机密★启用前

2024年广东省初中学业水平考试

数学试题参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共10小题，每小题3分，共30分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	B	D	C	C	B	D	A	D

二、填空题：本大题共6小题，每小题3分，共18分.

11. $(x-2)(x+2)$　　12. $x\geqslant 2$　　13. $\frac{2}{13}$　　14. $120°$　　15. 2或0　　16. $4+4\sqrt{3}$

三、解答题（一）：本大题共4小题，第17、18题各4分，第19、20题各6分，共20分.

17. 解：原式 $=\frac{1}{2}+\sqrt{2}-1+4$ ……………2分

$=\frac{7}{2}+\sqrt{2}.$ ……………4分

18. 解：$\because (a-3)^2\geqslant 0$，$|b+4|\geqslant 0$，$(a-3)^2+|b+4|=0$，

$\therefore (a-3)^2=0$，$|b+4|=0$，

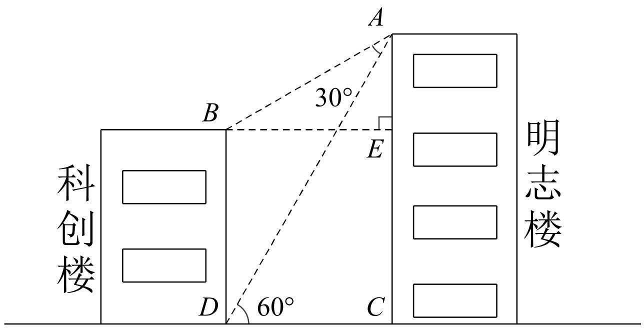
$\therefore a=3$，$b=-4$， ……………2分

$\therefore (a+b)^{2024}=(-1)^{2024}=1.$ ……………4分

19. 解：当 $t=-\frac{10}{2\times(-0.1)}=50(\mathrm{s})$时，$h$取得最大值， ……………3分

此时的最大高度为：$h_{max}=-0.1\times 50^2+10\times 50=250(\mathrm{m}).$ ……………6分

20. 解：如答20图，作 $BE\perp AC$，垂足为点 E.



答20图

$\because \angle ADC=60°$，$\angle ACD=90°$，

$\therefore \angle DAC=30°$，

$\therefore \angle BAC=60°$，

$\therefore \angle ABE=30°$，

$\because BE\parallel CD$，$EC\parallel BD$，

$\therefore$四边形 $BECD$ 为平行四边形， ……………2分

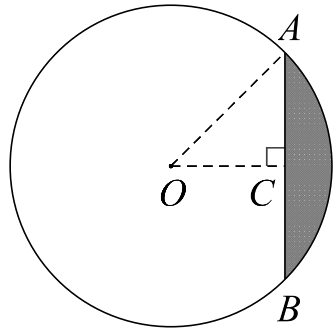
$\therefore BE=CD=AC\cdot\tan\angle DAC=8\sqrt{3}(\mathrm{m})$，

$\therefore AE=BE\cdot\tan\angle ABE=8(\mathrm{m})$， ……………4分

$\therefore BD=CE=AC-AE=24-8=16(\mathrm{m}).$ ……………6分

四、解答题（二）：本大题共 3 小题，第 21 小题 8 分，第 22、23 小题各 10 分，共 28 分.

21. 解：（1）如答 21-1 图，作 $OC\perp AB$，垂足为点 C，连接 OA.



答 21-1 图

由题意得：$OC=300(\mathrm{m})$，$AB=120\times 5=600(\mathrm{m})$.

∵$OC\perp AB$ 且 OC 经过圆心 O，

∴由垂径定理得：$AC=BC=300(\mathrm{m})$. ……………2 分

在 $Rt\triangle OCA$ 中：$OC^2+AC^2=OA^2$，

∴$OA=\sqrt{OC^2+AC^2}=300\sqrt{2}(\mathrm{m})$.

即雷达的探测半径为 $300\sqrt{2}\mathrm{m}$. ……………4 分

（2）∵$OA^2+OB^2=AB^2$，

∴$\angle AOB=90°$， ……………6 分

∴$S_{阴}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle OAB}=45000\pi-90000(\mathrm{m}^2)$.

