

2022-2023 学年度第一学期九年级联考

数 学 试 题

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求的。

1. 实数 a 、 b 、 c 在数轴上的对应点的位置如图所示，如果 $a + c = 0$ ，那么下列结论正确的是（ ）

- A. $b < 0$ B. $a < -b$ C. $ab > 0$ D. $b - c < 0$



2. 关于 x 的一元一次方程 $(k - 1)x = 4$ 的解是整数，则符合条件的所有整数 k 的值的和为（ ）

- A. 0 B. 4 C. 6 D. 10

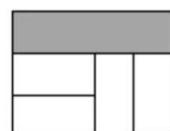
3. 化简 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ ，正确的是（ ）

- A. $\sqrt{-x}$ B. \sqrt{x} C. $-\sqrt{-x}$ D. $-\sqrt{x}$

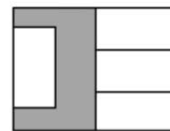
4. 若 $10^x = N$ ，则称 x 是以 10 为底 N 的对数. 记作 $x = \lg N$. 例如： $10^2 = 100$ ，则 $2 = \lg 100$ ； $10^0 = 1$ ，则 $0 = \lg 1$ ，对数运算满足：当 $M > 0$ ， $N > 0$ 时， $\lg M + \lg N = \lg(MN)$ ，例如 $\lg 3 + \lg 5 = \lg 15$ ，则 $(\lg 5)^2 + \lg 5 \times \lg 2 + \lg 2$ 的值为（ ）

- A. 5 B. 2 C. 1 D. 0

5. 两个形状大小完全相同的长方形中放入 4 个相同的小正方形后，得到图①和图②的阴影部分，如果大长方形的长为 m ，则图②与图①的阴影部分周长之差是（ ）



图①



图②

- A. $-\frac{m}{2}$ B. $\frac{m}{2}$ C. $\frac{m}{3}$ D. $-\frac{m}{3}$

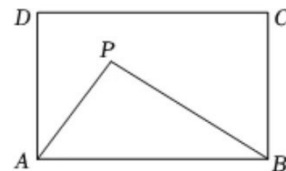
6. 一个正方体，六个面上分别写着六个连续的整数，且每两个相对面上的两个数之和相等，如图你能看到的数为 7、10、11，则这六个整数的和可能为（ ）

- A. 51 B. 53 C. 55 D. 57

7. 甲、乙两地相距 360 千米，一轮船往返于甲、乙两地之间，顺水行船用 18 小时，逆水行船用 24 小时，若设船在静水中的速度为 x 千米/时，水流速度为 y 千米/时，则下列方程组中正确的是（ ）

- A. $\begin{cases} 18(x + y) = 360 \\ 24(x - y) = 360 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 18(x + y) = 360 \\ 24(x + y) = 360 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 18(x - y) = 360 \\ 24(x - y) = 360 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 18(x - y) = 360 \\ 24(x + y) = 360 \end{cases}$

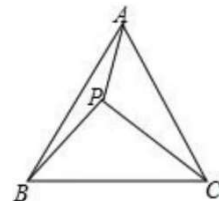
8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $AD = 3$ ，动点 P 满足 $3S_{\triangle PAB} = S_{\text{矩形}ABCD}$ ，



则点 P 到 A 、 B 两点距离之和 $PA + PB$ 的最小值为（ ）

- A. $\sqrt{29}$ B. $\sqrt{34}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $\sqrt{41}$

9. 如图， P 为等边三角形 ABC 内的一点，且 P 到三个顶点 A ， B ， C 的距离分别为3，4，5，



则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）

- A. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{4}$ B. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$ C. $18 + 25\sqrt{3}$ D. $18 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$

10. 定义 $\min(a, b)$ ，当 $a \geq b$ 时， $\min(a, b) = b$ ，当 $a < b$ 时， $\min(a, b) = a$ ，已知函数
 $y = \min(-x - 3, 2x - 21)$ ，则该函数的最大值是（ ）

- A. -15 B. -9 C. -6 D. 6

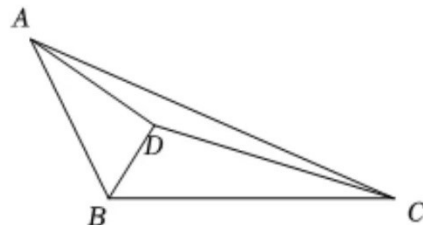
二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分。

11. 若关于 x ， y 的方程组 $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = a - 2 \end{cases}$ 的解是正整数，则整数 a 的值是_____.

