

2022-2023 学年度第一学期九年级联考

数 学

本试卷共 4 页，20 小题，满分 120 分。考试用时 90 分钟。

- 注意事项：**1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的准考证号、姓名、考场号和座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔在“考场号”和“座位号”栏相应位置填涂自己的考场号和座位号。将条形码粘贴在答题卡“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

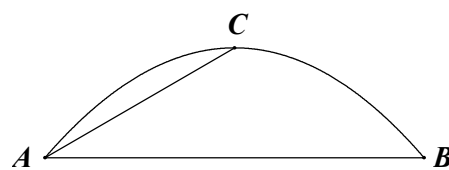
一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 根据世界卫生组织公布的最新数据，全球累计新冠肺炎确诊病例已经超过 6300000000 例，则 6300000000 用科学计数法应表示为
- A. 6.3×10^7 B. 6.3×10^8 C. 6.3×10^9 D. 6.3×10^{10}
2. 若 $|9x - 3| + (2y - 4)^2 = 0$ ，则 y^x 的值为
- A. 2 B. 3 C. 8 D. 9
3. 关于 x 的方程 $|2x - 4| = x - 5$ 的根为
- A. $x = -1$ B. $x = 3$ C. $x = -1$ 或 $x = 3$ D. 无实数根
4. 已知 a 、 b 、 c 为直角三角形的三边，则下列结论中一定正确的个数有
- ① $a^2 + b^2 = c^2$ ② $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab$ ③ $a + b > c$ ④ $a = b$
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 已知 $y = (a + 1)x^2 + (2a + 2)x - 3a + 3$ 。若 $a > 0$ ，当 $-2 \leq x \leq 2$ 时， y 的最小值为
- A. 0 B. 6 C. 3 D. -3
6. 已知 x_1 、 x_2 是关于 x 的方程 $x^2 + 2\sqrt{a+2}x + a = 0$ 的两根，则 $|x_1 - x_2|$ 的值为
- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

7. 若 $x^4 + y^4 + 8x^3 - 4y^3 + 24x^2 - 2y^2 + 32x + 12y + 25 = 0$, 则 $x + y$ 的最大值为
A. 1 B. 2 C. 3 D. -3
8. 有四箱货物要用船运到对岸, 一艘船一次最多运两箱货物. 已知船速(v , 单位: m/s)和最重货物质量(m , 单位: kg)满足关系式 $v = \frac{10}{m}$, 若两岸间隔 $100m$, 四箱货物分别重 $1kg, 2kg, 5kg, 10kg$. 不计装货时间, 把四箱货物用一艘船全部运到对岸需要的最短时间(单位: s)为
A. 60 B. 115 C. 170 D. 220

9. 如题 9 图, 一座拱桥为抛物线 $y = -\frac{1}{7}x^2 + bx + c$ 的一部分, 点 C 为拱桥拱顶, $\angle CAB = 30^\circ$, 则桥长 AB 为

- A. $7\sqrt{3}$ B. $14\sqrt{3}$
C. $21\sqrt{3}$ D. $28\sqrt{3}$

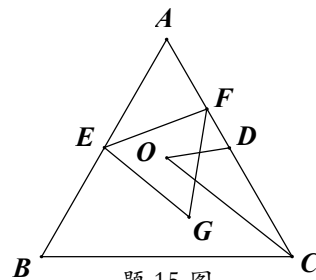


题 9 图

10. 对于平面内不共线的三点 C_1, C_2, C_3 , 必定存在另外三点 C_4, C_5, C_6 , 使得以 C_1, C_2, C_3, C_4 , C_1, C_2, C_3, C_5 , C_1, C_2, C_3, C_6 作为顶点的四边形为平行四边形; 同理, 对于 C_4, C_5, C_6 , 必定存在另外三点 C_7, C_8, C_9 , 使得以 C_4, C_5, C_6, C_7 , C_4, C_5, C_6, C_8 , C_4, C_5, C_6, C_9 为顶点的四边形为平行四边形... 设 $C_1C_2 = x$, $C_2C_3 = y$, $C_1C_3 = z$, 则从 C_1 顺次连接至 C_{2022} 的总长度为
A. $(2^{2021} - 1)(x + y + z)$ B. $(2^{2022} - 1)(x + y + z)$
C. $(2^{673} - 1)(x + y + z)$ D. $(2^{674} - 1)(x + y + z)$

