江门市2024年普通高中高一调研测试（二）

数 学

本试卷共4页，19小题，满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上。
2. 做选择题时，必须用2B铅笔将答题卷上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须用黑色字迹钢笔或签字笔，将答案写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上作答无效。
5. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{-2，0，2，4\}$，$B=\{1，2，3，4\}$，则 $A\cap B$ 为

A. $\{2，4\}$　　B. $\{-2，4\}$　　C. $\{0，4\}$　　D. $\{-2，0，1，2，3，4\}$

2. 已知复数 $z=\frac{2+3\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则 $\bar{z}$ 的虚部为

A. $-\frac{5}{2}$　　B. $\frac{5}{2}$　　C. $-\frac{5}{2}\mathrm{i}$　　D. $\frac{5}{2}\mathrm{i}$

3. 已知 $\vec{a}=(1，m)$，$\vec{b}=(3，1)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 m 的值为

A. 3　　B. 1　　C. -1　　D. -3

4. 若 $\frac{\sin(A-\frac{\pi}{4})}{\sin(A+\frac{\pi}{4})}=\frac{1}{3}$，则 $\sin A$ 的值为

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中，设 a、b、c 分别为内角 A、B、C 的对边，若 $A=\frac{\pi}{3}$，$b=4$，要使 $\triangle ABC$ 有两解，则 a 的取值范围为

A. $(0，2]$　　B. $(2，4)$　　C. $[2，4]$　　D. $[4，8]$

6. 设 $a=\ln 8$，$b=\lg 64$，$c=2$（参考数据：$e^2\approx 7.39$），则 a、b、c 的大小关系为

A. $a>c>b$　　B. $b>a>c$　　C. $a>b>c$　　D. $c>b>a$

7. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积为12，若四边形 AA_1D_1D 的面积为2，则该长方体外接球表面积的最小值为

A. 2π　　B. 4π　　C. 6π　　D. 8π

8. 江门市万达广场 A 座位于蓬江区广场西路，是迄今为止江门市最高的建筑。某数学兴趣小组打算测量其高度。他们在江门市万达广场 A 座楼底东侧的广场西路某商店测得地面与楼顶的仰角为 60°，在该商店西侧 100 m 处的万达广场 1 号门测得与楼顶的距离为$\frac{700}{3}$ m，在万达广场 1 号门西侧 50 m 的地下停车场入口测得与楼顶的距离为 250 m。根据上述测量数据可得江门市万达广场 A 座的高度为

A. 100 m　　B. 150 m　　C. 200 m　　D. 225 m

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分。

9. 已知 a、b 是两条直线，α、β 是两个不重合的平面，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，则下列说法正确的是

A. 若 $\alpha /\!/ \beta$，则 $a /\!/ b$

B. 若 $\alpha /\!/ \beta$，则 $a /\!/ \beta$

C. 若 $\alpha\cap\beta=l$，则 l 至少与 a、b 中的一条相交

D. 若直线 $c\cap\alpha=A$，则 $c\notin\alpha$

10. 已知$\vec{a}=(3，5)$，$\vec{b}=(2，m)$，（$m\in R$）下列说法正确的是

A. 当 $m=1$ 时，$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影向量是$(\frac{22\sqrt{5}}{5}，\frac{11\sqrt{5}}{5})$

B. 若$\vec{a}$与$\vec{b}$之间的夹角为锐角，则 m 的取值范围为$(-\frac{6}{5}，+\infty)$

C. $m\vec{a}\cdot\vec{b}$的最小值为$-\frac{9}{2}$

D. 当 $m=\sqrt{10}$ 时，$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$

11. 已知 $f(x)=|\sin x|+\sqrt{3}\cos x$，下列说法正确的是

A. $f(x)$的取值范围是$[-1，\sqrt{3}]$

B. $f(x)$的一个零点是$\frac{\pi}{3}$

C. $f(x)$是偶函数

D. 直线 $y=1$ 与 $f(x)$在$(0，12)$内有 4 个交点

三、填空题，本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$A(1，2)$，$B(2，3)$，$C(3，1)$，则点 D 的坐标为__________.

