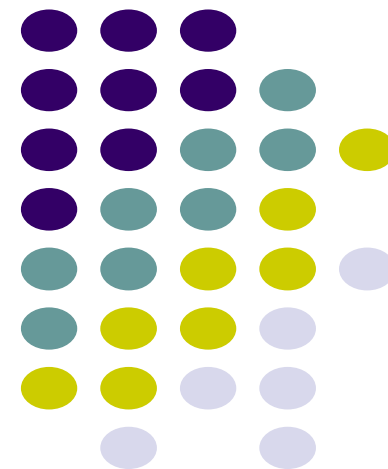


《计算机系统基础（四）：编程与调试实践》

整数加减运算



整数加减运算

整数加减运算的电路

状态标志CF、ZF、SF和OF

整数加减运算结果的溢出问题

整数加减运算电路

补码加减运算公式:

$$[x+y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

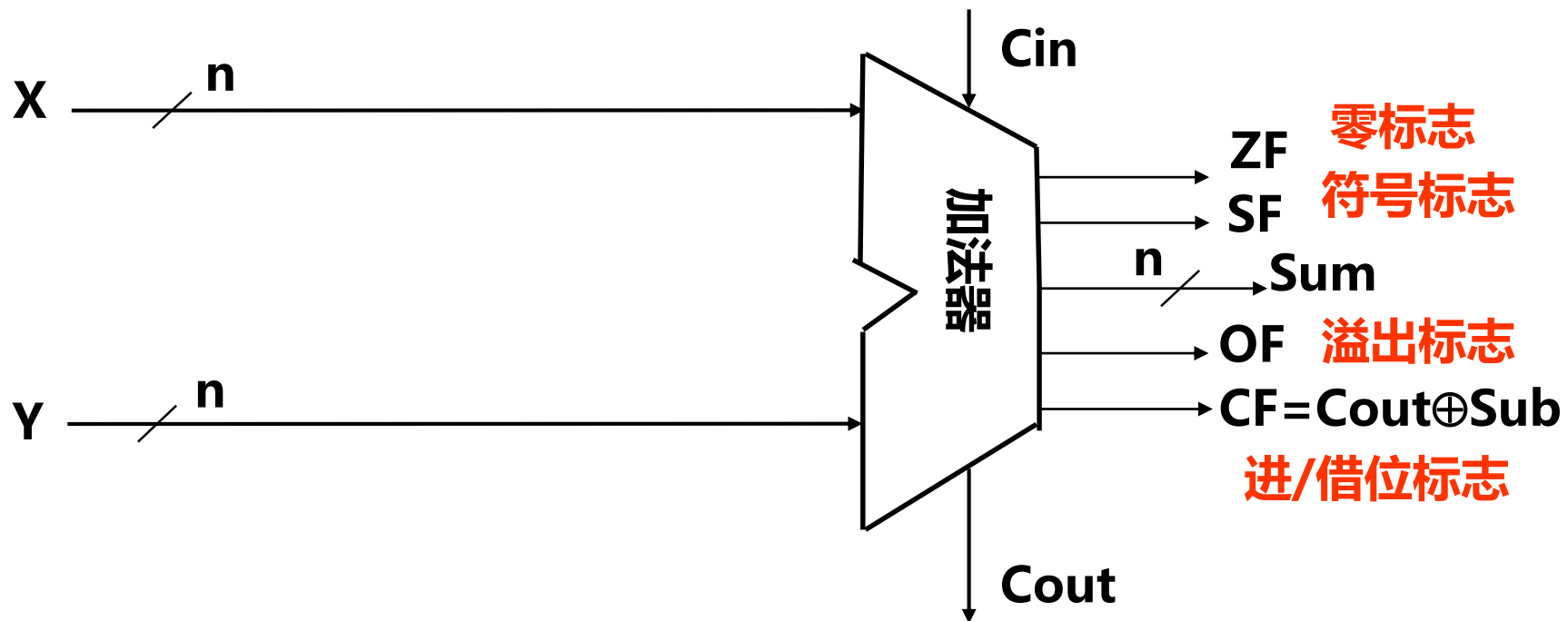
$$[x-y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [-y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