即阴影部分的面积为 $45000\pi-90000(\mathrm{m}^2)$. ……………8 分

22. 解：（1）设灯笼的进价为 x 元/盏，对联的进价为 y 元/副.

$\begin{cases}2x+2y=(20\times 2+15\times 2)-40\\ 3x+5y=(20\times 3+15\times 5)-80\end{cases}$， ……………2 分

解得：$\begin{cases}x=10\\ y=5\end{cases}$，

∴灯笼的进价为 10 元/盏，对联的进价为 5 元/副. ……………4 分

（2）$W=(a-10)[50-2(a-15)]$， ……………6 分

∴整理得：$W=-2a^2+100a-800$.

∵$-2<0$，

∴$a_{最大}=-\frac{100}{2\times(-2)}=25$(元). ……………8 分

∴W 随着 a 的增大而增大，

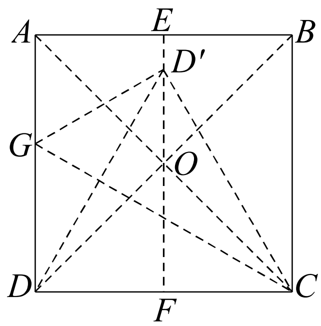
∴$W_{最大}=(25-10)\times[50-2\times(25-15)]=450$(元).

∴W 关于 a 的函数解析式为 $W=-2a^2+100a-800$，最大利润为 450 元.

……………10 分

23. 解：（1）15°. ……………1 分

证明：如答 23-1 图，连接 DD'.



答 23-1 图

由折叠得：$CD=CD'$，

∵$EF\,/\!/\,AD$，$AD\perp CD$，

∴$EF\perp CD$，

又∵点 F 是 CD 中点，

$\therefore DD' = CD' = CD$，

$\therefore \triangle CDD'$是等边三角形， ……………3 分

$\therefore \angle CDD' = 60°$，

$\because \angle GCD = \angle GCD'$，

$\therefore \angle GCD = 30°$，

又$\because \angle ACD = 45°$，

$\therefore \angle ACG = \angle ACD - \angle GCD = 15°$. ……………6 分

（2）由（1）得：$\triangle CDD'$是等边三角形，

$\therefore \angle D'CF = 60°$.

$\because$点 F 为 CD 中点，$AB = 10(\text{cm})$，

$\therefore CF = 5(\text{cm})$， ……………8 分

$\therefore D'F = 5 \cdot \tan\angle D'CF = 5\sqrt{3}(\text{cm})$，

$\therefore ED' = EF - D'F = 10 - 5\sqrt{3}(\text{cm})$. ……………10 分

五、解答题（三）：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分.

24. 解：（1）设抛物线的解析式为 $y = a(x-h)^2 + k$，

$\because$顶点坐标为(1，4)，

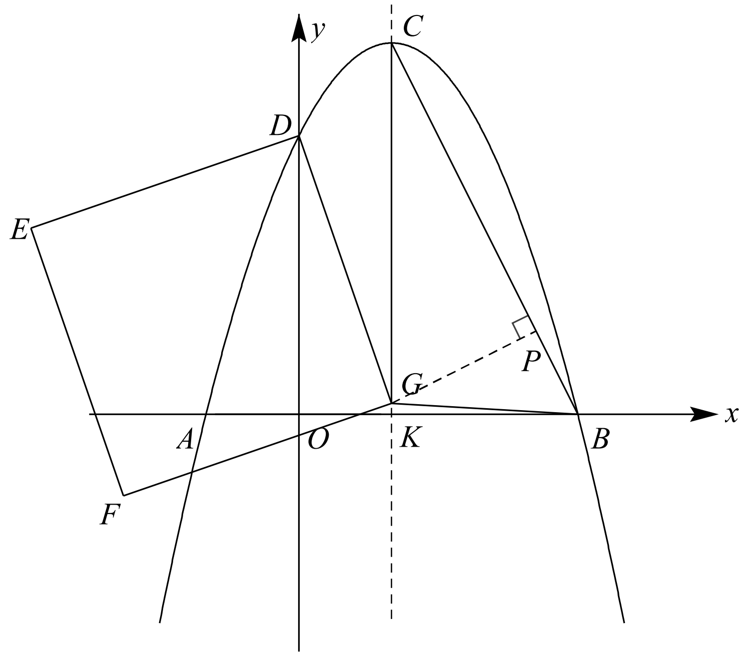
$\therefore y = a(x-1)^2 + 4$，

代入(0，3)得：$a + 4 = 3$，

$\therefore a = -1$，

$\therefore y = -(x-1)^2 + 4$（或 $y = -x^2 + 2x + 3$）. ……………3 分

（2）如答 24-2-1 图，记抛物线对称轴交 x 轴于点 K，作 $GP \perp BC$，垂足为点 P.



