, 8]$
6. 设  $a = \ln 11$ ,  $b = \lg 121$ ,  $c = 2$  (参考数据:  $e^2 \approx 7.39$ ), 则  $a, b, c$  的大小关系为  
A.  $a > c > b$       B.  $b > a > c$       C.  $a > b > c$       D.  $c > b > a$
7. 已知长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的表面积为 12, 若四边形  $AA_1D_1D$  的面积为 2, 则该长方体外接球表面积的最小值为  
A.  $2\pi$       B.  $4\pi$       C.  $6\pi$       D.  $8\pi$

8. 江门市万达广场 A 座位于蓬江区广场西路，是迄今为止江门市最高的建筑。某数学兴趣小组打算测量其高度。他们在江门市万达广场 A 座楼底附近选取了三个共线观测点 A、B、C，在点 A 处测得与楼顶的仰角为  $53^\circ$ ，在点 B 处测得与楼顶的仰角为  $34^\circ$ ，在点 C 处测得与楼顶的仰角为  $27^\circ$ 。若  $AB = BC = 25\sqrt{2}$  m，则江门市万达广场 A 座的高度为（参考数据： $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ ， $\tan 34^\circ \approx \frac{2}{3}$ ， $\tan 27^\circ \approx \frac{1}{2}$ ）
- A. 150 m                  B. 175 m                  C. 185 m                  D. 200 m

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，有选错的得 0 分，部分选对的得部分分。

9. 已知  $a$ 、 $b$  是两条直线， $\alpha$ 、 $\beta$  是两个不重合的平面， $a \subset \alpha$ ， $b \subset \beta$ ，下列说法正确的是
- A. 若  $\alpha \parallel \beta$ ，则  $a \parallel b$   
 B. 若  $\alpha \parallel \beta$ ，则  $a \parallel \beta$   
 C. 若  $\alpha \cap \beta = l$ ， $a \perp l$ ， $b \perp l$ ，则  $a \parallel b$   
 D. 若  $\alpha \cap \beta = l$ ，则  $l$  至少与  $a$ 、 $b$  中的一条相交
10. 已知  $\vec{a} = (3, 5)$ ， $\vec{b} = (2, m)$  ( $m \in \mathbb{R}$ )，下列说法正确的是
- A. 当  $m = 1$  时， $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影向量为  $(\frac{22\sqrt{5}}{5}, \frac{11\sqrt{5}}{5})$   
 B. 若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则  $m$  的值为  $-\frac{6}{5}$   
 C. 若  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  之间的夹角为锐角，则  $m$  的取值范围为  $(-\frac{6}{5}, +\infty)$   
 D.  $m\vec{a} \cdot \vec{b}$  的最小值为  $-\frac{9}{5}$
11. 已知  $f(x) = |\sin x| + \sqrt{3}\cos x$ ，下列说法正确的是
- A.  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$   
 B.  $f(x)$  的取值范围为  $[-2, \sqrt{3}]$   
 C. 直线  $y = 1$  与  $f(x)$  在  $(0, 12)$  内有 4 个交点  
 D. 设  $f(x)$  所有零点构成的集合为  $A$ ，则  $A \subseteq \{x = \frac{4k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$

三、填空题，本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 在平行四边形  $ABCD$  中， $A(1, 2)$ ， $B(2, 3)$ ， $C(3, 1)$ ，则点  $D$  的坐标为\_\_\_\_\_.
13. 2024 年 4 月，广东省多地遭强降雨袭击，全省 4 月平均降水量达 497.4 mm，打破 4 月降水量历史纪录。降水量是指在某一单位面积上降水的深度。江门市某观测点采用了一个上口直径为 40 cm、底面直径为 20 cm、深度为 30 cm 的圆台形水桶来测量降水量。若在一次降雨中 6 小时内测得桶内的雨水正好是桶深的  $\frac{1}{2}$ ，则该观测点 6 小时内降水量为\_\_\_\_\_mm.（精确到 0.1mm）

14. 已知  $\vec{a} = (m, \sqrt{9-m^2})$ ,  $\vec{b} = (3\cos\theta, 5\sin\theta + \lambda)$ ,  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  方向上的投影向量为  $\vec{a} \cdot \cos\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle$ ,

设  $t = \sin\theta + 1$ , 若对于一个确定的  $\lambda$ ,  $t$  的所有可能取值的乘积为  $\frac{7}{16}$ , 则  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_.

四、解答题: 共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

已知复数  $z = m^2 + 2m - 3 + (m + 1)i$ .

(1) 当复数  $z$  的对应点位于第二象限时, 求  $m$  的取值范围;

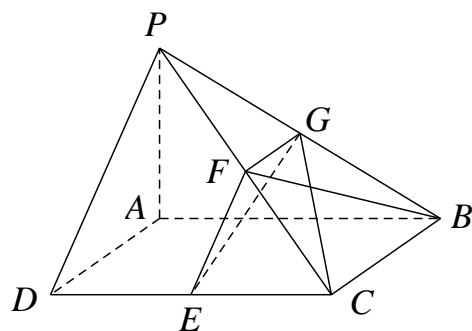
(2) 当复数  $z$  的对应点位于直线  $y = x + 2$  上时, 求  $m$  的值.

16. (15 分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面是矩形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 点  $E$ 、 $F$ 、 $G$  分别是  $CD$ 、 $CP$ 、 $BP$  的中点.

(1) 求证: 平面  $EFG \parallel$  平面  $PAD$ ;

(2) 若  $CG = 2$ ,  $BC = \sqrt{3}$ , 求  $BF$  的长度.



17. (15 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $\frac{\sin C}{\cos A} - \frac{\cos C}{\sin A} = \frac{1}{2}(\tan A + \frac{1}{\tan A})$ .

(1) 求  $B$ ;

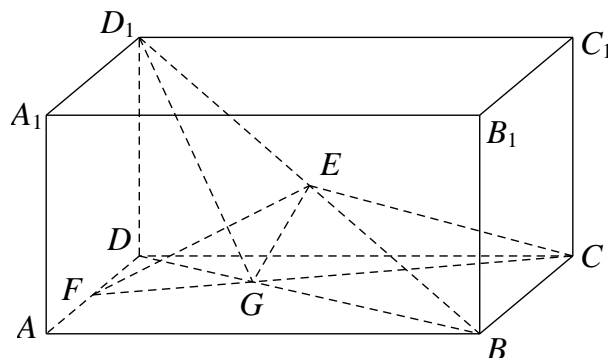
(2) 求  $\sin A + \sin B + \sin C$  的取值范围.

18. (17 分)

如图，在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $E$ 、 $F$  分别是  $BD_1$ 、 $AD$  的中点，平面  $EFC \cap$  平面  $D_1DB = EG$ .

(1) 求  $\frac{EG}{D_1G}$  的值；

(2) 若  $EG = 1$ ， $AD + CD = 4$ ，求三棱锥  $D_1 - ADB$  外接球半径的取值范围.



19. (17 分)

已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  为不共线的向量，定义： $F(m, n) = m|\vec{a}| + n|\vec{b}|$ .

(1) 若  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}|\vec{a} - \vec{b}|$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{3}$ ，求  $F(1, 1)$  的值；

(2) 若  $|\vec{a} - \vec{b}| = 1$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，求  $F(1, 2)$  的最大值；

(3) 当  $|\vec{a} - \vec{b}| = 1$ ， $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{1}{4}$  时：

① 求  $F(1, 2)$  的最大值；

② 设  $F(t, \frac{1}{t})$  的最大值为  $S$  ( $t > 0$ )，求  $S$  的最小值.