12. 一次测验共出5道题，做对一题得一分，已知26人的平均分不少于4.8分，最低的得3分，至少有3人得4分，则得5分的有_____人.

13. 如图，三角形 ABC 中， BD 平分 $\angle ABC$ ， $AD \perp BD$ ，若 $AB:BC = 4:7$ ， $S_{\triangle ADC} = 6$ ，则 $S_{\triangle ABD} =$ _____.

14. 已知5个互不相同的正整数的平均数是18，中位数是25，那么
 这5个正整数中最大数的最大值为_____.



15. 若 $x^2 + x - 1 = 0 (x > 0)$ ，且 $x^5 = a + b\sqrt{5}$ ，这里 a 、 b 是有理数，
 则 $a + b =$ _____.

16. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个实数根，且其中一个根为另外一个根的2倍，则称这样的方程为“倍根方程”，以下关于“倍根方程”的说法，正确的有_____（填序号）.

- ①方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 是“倍根方程”；
 ②若 $(x - 2)(mx + n) = 0$ 是“倍根方程”，则 $4m^2 + 5mn + n^2 = 0$ ；
 ③若 p 、 q 满足 $pq = 2$ ，则关于 x 的方程 $px^2 + 3x + q = 0$ 是“倍根方程”；
 ④若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是“倍根方程”，则必有 $2b^2 = 9ac$.

17. 已知 x 、 y 、 z 是三个非负实数，满足 $3x + 2y + z = 5$ ， $x + y - z = 2$ ，若 $S = 2x + y - z$ ，则 S 的最大值和最小值的和为_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 55 分。

18. （本小题共 6 分）

(1) 有这样一道题：“当 $a = 3$, $b = -\frac{1}{2}$ 时, 求代数式: $7a^3 - 6a^3b + 3a^2b + 3a^3 + 6a^3b - 3a^2b - 10a^3 + 3$ 的值”; 小明细算了一下, 提出题中所给的条件 $a = 3$, $b = -\frac{1}{2}$ 是多余的, 请你认真计算一下, 认为他的说法是否有道理?

(2) 小红做了一道数学题: “已知两个多项式 A 、 B ”, 其中 $B = 4a^2 - 5a - 6$, 求 $A + B$ 的值.” 粗心的小红误将“ $A + B$ ”看成“ $A - B$ ”, 结果求出的答案是 $10a - 7a^2 + 12$, 请你帮助小红求出正确的 $A + B$ 的结果.

19. (本小题共 7 分)

观察下列各式, 并用所得出的规律解决问题:

(1) $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{200} \approx 14.14$, $\sqrt{20000} \approx 141.4$, $\dots\dots$

$\sqrt{0.03} \approx 0.1732$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{300} \approx 17.32$, $\dots\dots$

由此可见, 被开方数的小数点每向右移动____位, 其算术平方根的小数点向____移动____位.

(2) 已知 $\sqrt{15} \approx 3.873$, $\sqrt{1.5} \approx 1.225$, 则 $\sqrt{150} \approx$ ____; $\sqrt{0.15} \approx$ ____.

(3) $\sqrt[3]{1} = 1$, $\sqrt[3]{1000} = 10$, $\sqrt[3]{1000000} = 100$, $\dots\dots$ 小数点的变化规律是____.

(4) 已知 $\sqrt[3]{10} \approx 2.154$, $\sqrt[3]{y} \approx -0.2154$, 则 $y =$ ____.

20. (本小题共 8 分)

如果 $x^n = y$, 那么我们规定 $(x, y) = n$, 例如: 因为 $3^2 = 9$, 所以 $(3, 9) = 2$.

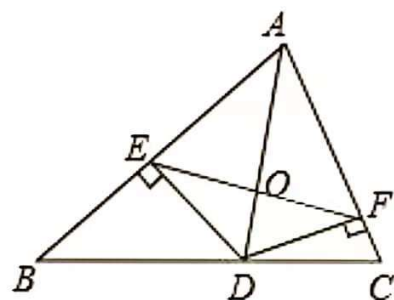
(1) [理解] 根据上述规定, 填空: $(2, 8) =$ ____, $(2, \frac{1}{2}) =$ ____;

(2) [说理] 记 $(4, 12) = a$, $(4, 5) = b$, $(4, 60) = c$, 试说明: $a + b = c$;

(3) [应用] 若 $(m, 16) + (m, 5) = (m, t)$, 求 t 的值.

