

2022 年国庆节 *Mathematics Club* 初中知识竞赛

数 学

本试卷共 2 页，17 小题，满分 100 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：1. 答卷前，考生务必按要求填写好自己的准考证号、姓名等信息。

2. 答卷时，若使用答题卡作答，填写好相关个人信息后在指定的区域内用黑色字迹的钢笔或签字笔作答；若使用白纸作答，则在作答每小题前须在左上角标好题号，然后使用黑色字迹的钢笔或签字笔作答。每小题作答完毕后，描出该题的答题区域。若几何题等需要作辅助线的，则需额外画图。
3. 考生需注意把握考试时间，若考生提前完成，可提前交卷。建议考生在考试结束前 5 至 10 分钟交卷，避免因特殊原因无法提交导致成绩作废。
4. 本次考试允许使用只有四则运算功能的计算器，但原则上要求考生独立完成，不得寻求他人帮助，严禁使用作业帮等搜题软件，一经发现，将取消本次竞赛成绩。

一、选择题（一）：本大题共 2 小题，每小题 3 分，共 6 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $y = x^2 (x > 0)$ 的图像经过的象限为
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 将函数 $y = (x - 2)^2 + 6$ 的图像先向左平移 2 个单位再向下平移 4 个单位后得到的函数解析式为
A. $y = (x - 4)^2 + 2$ B. $y = x^2 + 2$ C. $y = (x - 4)^2 + 10$ D. $y = x^2 + 10$

二、选择题（二）：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

3. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 ，且这两个实数根满足 $[a(x_1 + x_2)]^2 = 4a^2x_1x_2$ ，则下列结论中一定正确的是
A. $x_1 > x_2$ B. $x_1 < x_2$ C. $x_1 = x_2$ D. $x_1 = -x_2$
4. 关于 x 的方程 $x^2 - |x| - 30 = 0$ 的实数根的个数为
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
5. 已知直线 $y = x + 1$ 交抛物线 $y = x^2 - x + 1$ 于点 A 、 B ， C 为 AB 下方抛物线上一点， $CD \perp AB$ ，则当 CD 取得最大值时， C 点的坐标为
A. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ B. $(1, 1)$ C. $(\sqrt{2}, 3 - \sqrt{2})$ D. $(2, 3)$

三、填空题（一）：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

6. 因式分解： $x^6 - x^4$ _____.

7. 已知一个直角三角形的斜边为 $\sqrt{10}cm$ ，面积为 $\frac{3}{2}cm^2$ ，则这个直角三角形的周长为_____.
8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $(-1, 0)$ 、点 $(3, 0)$ ，若该抛物线的顶点为 $(k, -4)$ ，则 $a + b + c$ 的值为_____.
9. 若二次函数 $y = -2x^2 - 6x + c$ 的图像经过 $(-3, y_1)$ 、 $(-\sqrt{5}, y_2)$ 、 $(-\sqrt{2}, y_3)$ ，则 y_1 、 y_2 、 y_3 之间的大小关系为_____.
10. C 城有一个人感染了 X 病毒，估计经过两轮传染后，共有 K 个人被传染，且 $145 < K < 195$ ，则每轮传染中平均每个感染者传染的人数为_____.

四、填空题（二）：本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分.

11. 已知 $y_1 = x^2 - 2x - 3$ 、 $y_2 = x^2 + (b + 1)x + b$. 当 $x < -1$ 时， $y_1 > y_2$ ，则 b 的取值范围是_____.
12. 关于 x 的方程 $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 2} - 2 = 0$ 的所有实数根为_____.
13. 关于 x 的方程 $x^3 - 7x + 6 = 0$ 的所有实数根之和为_____.
14. 已知在某个队伍中，第1行有1个人，第2行有4个人，第3行有9个人，第 n 行有 n^2 个人. 若从第1行开始从前往后报数，当报到第2022个人时，这个人所在的行数是_____.
15. 已知在关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ （ a 、 c 均为有理数， b 为正整数）中， $ac = -10$ ，若要使该方程的根是有理数，则所有满足条件的正整数 b 的和是_____.

五、解答题（一）：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分.

16. 已知在长度为1的线段 AB 上有一点 C ，且满足 $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{AB}$.

(1) 求 BC 的长度.

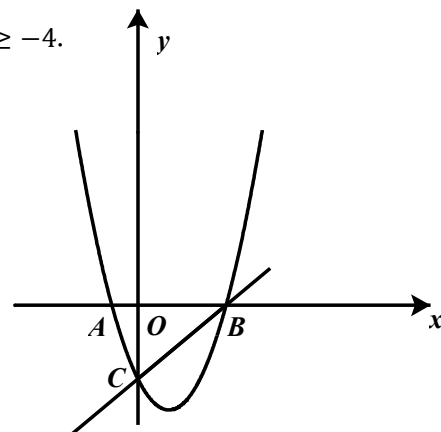
(2) 若你只有一个圆规和一把 $2cm$ 的刻度尺（只有整刻度），请充分利用以上工具，作出一段与 BC 等长的线段（要求：写出作法并画图）.

17. 如题 17 图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 从左到右分别交 x 轴于点 A 、 B ，交 y 轴于点 C ，其中 $A(-1, 0)$ ， $AB = 4$ ，且 $ax^2 + (b - 4)x + c + 8 \geq -4$.

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 若在抛物线的对称轴上有一动点 P ，求 $PC - PB$ 的最小值.

(3) 若点 Q 是直线 BC 下方的抛物线上一动点（不与点 B 、 C 重合），过点 Q 作 $QD \perp x$ 轴，交 BC 于点 E ，作 $QF \perp BC$ 于点 F . 设 $\triangle QEF$ 的周长为 C ，点 Q 的横坐标为 x ，求 C 与 x 的关系式及最大周长.



题 17 图