

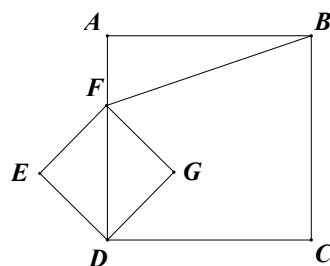
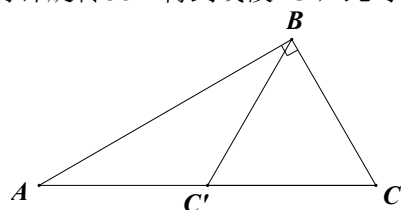
# 2022-2023 学年度第一学期期末调研测试

## 九年级数学试题

- 注意事项：**
1. 本试题卷共 4 页，满分 120 分，考试时间 90 分钟。
  2. 答题前，考生务必把自己的学校、姓名、试室号、座位号和考生号等填写在答题卡相应的位置上，并用 2B 铅笔填涂考生号信息。
  3. 选择题必须用 2B 铅笔填涂，非选择题必须使用黑色字迹钢笔或签字笔书写。所有答案必须在答题卡上指定位置作答，在本试题卷上作答无效。
  4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，只交答题卡。

**一、选择题：**本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

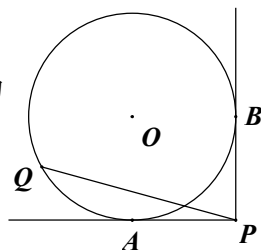
1. 下列关于 $x$ 的方程中，一定是一元二次方程的是
  - A.  $x^3 + x = 1$
  - B.  $3x(4x + 1) = 12x^2 - 4$
  - C.  $ax^2 + bx + c = 0$
  - D.  $(k^2 + 1)x^2 + x = 0$
2. 若关于 $x$ 的方程 $(a - 4)x^{|a-2|} + 2x + 3 = 0$ 是一元二次方程，则 $a$ 的值为
  - A. 4
  - B. 0
  - C. 4 或 0
  - D. 无法确定
3. 关于函数 $y = 4x^2 + 2$ 的说法正确的是
  - A.  $y$ 的最小值为-2
  - B. 当 $x > 0$ 时， $y$ 随着 $x$ 的增大而减小
  - C. 对称轴是 $y$ 轴
  - D. 开口向下
4. 将抛物线 $y = x^2 + 6x + 13$ 向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位后，所得的函数解析式为
  - A.  $y = (x + 5)^2 + 7$
  - B.  $y = (x + 1)^2 + 1$
  - C.  $y = (x + 5)^2 + 1$
  - D.  $y = (x + 1)^2 + 7$
5. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，将 $BC$ 边以点 $B$ 为旋转中心逆时针旋转 $60^\circ$ 得到线段 $BC'$ ，此时点 $C'$ 正好落在 $AC$ 上。若点 $C'$ 到 $BC$ 的距离为 $\sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为
  - A.  $3 + \sqrt{3}$
  - B.  $3 + 3\sqrt{3}$
  - C.  $6 + \sqrt{3}$
  - D.  $6 + 2\sqrt{3}$
6. 如图，正方形 $DEFG$ 的边长为 1，连接 $BF$ 。若 $\angle GDC = 45^\circ$ ， $BF = 4$ ，则正方形 $ABCD$ 的边长为
  - A. 2
  - B.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
  - C.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$
  - D.  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$



7. 如图，两条切线 $PA$ 、 $PB$ 分别交 $\odot O$ 于点 $A$ 、 $B$ ，相交于点 $P$ ， $PA \perp PB$ 。

在 $\odot O$ 上有一点 $Q$ ，连接 $PQ$ 。若 $AP = 1$ ，则 $PQ$ 的最大值与最小值之差为

- A. 2  
B.  $\sqrt{2} - 1$   
C. 1  
D.  $2 - \sqrt{2}$

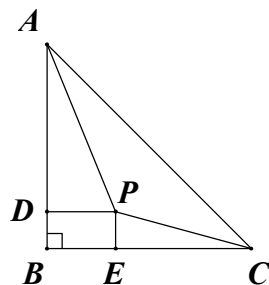


8. 一座圆形拱桥横跨一条宽 $12m$ 的小河，数学实践小组的成员小明想要测量这座拱桥的拱长，他在拱顶处竖直向下丢下一个探测器，探测器在水中匀速下沉。当探测器到桥头的距离与探测器到拱顶的距离相等时，测得此时水对探测器的压强为 $60000\sqrt{3}Pa$  ( $\rho_{\text{水}} = 1 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{N/kg}$ ,  $p = \rho gh$ )，则拱桥的拱长为