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

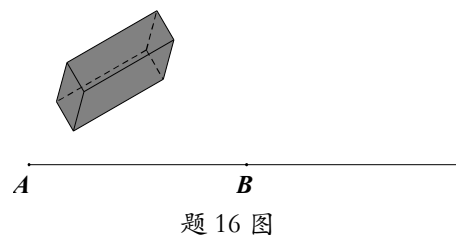
11. 化简 $\sqrt{8 + 4\sqrt{3}}$ _____.
12. 因式分解 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ _____.
13. $\sqrt{(x-2)^2 + 4} + \sqrt{(x-5)^2 + 1}$ 的最小值为_____.
14. 已知抛物线 $y = ax^2 + 2(a+6)x + 6a$ 从左到右分别交 x 轴于点 $(x_1, 0)$ 、 $(x_2, 0)$. 若 a 为整数, $x_1 < 1 < x_2$, 则抛物线的解析式为_____.
15. 如题 15 图, 在等边三角形 ABC 中, $AB = 5$, 点 D 为 AC 中点, 点 E, F 分别为 AB, AC 上的动点, 以 EF 为边向下作等边三角形 EFG , 点 O 为 $\triangle EFG$ 的中心, 连接 OD, OC , 则 $OD + OC$ 的最小值为_____.



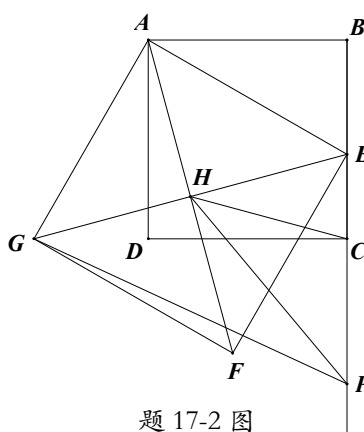
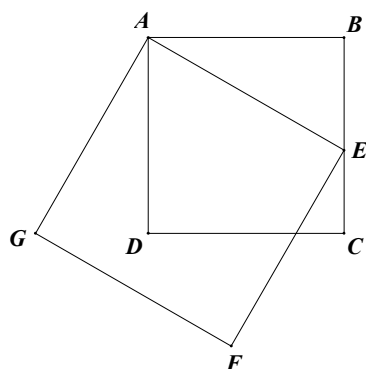
题 15 图

三、解答题（一）：本大题共3小题，每小题10分，共30分.

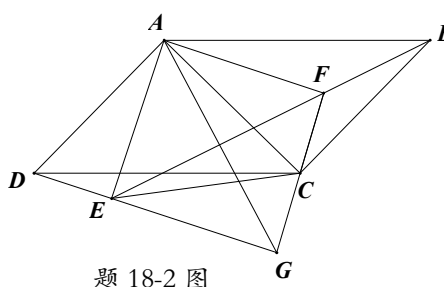
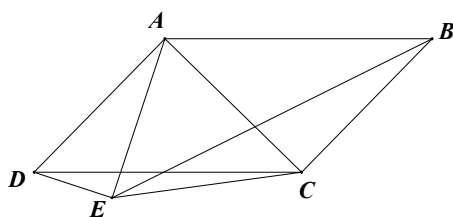
16. 如题16图，将一个长为 $10m$ 长方体从 A 点向右上方发射，使其做直线运动，运动轨迹与地面 AB 的夹角为 30° . 在长方体左右两端分别装一个信号接收器，在 A 点右侧 $50m$ 的 B 点处装一个信号发射器. 接受信号总强度与两个信号接收器与信号发射器的距离之和成正比. 若长方体的移动速度为 $10m/s$ ，则发射多少秒后其接收信号总强度最大？



17. 如题17-1图，在正方形 $ABCD$ 中， BC 边上有一点 E ，连接 AE ，以 AE 为边向下构造正方形 $AEFG$.