整数加减运算电路

补码加减运算公式:

$$[x+y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

$$[x-y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [-y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$



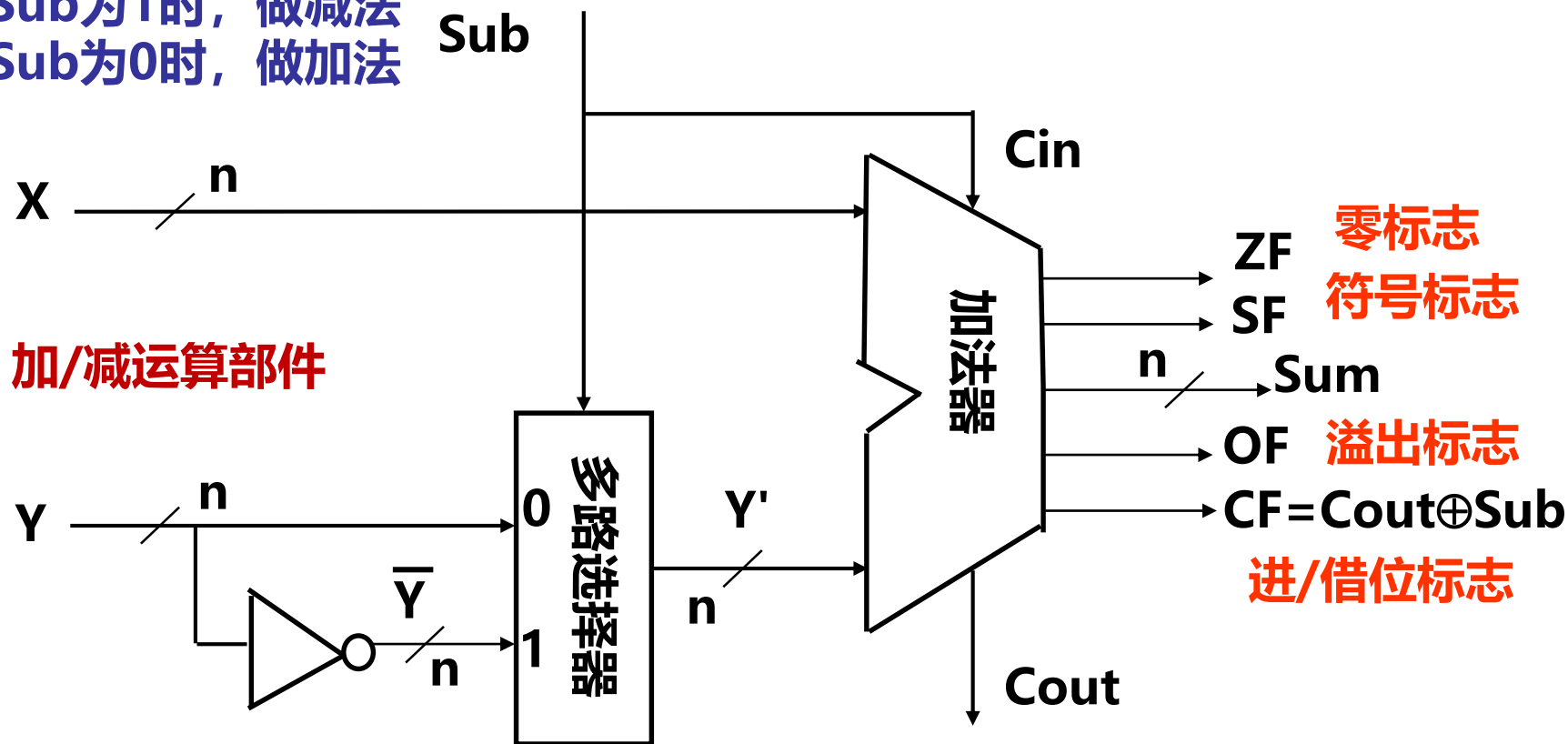
整数加减运算电路

补码加减运算公式:

$$[x+y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

$$[x-y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [-y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

