

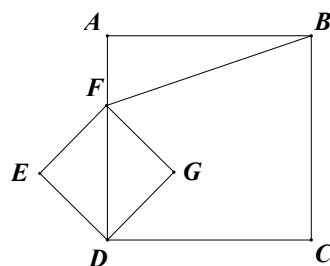
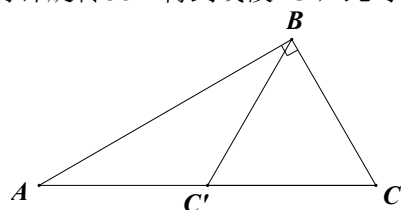
2022-2023 学年度第一学期期末调研测试

九年级数学试题

- 注意事项：**
1. 本试题卷共 4 页，满分 120 分，考试时间 90 分钟。
 2. 答题前，考生务必把自己的学校、姓名、试室号、座位号和考生号等填写在答题卡相应的位置上，并用 2B 铅笔填涂考生号信息。
 3. 选择题必须用 2B 铅笔填涂，非选择题必须使用黑色字迹钢笔或签字笔书写。所有答案必须在答题卡上指定位置作答，在本试题卷上作答无效。
 4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，只交答题卡。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

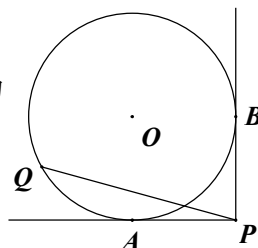
1. 下列关于 x 的方程中，一定是一元二次方程的是
 - A. $x^3 + x = 1$
 - B. $3x(4x + 1) = 12x^2 - 4$
 - C. $ax^2 + bx + c = 0$
 - D. $(k^2 + 1)x^2 + x = 0$
2. 若关于 x 的方程 $(a - 4)x^{|a-2|} + 2x + 3 = 0$ 是一元二次方程，则 a 的值为
 - A. 4
 - B. 0
 - C. 4 或 0
 - D. 无法确定
3. 关于函数 $y = 4x^2 + 2$ 的说法正确的是
 - A. y 的最小值为-2
 - B. 当 $x > 0$ 时， y 随着 x 的增大而减小
 - C. 对称轴是 y 轴
 - D. 开口向下
4. 将抛物线 $y = x^2 + 6x + 13$ 向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位后，所得的函数解析式为
 - A. $y = (x + 5)^2 + 7$
 - B. $y = (x + 1)^2 + 1$
 - C. $y = (x + 5)^2 + 1$
 - D. $y = (x + 1)^2 + 7$
5. 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，将 BC 边以点 B 为旋转中心逆时针旋转 60° 得到线段 BC' ，此时点 C' 正好落在 AC 上。若点 C' 到 BC 的距离为 $\sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为
 - A. $3 + \sqrt{3}$
 - B. $3 + 3\sqrt{3}$
 - C. $6 + \sqrt{3}$
 - D. $6 + 2\sqrt{3}$
6. 如图，正方形 $DEFG$ 的边长为 1，连接 BF 。若 $\angle GDC = 45^\circ$ ， $BF = 4$ ，则正方形 $ABCD$ 的边长为
 - A. 2
 - B. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
 - C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$
 - D. $\sqrt{2} + \sqrt{6}$



7. 如图，两条切线 PA 、 PB 分别交 $\odot O$ 于点 A 、 B ，相交于点 P ， $PA \perp PB$ 。

在 $\odot O$ 上有一点 Q ，连接 PQ 。若 $AP = 1$ ，则 PQ 的最大值与最小值之差为

- A. 2
B. $\sqrt{2} - 1$
C. 1
D. $2 - \sqrt{2}$



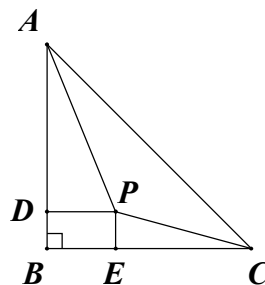
8. 一座圆形拱桥横跨一条宽 $12m$ 的小河，数学实践小组的成员小明想要测量这座拱桥的拱长，他在拱顶处竖直向下丢下一个探测器，探测器在水中匀速下沉。当探测器到桥头的距离与探测器到拱顶的距离相等时，测得此时水对探测器的压强为 $60000\sqrt{3}Pa$ ($\rho_{\text{水}} = 1 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $g = 10 \text{N/kg}$, $p = \rho gh$),