答 24-2-1 图

$\because$抛物线对称轴为直线 $x = 1$，

$\therefore K(1，0)$，

$\because A(-1，0)$，$B(3，0)$，$C(1，4)$，

$\therefore BK = 2$，$CK = 4$，

$\therefore BC = 2\sqrt{5}$，

①$\angle CBG = 60°$，

$\therefore \tan\angle CBG = \dfrac{GP}{BP} = \sqrt{3}$，

$\because \tan\angle BCK = \dfrac{BK}{CK} = \dfrac{GP}{CP} = \dfrac{1}{2}$，

设 $BP = x$，

$\therefore GP = \sqrt{3}x$，

$\therefore CP = 2\sqrt{3}x$，

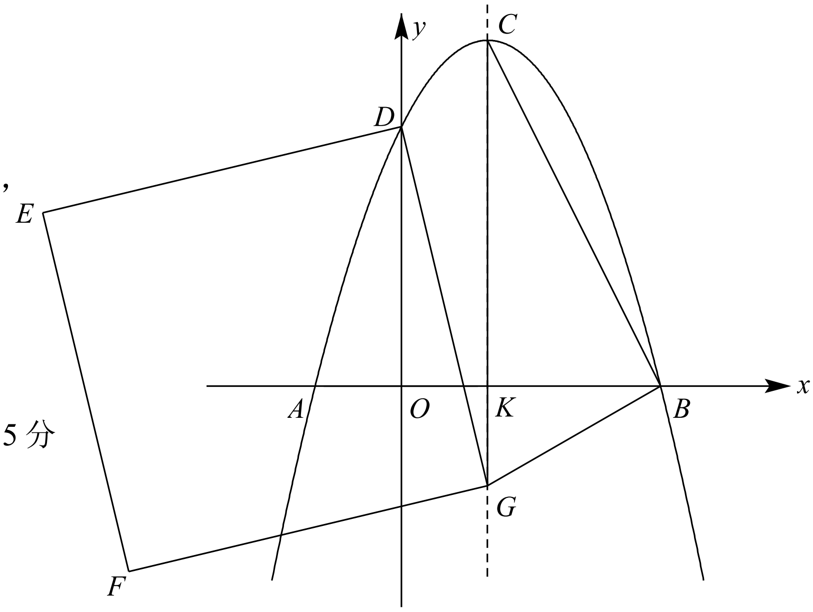
$\therefore CG = \sqrt{15}x$，

$\therefore BC = BP + CP = x + 2\sqrt{3}x = 2\sqrt{5}$，

$\therefore x = \dfrac{2\sqrt{5}}{1+2\sqrt{3}}$,

$\therefore CG = \sqrt{15} \times \dfrac{2\sqrt{5}}{1+2\sqrt{3}} = \dfrac{60-10\sqrt{3}}{11}$,

$\therefore t = \dfrac{60-10\sqrt{3}}{11}$.   ……………5 分



答 24-2-2 图

②$\angle CGB = 60°$，

$\because BK = 2$，$\angle CGB = 60°$，

$\therefore GK = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore t = 4 + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$,

综上所述，当$\triangle CGB$的一个内角为 60°时，$t = \dfrac{60-10\sqrt{3}}{11}$或$t = 4 + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.   ……………7 分

（3）如答 24-3 图，作$DH \perp CG$，垂足为点H，作$EI \perp y$轴，垂足为点I，作$FJ \perp CG$，垂足为点G.