- A.  $2\pi m$   
B.  $4\pi m$   
C.  $6\pi m$   
D.  $8\pi m$

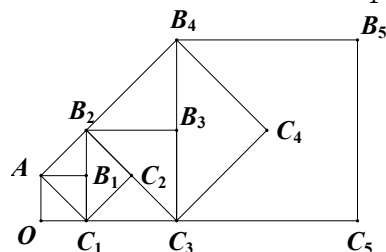
9. 如图， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4$ 。点 $P$ 为平面上一动点，作 $PD \perp AB$ 于点 $D$ ， $PE \perp BC$ 于点 $E$ 。若矩形 $PDBE$ 的面积为1，当点 $P$ 在 $\triangle ABC$ 内部时，连接 $AP$ 、 $CP$ ，则 $\triangle APC$ 的面积最大值为

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
B.  $\sqrt{3}$   
C.  $2\sqrt{3}$   
D.  $4\sqrt{3}$



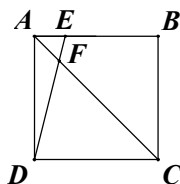
10. 如图，四边形 $OAB_1C_1$ 为正方形，连接 $AC_1$ ；以 $AC_1$ 为边构造正方形 $C_1AB_2C_2$ ，连接 $C_1B_2$ ；以 $C_1B_2$ 为边构造正方形 $C_1B_2B_3C_3$ ...。若以 $O$ 为原点， $OC_1$ 为水平方向， $OA$ 为竖直方向构建平面直角坐标系， $OC_1 = 1$ ，则 $B_{2023}$ 的坐标为

- A.  $(2^{1011} - 1, 2^{1011})$   
B.  $(2^{1012} - 1, 2^{1012})$   
C.  $(2^{1011} - 1, 2^{1012})$   
D.  $(2^{1012} - 1, 2^{1011})$

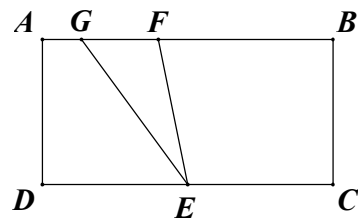


## 二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

11. 将关于 $x$ 的一元二次方程 $(x + 2)^2 + 5 = 0$ 化为一般式后，其一次项为\_\_\_\_\_。
12. 若关于 $x$ 的方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根分别为 $x = 1$ 和 $x = -3$ ，则 $a$ 的值为\_\_\_\_\_。
13. 在抗击新冠疫情期间，常用 $Rt$ 值（疫情实时传播指数）来衡量一个地区的疫情传播风险。例如广州市海珠区在本轮疫情中 $Rt$ 值最高达到了8.2，即平均1名感染者能传播给8.2个人。若A城有1人感染新冠病毒后未能被及时发现，导致经过两轮传染后，感染总人数达到了36人，则这次疫情的 $Rt$ 值为\_\_\_\_\_。
14. 如图，在边长为5的正方形 $ABCD$ 中，点 $E$ 是线段 $AB$ 的四等分点，连接 $AC$ 、 $DE$ 交于点 $F$ ，则 $\triangle DFC$ 的面积为\_\_\_\_\_。



15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $AD = 5$ ，点 $E$ 为 $CD$ 的中点，点 $F$ 、 $G$ 为 $AB$ 上的动点，连接 $EF$ 、 $EG$ ，若 $\triangle EFG$ 的面积为 $\frac{15}{2}$ ，则 $\triangle EFG$ 的最小周长为\_\_\_\_\_.



**三、解答题（一）：本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分。**

16. 解方程： $x^2 - 4x + 10 = 0$ .
17. 已知 $(x^2 + 4x + 4)^2 + |y^2 - 2y - 3| = 0$ ，求 $x + y$ 的最大值.
18. 在电路中，当电压 $U$ 一定时，电流 $I$ 与电阻 $R$ 成反比例。当 $R = 5\ \Omega$ 时， $I = 3\text{A}$ 。
- (1) 求电压 $U$ 。
- (2) 当 $R = 3\ \Omega$ 时，求电流 $I$ 。

**四、解答题（二）：本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分。**

19. 在九（1）班的语文课中，为了活跃课堂气氛，语文老师决定使用抽签的方式抽取需要默写的古诗名。已知一共有小陈、小黄、小李、小梁 4 人参加抽签（抽完签后需要将抽到的签拿走），需要默写的古诗分别为《南安军》、《别云间》、《山坡羊·骊山怀古》、《朝天子·咏喇叭》。
- (1) 若抽签顺序为小陈→小黄→小李→小梁，小陈抽到了《别云间》，求小黄抽到《南安军》的概率。
- (2) 用列表法求小李和小梁分别抽到《山坡羊·骊山怀古》、《朝天子·咏喇叭》的概率。
20. 某商家为了迎接2023年春节的到来，对相关商品降价销售. 下表为灯笼和对联的进价和售价以及部分客户的购买记录.

	进价(元)	售价(元)
灯笼	$x$	20
对联	$y$	15

小明一家购买了2盏灯笼和2副对联，商家盈利40元.