- (1) 当 $\angle BAE = 30^\circ$ 时，记正方形 $ABCD$ 的面积为 S_1 ，正方形 $AEFG$ 的面积为 S_2 ，求 $\frac{S_1}{S_2}$.
- (2) 如题17-2图，对角线 AF 、 GE 交于点 H ，在 BC 下方延长线上有一点 P ，连接 CH 、 PH 、 PG ， $\frac{BC}{BP} = \sqrt{3}$ ，当 $CH + PH$ 取得最小值时，求 $\frac{HE}{PG}$.
18. 如题18-1图，在 $\square ABCD$ 中， $AD = AC$ ，点 E 为 CD 下方一点，连接 AE 、 DE 、 BE ， $AC = EC$ ， $AE \perp DE$.



- (1) 求证： $\angle AEB = \frac{1}{2}\angle ACB$.
- (2) 如题18-2图，作 $AF \perp AE$ 交 BE 于点 F ，连接 FC ，延长 DE 、 FC 交于点 G ，连接 AG .
- ① 求证： AG 平分 $\angle EGF$.
- ② 求证：四边形 $AEGF$ 是正方形.

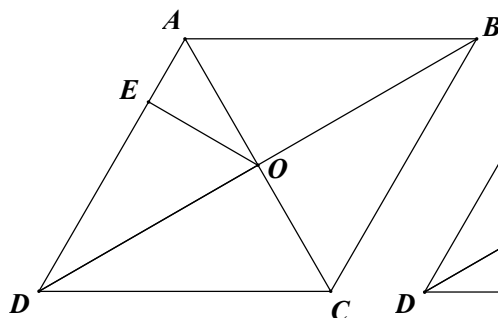
四、解答题（二）：本大题共 2 小题，每小题 20 分，共 40 分.

19. 如题 19-1 图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 12$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $OE \perp AD$ 于 E ， $AE = 3$.

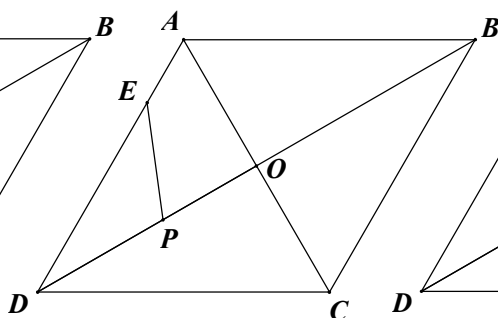
(1) 求 $\angle ABC$ 的度数.

(2) 如题 19-2 图， P 为 OD 上一动点，连接 EP ，求 $2EP + DP$ 的最小值.

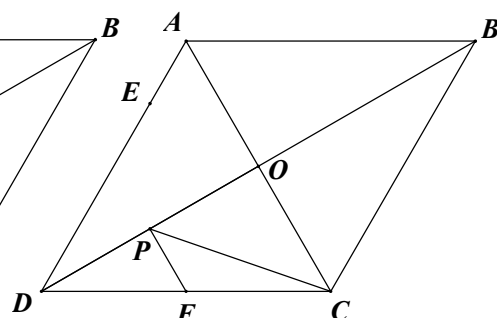
(3) 如题 19-3 图， F 为 CD 中点，连接 FP 、 CP ，当 $\angle CPF$ 最大时，求 DP 的长度.



题 19-1 图



题 19-2 图



题 19-3 图

20. 已知抛物线 $y_1 = x^2 + ax$ 、抛物线 $y_2 = x^2 - 4x + 3$ 与直线 $y_3 = t_1$ 均只有一个交点；抛物线

$y_4 = x^2 + bx$ 、抛物线 $y_5 = x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{45}{16}$ 与直线 $y_6 = t_2$ 均只有一个交点.

(1) 求 a 、 b 的值.

(2) 记 x_1 、 x_2 为关于 x 的方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根， x_3 、 x_4 为抛物线 $y = 5x_1x^2 + kx + 2x_2$ 与 x 轴的两个交点的横坐标，若要使 x_3 、 x_4 均为有理数，求所有满足条件的整数 k .

(3) 记 m 、 n 为抛物线 $y = px^2 + qx + r$ 与 x 轴的两个交点的横坐标 (p 、 q 、 r 均为有理数)，求证：当 $-4pr$ 为质数时，有且仅有一个整数 q ，使得 m 、 n 均为有理数.