由题意得：$A(-1，0)$，$B(3，0)$，$C(1，4)$，$D(0，3)$，

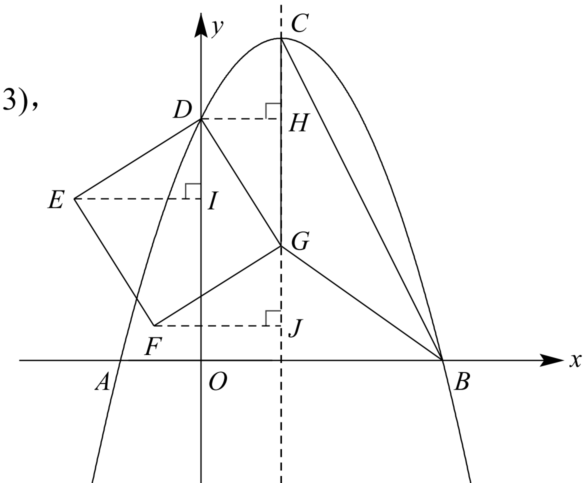
设$G(1，m)$，

$\because \angle IDE + \angle IED = 90°$，$\angle IED + \angle HDG = 90°$，

$\therefore \angle IDE = \angle HDG$，

在$\triangle IDE$与$\triangle HDG$中：

$$\begin{cases} \angle IED = \angle HDG \\ \angle EID = \angle DHG' \\ ED = DG \end{cases}$$



答 24-3 图

$\therefore \triangle IDE \cong \triangle HDG(AAS)$，

$\therefore EI = HG = 3 - m$，

$\therefore DI = DH = 1$，

$\therefore E(m-3，2)$，

$\therefore$点E在直线$y = 2$上运动.   ……………8 分

同理可证：$\triangle JGF \cong \triangle HDG$，

$\therefore JF = HG = 3 - m$，

$\therefore JG = HD = 1$，

$\therefore F(m-2,\ m-1)$，

$\therefore$点 F 在直线 $y=x+1$ 上运动. ……………10 分

当点 E 在抛物线上时：$-x^2+2x+3=2$，

解得：$x_1=1-\sqrt{2}$，$x_2=1+\sqrt{2}$（舍去）.

$\therefore m-3=1-\sqrt{2}$，

$\therefore m=4-\sqrt{2}$，

$\therefore t=4-m=4-(4-\sqrt{2})=\sqrt{2}$.

当点 F 在抛物线上时：$-x^2+2x+3=x+1$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=2$（舍去）.

$\therefore m-2=-1$，

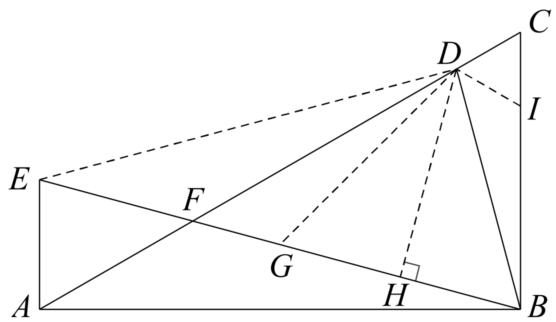
$\therefore m=1$，

$\therefore t=4-m=4-1=3$，

$\therefore$当$\sqrt{2}\leqslant t\leqslant 3$时，抛物线与线段 EF 有交点. ……………12 分

25. 解：（1）15°. ……………2 分

（2）如答 25-2 图，连接 DE，取 BE 中点 G，连接 DG，作 $DH\perp BE$，垂足为 H，在 BC 上找一点 I，连接 DI，$\angle DIC=60°$.



答 25-2 图

$\because \angle ACB=\angle DIC=60°$，

$\therefore \triangle DIC$ 是等边三角形，

$\therefore CD=DI$.