小红一家购买了3盏灯笼和5副对联，商家盈利80元.

- (1) 求灯笼和对联的进价.
- (2) 经过调研分析，发现灯笼每盏售价为15元的时候，一天可售出50盏，且平均每盏灯笼的售价提高1元时，每天少售出2盏. 设每盏灯笼的售价为 $a$ 元( $15 \leq a \leq 25$ )，每天销售灯笼的总利润为 $W$ 元，求 $W$ 关于 $a$ 的函数解析式及其最大利润.

21. 已知关于 $x$ 的方程 $mx^2 + (4m + 1)x + 2 = 0$ .

(1) 求证: 无论 $m$ 为何值, 该方程总有实数根.

(2) 若 $x_1$ 、 $x_2$ 分别为该方程的两根, 且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$ , 求 $x_1$ 、 $x_2$ .

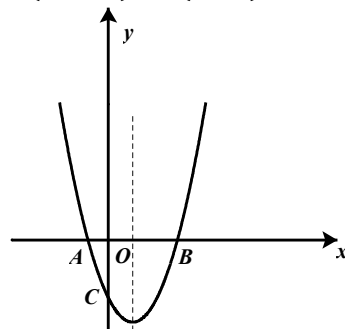
### 五、解答题(三): 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 从左到右分别交 $x$ 轴于点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ , 交 $y$ 轴于点 $C$ .

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 若在抛物线的对称轴上有一点 $P$ , 连接 $PC$ , 当 $\triangle ACP$ 为等腰三角形时, 求点 $P$ 的坐标.

(3) 当 $k \leq x \leq k + 2$ 时,  $y$ 有最大值 $-1$ , 求 $k$ 的值.



23. 如图 1, 已知点 $M$ 、 $N$ 是 $\angle AOB$ 的边 $OB$ 上的两个定点, 数学探究小组成员发现, 若在 $OA$ 边上有一动点 $P$ , 连接 $MP$ 、 $NP$ ,  $\angle MPN$ 的大小从左到右是先从小变大, 到了个极限后, 再从大变小. 那么, 当点 $P$ 运动到什么位置时,  $\angle MPN$ 最大? 针对这个问题, 数学探究小组成员进行了以下探究:

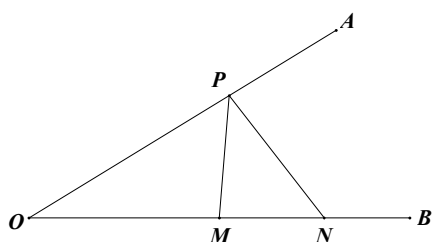


图 1

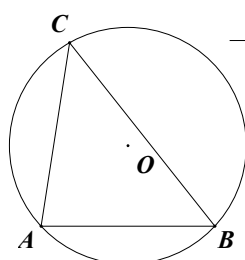


图 2

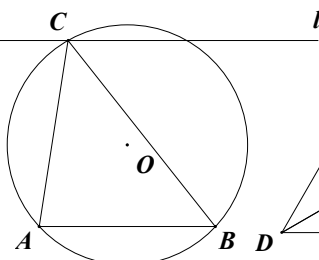


图 3

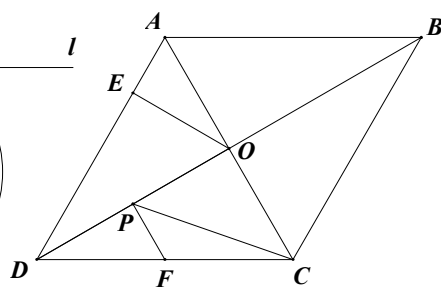


图 4

(1) 【问题探究】如图 2,  $AB$ 是 $\odot O$ 的弦, 点 $C$ 是 $\odot O$ 上一点, 连接 $AC$ 、 $BC$ .

①如图 2, 在直线 $AB$ 上方找一点 $P_1$ , 使得 $\angle AP_1B = \angle ACB$ , 画出 $\angle AP_1B$ .

②如图 3, 在过点 $C$ 的直线 $l$ 上找一点 $P_2$ , 使得 $\angle AP_2B < \angle ACB$ , 画出 $\angle AP_2B$ .

(2) 【总结归纳】如图 1, 根据(1)的探究, 探究当过 $P$ 、 $M$ 、 $N$ 三点的 $\odot O$ 与射线 $OA$ 满足什么关系时,  $\angle PMN$ 最大, 并说明理由.

(3) 【学以致用】如图 4, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 $E$ 为 $AD$ 的四等分点, 连接 $OE$ ,  $OE \perp AD$ .

①求 $\angle BDC$ 的度数.

②点 $F$ 为 $CD$ 的中点,  $P$ 为 $OD$ 上一动点, 连接 $FP$ 、 $CP$ , 当 $\angle CPF$ 最大时, 求 $\left(\frac{OD}{PD}\right)^2$ .