13. 2024 年 4 月，广东省多地遭强降雨袭击，全省 4 月平均降水量达 497.4 mm，打破 4 月降水量历史纪录。降水量是指在某一单位面积上降水的深度。江门市某观测点采用了一个上口直径为 40 cm、底面直径为 20 cm、深度为 30 cm 的圆台形水桶来测量降水量。若在一次降雨中 48 小时内测得桶内的雨水正好是桶深的$\frac{1}{2}$，则该观测点 48 小时内降水量为__________mm.（精确到 1mm）

14. 已知$\vec{a}=(m，\sqrt{9-m^2})$，$\vec{b}=(3\cos\theta，5\sin\theta+\lambda)$（$\theta$、$\lambda\in R$），$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影为$\cos<\vec{a}，\vec{b}>$，设$t=\sin\theta+1$，若对于一个确定的$\lambda$，$t$的所有可能取值的乘积为$\frac{7}{16}$，则$\lambda$的值为__________.

四、解答题：共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

已知复数$z=m^2+2m-3+(m+1)\,\mathrm{i}$.

（1）当复数z的对应点位于第二象限时，求m的取值范围；

（2）当复数z的对应点位于直线$y=x+2$上时，求m的值.

16.（15 分）

已知$<\vec{a}，\vec{b}>=\frac{\pi}{3}$，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$.

（1）求$\frac{|\vec{a}-\vec{b}|}{|\vec{a}+\vec{b}|}$的值；

（2）求$\cos<\vec{a}+2\vec{b}，\vec{a}-\vec{b}>$的值.

17.（15 分）

在△ABC中，AB、BC、AC边所对的角A、B、C满足关系式$\frac{\sin C}{\cos A}-\frac{\cos C}{\sin A}=\frac{1}{2}(\tan A+\frac{1}{\tan A})$.

（1）求B;

（2）求$\sin A+\sin B+\sin C$的取值范围.

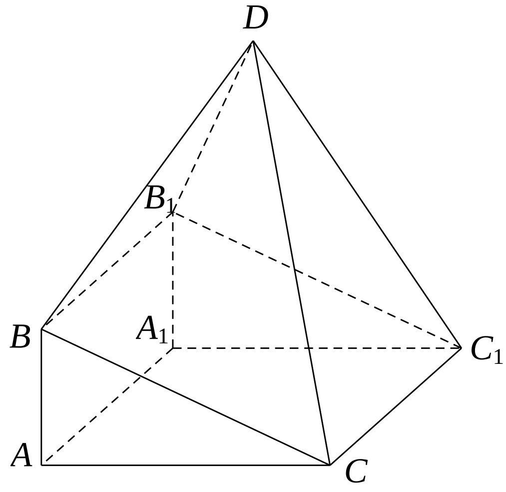
18.（17 分）

如图，由直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 和四棱锥 $D-BB_1C_1C$ 构成的几何体中，$\angle BAC=90°$，

$AB=1$，$BC=BB_1=2$，$DC_1=DC=\sqrt{5}$，平面 $CC_1D\perp$ 平面 ACC_1A_1.

（1）若点 M 为$\triangle DCC_1$ 内（含边界）的一个动点，且 $AM\perp DC_1$，求 M 的轨迹长度；

（2）探究在线段 BC 上是否存在点 P，使直线 DP 与平面 BB_1D 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. 若存在，求$\dfrac{BP}{BC}$的值；若不存在，请说明理由.



19.（17 分）

已知$\vec{a}$、$\vec{b}$为不共线的向量，定义：$F(m，n)=m|\vec{a}|+n|\vec{b}|$.

（1）若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}|\vec{a}-\vec{b}|$，$|\vec{a}+\vec{b}|=2\sqrt{3}$，求 $F(1，1)$的值；

（2）当$|\vec{a}-\vec{b}|=1$ 时：

①若$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，求 $F(1，2)$的最大值；

②若 $\cos<\vec{a}，\vec{b}>=\dfrac{1}{4}$，求 $F(1，2)$的最大值；

（3）若 $\cos<\vec{a}，\vec{b}>=\dfrac{1}{2}$，$|\vec{a}-\vec{b}|=2$，设 $F(t，\dfrac{1}{t})$的最大值为 S（$t>0$），求 S 的最小值.