$\because AE\parallel BC$，

$\therefore \angle EAD=\angle ACB=60°$，$\angle EAB=\angle ABC=90°$，

又$\because \angle EBD=60°$，

$\therefore \angle EAD=\angle EBD=60°$，

$\therefore$点 E、A、B、D 四点共圆， ……………3 分

$\therefore \angle EAB+\angle EDB=180°$，

又$\because \angle EAB=\angle ABC=90°$，

$\therefore \angle EDB=90°$， ……………4 分

又$\because$点 G 是 BE 中点，

$\therefore EG=BG=DG$，

又$\because \angle DBG=60°$，

$\therefore \triangle DBG$ 是等边三角形，

$\therefore BD = BG$，

$\therefore BD - EF = BG - EF = EG - EF = GF = \sqrt{6}$， ……………5 分

$\because \angle DCB = 60°$，$\angle DBC = \angle ABE = 15°$，

$\therefore \angle FDB = 75°$，$\angle CDB = 105°$，

又$\because \angle GDB = \angle CDI = 60°$，

$\therefore \angle FDG = 15°$，$\angle BDI = 45°$，

又$\because \angle DFG = 180° - \angle FDB - \angle DBF = 45°$，

$\therefore \angle DBI = \angle FDG = 15°$，$\angle DFG = \angle BDI = 45°$，

$\therefore \triangle FDG \backsim \triangle DBI$，

$\therefore \dfrac{GF}{DI} = \dfrac{DF}{DB}$. ……………6 分

$\because \angle FDH = \angle DFH = 45°$，

$\therefore \triangle DFH$ 是等腰直角三角形，

$\therefore DF = \sqrt{2}HF = \sqrt{2}DH$，

又$\because \angle HDB = 30°$，

$\therefore DH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}DB$，

$\therefore DF = \dfrac{\sqrt{6}}{2}DB$，即 $\dfrac{GF}{DI} = \dfrac{DF}{DB} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

$\therefore GF = \dfrac{\sqrt{6}}{2}DI$，

又$\because GF = \sqrt{6}$，

$\therefore DI = 2$，

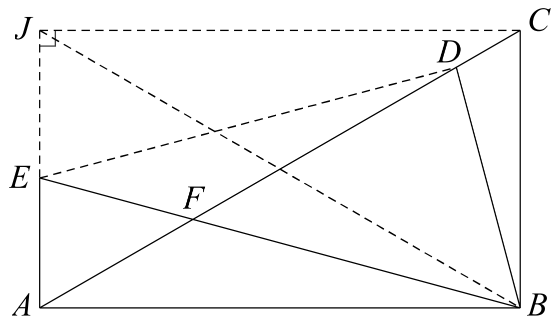
又$\because CD = DI$，

$\therefore CD = 2$. ……………7 分

（3）如答 25-3 图，延长 AE，作 $CJ \perp AE$，垂足为 J，连接 DE、BJ.

$\because \angle EAF = \angle DBF = 60°$，$\angle AFE = \angle DFB = 45°$，

$\therefore \triangle AFE \backsim \triangle BFD$，



答 25-3 图

$\therefore S = \dfrac{S_{\triangle BDF}}{S_{\triangle AFE}} = \dfrac{BD^2}{AE^2} = \dfrac{BD^2}{n^2}$， ……………8 分

$\because \angle CBD + \angle DBJ = 60°$，$\angle EBJ + \angle DBJ = 60°$，

$\therefore \angle CBD = \angle EBJ$，

又$\because \angle BCD = \angle EJB = 60°$，

$\therefore \triangle BDC \backsim \triangle BEJ$，

又$\because \angle DEB = 30°$，

$\therefore \dfrac{EJ}{CD} = \dfrac{BE}{BD} = 2$，

$\therefore EJ = 2CD = 2$， ……………10 分

设 $BC = x$，则 $AJ = x$，$AB = \sqrt{3}x$，$AE = x - 2$，

$\because AE = n = x - 2$，

$\therefore x = n + 2$，

$\therefore AB = \sqrt{3}x = \sqrt{3}(n + 2) = \sqrt{3}n + 2\sqrt{3}$.

设 $BD = y$，则 $BE = 2y$，

在 $Rt\triangle EAB$ 中，$AE^2 + AB^2 = BE^2$，

即 $n^2 + (\sqrt{3}n + 2\sqrt{3})^2 = (2y)^2$，

整理得：$y^2 = n^2 + 3n + 3$，

$\therefore S = \dfrac{S_{\triangle BDF}}{S_{\triangle AFE}} = \dfrac{BD^2}{AE^2} = \dfrac{y^2}{n^2} = \dfrac{3}{n^2} + \dfrac{3}{n} + 1$. ……………12 分

（本卷所有题参考答案只提供一种解法，其他解法只要正确，请参照本答案相应给分.）