则拱桥的拱长为

- A. $2\pi m$
B. $4\pi m$
C. $6\pi m$
D. $8\pi m$

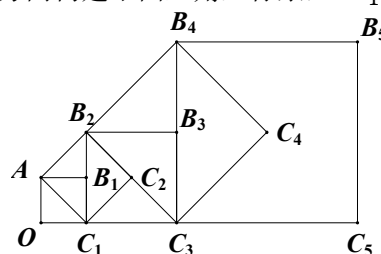
9. 如图， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4$ 。点 P 为平面上一动点，作 $PD \perp AB$ 于点 D ， $PE \perp BC$ 于点 E 。若矩形 $PDBE$ 的面积为1，当点 P 在 $\triangle ABC$ 内部时，连接 AP 、 CP ，则 $\triangle APC$ 的面积最大值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
B. $\sqrt{3}$
C. $2\sqrt{3}$
D. $4\sqrt{3}$



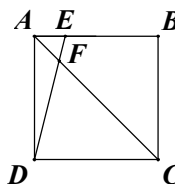
10. 如图，四边形 OAB_1C_1 为正方形，连接 AC_1 ；以 AC_1 为边构造正方形 $C_1AB_2C_2$ ，连接 C_1B_2 ；以 C_1B_2 为边构造正方形 $C_1B_2B_3C_3$...。若以 O 为原点， OC_1 为水平方向， OA 为竖直方向构建平面直角坐标系， $OC_1 = 1$ ，则 B_{2023} 的坐标为

- A. $(2^{1011} - 1, 2^{1011})$
B. $(2^{1012} - 1, 2^{1012})$
C. $(2^{1011} - 1, 2^{1012})$
D. $(2^{1012} - 1, 2^{1011})$

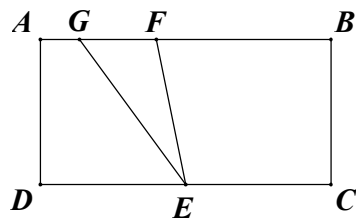


二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

11. 将关于 x 的一元二次方程 $(x + 2)^2 + 5 = 0$ 化为一般式后，其一次项为_____。
12. 若关于 x 的方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根分别为 $x = 1$ 和 $x = -3$ ，则 a 的值为_____。
13. 在抗击新冠疫情期间，常用 Rt 值（疫情实时传播指数）来衡量一个地区的疫情传播风险。例如广州市海珠区在本轮疫情中 Rt 值最高达到了8.2，即平均1名感染者能传播给8.2个人。若A城有1人感染新冠病毒后未能被及时发现，导致经过两轮传染后，感染总人数达到了36人，则这次疫情的 Rt 值为_____。
14. 如图，在边长为5的正方形 $ABCD$ 中，点 E 是线段 AB 的四等分点，连接 AC 、 DE 交于点 F ，则 $\triangle DFC$ 的面积为_____。



15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $AD = 5$ ，点 E 为 CD 的中点，点 F 、 G 为 AB 上的动点，连接 EF 、 EG ，若 $\triangle EFG$ 的面积为 $\frac{15}{2}$ ，则 $\triangle EFG$ 的最小周长为_____.



三、解答题（一）：本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分。

16. 解方程： $x^2 - 4x - 10 = 0$.
17. 已知 $(x^2 + 4x + 4)^2 + |y^2 - 2y - 3| = 0$ ，求 $x + y$ 的最大值.
18. 在电路中，当电压 U 一定时，电流 I 与电阻 R 成反比例。当 $R = 5\ \Omega$ 时， $I = 3\text{A}$ 。
- (1) 求电压 U 。
- (2) 当 $R = 3\ \Omega$ 时，求电流 I 。

四、解答题（二）：本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分。

19. 在九（1）班的语文课中，为了活跃课堂气氛，语文老师决定使用抽签的方式抽取需要默写的古诗名。已知一共有小陈、小黄、小李、小梁 4 人参加抽签（抽完签后需要将抽到的签拿走），需要默写的古诗分别为《南安军》、《别云间》、《山坡羊·骊山怀古》、《朝天子·咏喇叭》。
- (1) 若抽签顺序为小陈→小黄→小李→小梁，小陈抽到了《别云间》，求小黄抽到《南安军》的概率。
- (2) 用列表法求小李和小梁分别抽到《山坡羊·骊山怀古》、《朝天子·咏喇叭》的概率。
20. 某商家为了迎接2023年春节的到来，对相关商品降价销售. 下表为灯笼和对联的进价和售价以及部分客户的购买记录.

	进价(元)	售价(元)
灯笼	x	20
对联	y	15

小明一家购买了2盏灯笼和2副对联，商家盈利40元.

