

有理插值收敛速度极慢，几乎不收敛，收敛最快的是以 Chebyshev 零点为插值节点的 lagrange 插值。Pade 逼近的收敛速度也可以。

(n,m)=(2,2)

有理插值 均匀 $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(x^2 + 0.499831x + 0.081612)/(x^2 - 0.499831x + 0.081612)$$

无穷范数误差: 1.36462e+01

有理插值 Chebyshev $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(x^2 + 0.499789x + 0.0816032)/(x^2 - 0.499789x + 0.0816032)$$

无穷范数误差: 1.36428e+01

拉格朗日插值 - 均匀节点:

$$0.0434357x^4 + 0.177347x^3 + 0.499645x^2 + 0.997854x + 1.0$$

无穷范数误差: 1.12442e-03

拉格朗日插值 - Chebyshev 节点:

$$0.0434341x^4 + 0.177335x^3 + 0.499556x^2 + 0.997317x + 1.0$$

无穷范数误差: 6.39699e-04

Pade 逼近 (n=2, m=2):

$$(0.0833333x^2 + 0.5x + 1.0)/(0.0833333x^2 - 0.5x + 1.0)$$

无穷范数误差: 3.99611e-03

(n,m)=(3,2)

有理插值 均匀 $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(1.0x^3 + 0.601368x^2 + 0.150486x + 0.0165012)/(x^2 - 0.398633x + 0.0491752)$$

无穷范数误差: 7.89420e+00

有理插值 Chebyshev $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(1.0x^3 + 0.601482x^2 + 0.150519x + 0.0164892)/(x^2 - 0.39852x + 0.049115)$$

无穷范数误差: 7.92416e+00

拉格朗日插值 - 均匀节点:

$$0.00861541x^5 + 0.0436499x^4 + 0.166583x^3 + 0.49941x^2 + 1.0x + 1.00002$$

无穷范数误差: $1.12161e-04$

拉格朗日插值 - Chebyshev 节点:

$$0.00863565x^5 + 0.0437923x^4 + 0.166553x^3 + 0.499198x^2 + 1.00001x + 1.00004$$

无穷范数误差: $5.17958e-05$

$(n,m)=(2,3)$

有理插值 均匀 $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(0.999998x^2 + 0.398632x + 0.0491751)/(x^3 - 0.601367x^2 + 0.150486x - 0.0165012)$$

无穷范数误差: $7.65734e+03$

有理插值 Chebyshev $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(0.999996x^2 + 0.398518x + 0.0491148)/(x^3 - 0.60148x^2 + 0.150519x - 0.0164892)$$

无穷范数误差: $5.38610e+03$

拉格朗日插值 - 均匀节点:

$$0.00861541x^5 + 0.0436499x^4 + 0.166583x^3 + 0.49941x^2 + 1.0x + 1.00002$$

无穷范数误差: $1.12161e-04$

拉格朗日插值 - Chebyshev 节点:

$$0.00863565x^5 + 0.0437923x^4 + 0.166553x^3 + 0.499198x^2 + 1.00001x + 1.00004$$

无穷范数误差: $5.17958e-05$

Pade 逼近 $(n=2, m=3)$:

$$-(1.0*(0.05x^2 + 0.4x + 1.0))/(0.0166667x^3 - 0.15x^2 + 0.6x - 1.0)$$

无穷范数误差: $4.68172e-04$

$(n,m)=(3,3)$

有理插值 均匀 $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(x^3 + 0.5x^2 + 0.0998101x + 0.00824134)/(x^3 - 0.5x^2 + 0.0998101x - 0.00824134)$$

无穷范数误差: $2.80873e+04$

有理插值 Chebyshev $R(x) = P(x)/Q(x)$:

$$(x^3 + 0.499999x^2 + 0.0997842x + 0.00822974)/(x^3 - 0.499999x^2 + 0.0997842x - 0.00822974)$$

无穷范数误差: 7.46155e+03

拉格朗日插值 - 均匀节点:

$$0.00142797x^6 + 0.00864703x^5 + 0.0416514x^4 + 0.166544x^3 + 0.500001x^2 + 1.00001x + 1.0$$

无穷范数误差: 9.98004e-06

拉格朗日插值 - Chebyshev 节点:

$$0.0014329x^6 + 0.00868664x^5 + 0.0416446x^4 + 0.166489x^3 + 0.500003x^2 + 1.00002x + 1.0$$

无穷范数误差: 3.62009e-06

Pade 逼近 (n=3, m=3):

$$-(1.0*(0.00833333x^3 + 0.1x^2 + 0.5x + 1.0))/(0.00833333x^3 - 0.1x^2 + 0.5x - 1.0)$$

无穷范数误差: 2.80307e-05