

2022 年 *Mathematics Club* 初中知识竞赛

## 数 学

本试卷共 2 页, 17 小题, 满分 100 分. 考试用时 120 分钟.

**注意事项:** 1. 答卷前, 考生务必按要求填写好自己的准考证号、姓名等信息.

2. 答卷时, 若使用答题卡作答, 填写好相关个人信息后在指定的区域内用黑色字迹的钢笔或签字笔作答; 若使用白纸作答, 则在作答每小题前须在左上角标好题号, 然后使用黑色字迹的钢笔或签字笔作答. 每小题作答完毕后, 描出该题的答题区域. 若几何题等需要作辅助线的, 则需额外画图.
3. 考生需注意把握考试时间, 若考生提前完成, 可提前交卷. 建议考生在考试结束前 5 至 10 分钟交卷, 避免因特殊原因无法提交导致成绩作废.
4. 本次考试允许使用计算器, 但原则上要求考生独立完成, 不得寻求他人帮助, 严禁使用作业帮等搜题软件, 一经发现, 将取消本次竞赛成绩.

**一、选择题 (一):** 本大题共 2 小题, 每小题 3 分, 共 6 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 函数  $y = \sqrt{x}$  的图像经过的象限为  
 A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限
2. 下列各式中  $y$  不是  $x$  的函数的是  
 A.  $y = x^\pi$                       B.  $y = |x|$                       C.  $y^3 = x$                       D.  $y^2 = x$

**二、选择题 (二):** 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

3. 已知直角三角形的两条直角边分别为  $a$ 、 $b$ , 若它斜边上的高为  $h$ , 则下列结论中一定正确的是  
 A.  $a + b = h$                       B.  $ab = \frac{1}{2}h$                       C.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{h}$                       D.  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$
4. 记函数  $y = 2^x + \frac{1}{x}$  沿  $y$  轴翻折后的函数为  $y'$ , 则  $y'$  的解析式为  
 A.  $y' = -\frac{1}{2^x} + \frac{1}{x}$                       B.  $y' = 2^x - \frac{1}{x}$                       C.  $y' = \frac{1}{2^x} - \frac{1}{x}$                       D.  $y' = -2^x - \frac{1}{x}$
5. 已知函数  $y = |x - a| - |x - 4a|$ , 分别记  $y$  的最大值为  $m$ , 最小值为  $n$ , 若要使  $m - n \leq 3$  恒成立, 则  $a$  的最大值为  
 A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C. 2                      D. 3

**三、填空题 (一):** 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

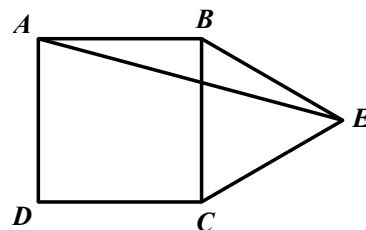
6. 化简  $-\sqrt{-2xy^3}$  的结果为\_\_\_\_\_.

7. 已知  $x + \frac{1}{x} = 2$ , 则  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ \_\_\_\_\_.

8. 已知在平面直角坐标系中, 点  $(2x + 3, y - 1)$  与点  $(2 - x, 3x)$  关于原点对称, 则  $x + y =$ \_\_\_\_\_.

9. 如题 9 图, 四边形  $ABCD$  为正方形, 以  $BC$  为边构造等边三角形  $BCE$ , 则  $\angle AEC$  的度数为\_\_\_\_\_.

10. 已知  $x, y$  为正整数, 且  $1 < xy < 3$ , 则  $x + y$  的值为\_\_\_\_\_.



题 9 图

#### 四、填空题 (二): 本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分.

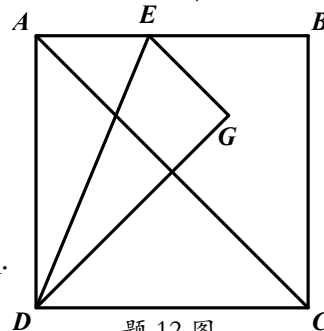
11. 在  $Rt \triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 2$ , 点  $P, Q, R$  分别是

$AB, BC, AC$  边上的动点, 则  $PQ + PR + QR$  的最小值是\_\_\_\_\_.

12. 如题 12 图, 在正方形  $ABCD$  中,  $AB = 1$ , 将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折叠得到

$\triangle GDE$ , 连接  $AC$ ,  $AC \parallel EG$ , 则  $BE$  的长度为\_\_\_\_\_.

13. 已知点  $A(4, 2)$  关于  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  的对称点为点  $B$ , 则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.

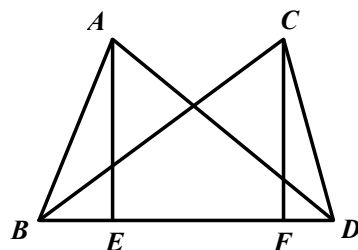


题 12 图

14. 已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  的三边长, 若  $\begin{cases} 2a + 3b = 19 \\ 5a + 2b = 31 \end{cases}$ , 则  $c$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 如题 15 图,  $AB = 5$ ,  $BD = 8$ ,  $AE \perp BD$ , 且  $\frac{BE}{DE} = \frac{1}{3}$ . 点  $C$  为平面

上一动点,  $AC \parallel BD$ ,  $CF \perp BD$ , 连接  $CB, CD, AD$ . 当  $CB + CD$  最小时,  $EF$  的长度为\_\_\_\_\_.



题 15 图

#### 五、解答题 (一): 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分.

16. 已知  $|x - 1| + |x + 3| - kx = 0$ , 该方程当  $x \neq -3$  时无解, 当  $x = -3$  时有且仅有一个解.

(1) 求  $k$  的取值范围.

(2) 求  $||3k - 1| - |k||$  的最大值.

17. 如题 17 图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(0, 6)$ ,  $B(8, 0)$ , 点  $C$  为  $OB$  上一点 (不与  $O, B$  重合),

点  $D$  为  $OC$  中点,  $\angle CED = \angle AOE$ .

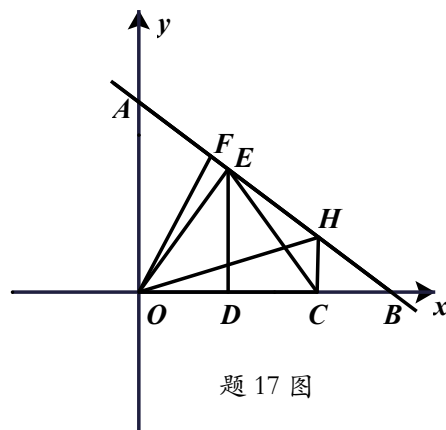
(1) 求直线  $AB$  的函数解析式.

(2) 求证:  $OE = CE$ .

(3) 已知点  $H, F$  均为直线  $AB$  上一点, 连接  $CH, OF$ ,

$\angle AHO = \angle BHC$ ,  $\angle HCE + \angle FOE = \frac{1}{2} \angle EDC$ ,

若点  $H$  的横坐标为  $\frac{32}{5}$ , 求直线  $OF$  的解析式.



题 17 图