21. (本小题共 8 分)

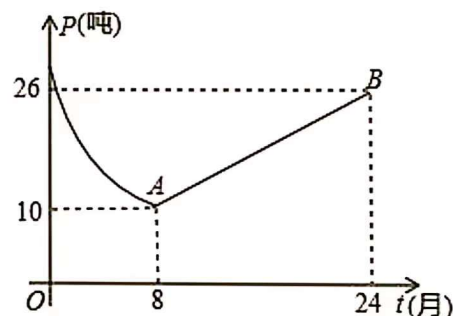
如图, AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 连接 EF 交 AD 于点 O . 求证: AD 垂直平分 EF .



22. (本小题共 8 分)

某药厂销售部门根据市场调研结果, 对该厂生产的一种新型原料药未来两年的销售进行预测, 并建立如下模型:

设第 t 个月该原料药的月销售量为 P (单位: t), P 与 t 存在如图所示的函数关系, 其图像是函数 $P = \frac{120}{t+4}$ ($0 < t \leq 8$)的图像与线段 AB 的组合. 设第 t 个月销售该原料药每吨的毛利润为 Q (单位: 万元), Q 与 t 之间



满足如下关系： $Q = \begin{cases} 2t + 8, & 0 < t \leq 12, \\ -t + 44, & 12 < t \leq 24. \end{cases}$

(1) 当 $8 < t \leq 24$ 时，求 P 关于 t 的函数表达式；

(2) 设第 t 个月销售该原料药的月毛利润为 w (单位：万元)。

① 求 w 关于 t 的函数表达式；

② 该药厂销售部门分析认为， $336 \leq w \leq 513$ 是最有利于该原料药可持续生产和销售的月毛利润范围，求此范围所对应的月销售量 P 的最小值和最大值。

23. (本大题共 18 分)

在线上教学中，教师和学生都学习到了新知识，掌握了许多新技能。例如教材八年级下册的数学活动——折纸，就引起了许多同学的兴趣。在经历图形变换的过程中，进一步发展了同学们的空间观念，积累了教学活动经验。

实践发现：

对折矩形纸片 $ABCD$ ，使 AD 与 BC 重合，得到折痕 EF ，把纸片展平；再一次折叠纸片，使点 A 落在 EF 上的点 N 处，并使折痕经过点 B ，得到折痕 BM ，把纸片展平，连接 AN ，如图①。

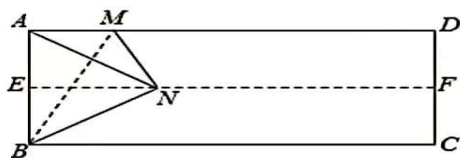
(1) 折痕 BM _____ (填“是”或“不是”) 线段 AN 的垂直平分线；请判断图中 $\triangle ABN$ 是什么特殊三角形？答：_____；进一步计算出 $\angle MNE =$ _____；

(2) 继续折叠纸片，使点 A 落在 BC 边上的点 H 处，并使折痕经过点 B ，得到折痕 BG ，把纸片展平，如图②，则 $\angle GBN =$ _____。

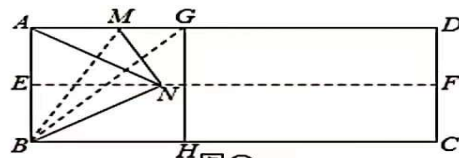
(3) 如图③，折叠矩形纸片 $ABCD$ ，使点 A 落在 BC 边上的点 A' 处，并且折痕交 BC 边于点 T ，交 AD 边于点 S ，把纸片展平，连接 AA' 交 ST 于点 O ，连接 AT ， SA' 。求证：四边形 $SATA'$ 是菱形。

解决问题：

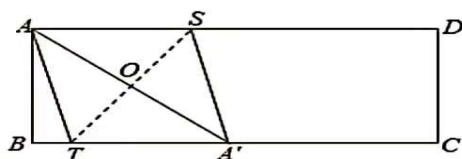
(4) 如图，矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $AD = 26$ ，点 S 是边 AD 上的一动点，折叠纸片，使点 A 落在 BC 边上的点 A' 处，并且折痕过点 S ，交 AB 边于点 T ，把纸片展平。同学们小组讨论后，得出线段 AT 长度的取值范围，请你求出线段 AT 长度的取值范围。



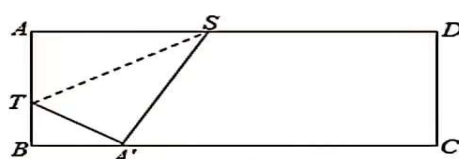
图①



图②



图③



图④