小红一家购买了3盏灯笼和5副对联，商家盈利80元.

- (1) 求灯笼和对联的进价.
- (2) 经过调研分析，发现灯笼每盏售价为15元的时候，一天可售出50盏，且平均每盏灯笼的售价提高1元时，每天少售出2盏. 设每盏灯笼的售价为 a 元($15 \leq a \leq 25$)，每天销售灯笼的总利润为 W 元，求 W 关于 a 的函数解析式及其最大利润.

21. 已知关于 x 的方程 $mx^2 + (4m + 1)x + 2 = 0$.

(1) 求证: 无论 m 为何值, 该方程总有实数根.

(2) 若 x_1 、 x_2 分别为该方程的两根, 且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$, 求 x_1 、 x_2 .

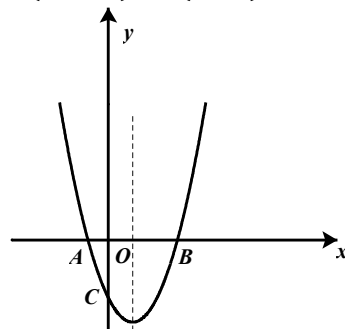
五、解答题(三): 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分.

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 从左到右分别交 x 轴于点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 交 y 轴于点 C .

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 若在抛物线的对称轴上有一点 P , 连接 PC , 当 $\triangle ACP$ 为等腰三角形时, 求点 P 的坐标.

(3) 当 $k \leq x \leq k + 2$ 时, y 有最大值 -1 , 求 k 的值.



23. 如图 1, 已知点 M 、 N 是 $\angle AOB$ 的边 OB 上的两个定点, 数学探究小组成员发现, 若在 OA 边上有一动点 P , 连接 MP 、 NP , $\angle MPN$ 的大小从左到右是先从小变大, 到了一个极限后, 再从大变小. 那么, 当点 P 运动到什么位置时, $\angle MPN$ 最大? 针对这个问题, 数学探究小组成员进行了以下探究:

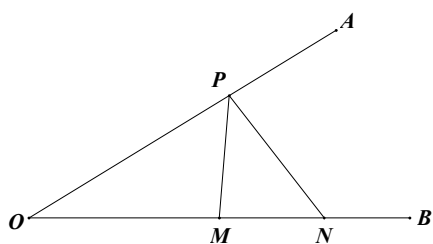


图 1

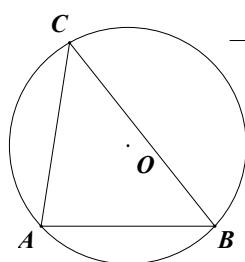


图 2

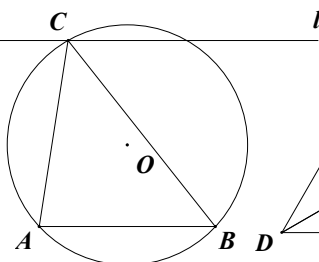


图 3

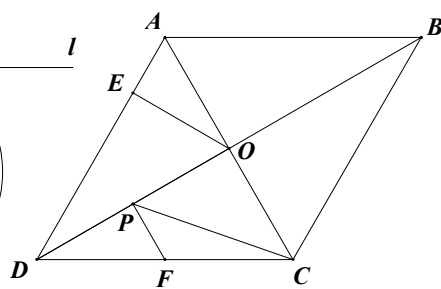


图 4

(1) 【问题探究】如图 2, AB 是 $\odot O$ 的弦, 点 C 是 $\odot O$ 上一点, 连接 AC 、 BC .

①如图 2, 在直线 AB 上方找一点 P_1 , 使得 $\angle AP_1B = \angle ACB$, 画出 $\angle AP_1B$.

②如图 3, 在过点 C 的直线 l 上找一点 P_2 , 使得 $\angle AP_2B < \angle ACB$, 画出 $\angle AP_2B$.

(2) 【总结归纳】如图 1, 根据(1)的探究, 探究当过 P 、 M 、 N 三点的 $\odot O$ 与射线 OA 满足什么关系时, $\angle PMN$ 最大, 并说明理由.

(3) 【学以致用】如图 4, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 为 AD 的四等分点, 连接 OE , $OE \perp AD$.

①求 $\angle BDC$ 的度数.

②点 F 为 CD 的中点, P 为 OD 上一动点, 连接 FP 、 CP , 当 $\angle CPF$ 最大时, 求 $\left(\frac{OD}{PD}\right)^2$.