当Sub为1时, 做减法
当Sub为0时, 做加法



整数加减运算

```
#include "stdio.h"
void main( )
{ int  a=0x98765432, b=0x87654321, c, d;
  unsigned int ua=0x98765432, ub=0x87654321, uc, ud;
  c=a+b;   uc=ua+ub;
  d=a-b;   ud=ua-ub;
  printf( "%d+(%d)=%d\n",a,b,c);
  printf("%u+%u=%u\n",ua,ub,uc);
  printf("%d-(%d)=%d\n",a,b,d);
  printf("%u-%u=%u\n",ua,ub,ud);
}
```

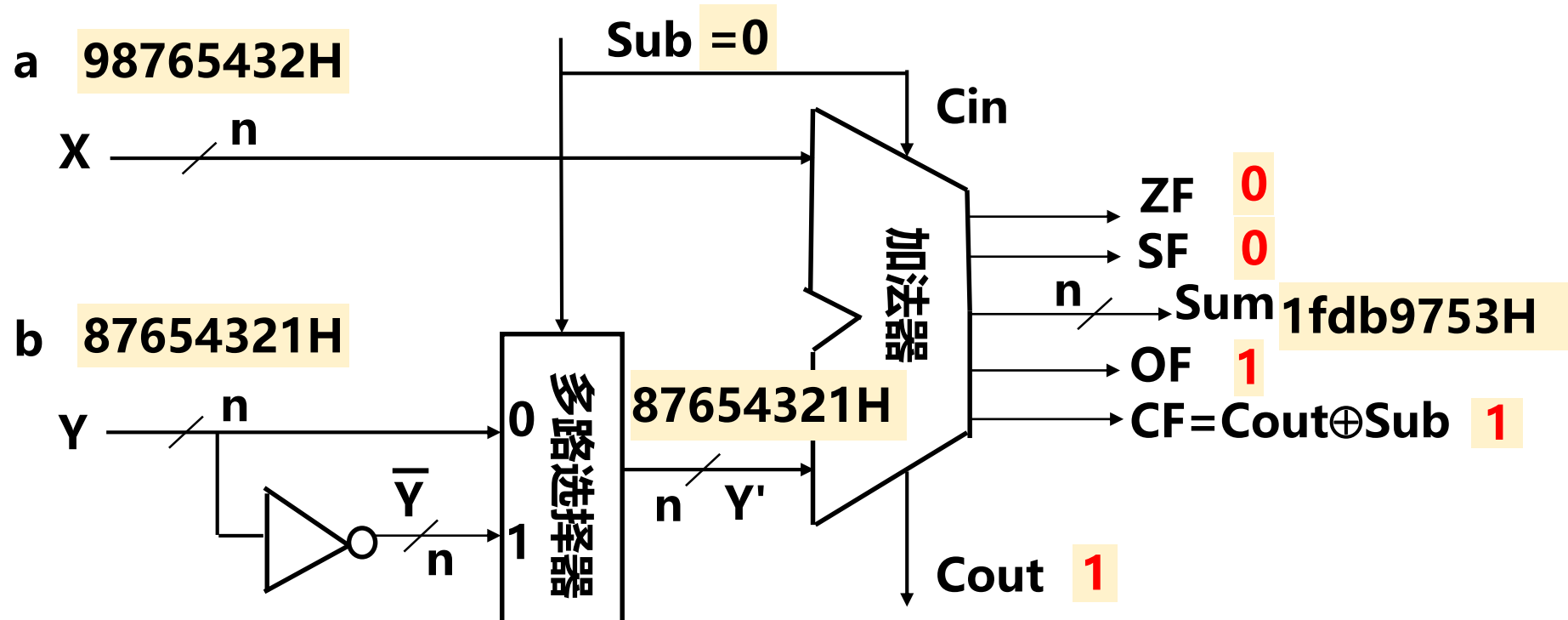
1. 运行程序，查看各变量的机器数。
 2. 查看实现带符号整数加、减法运算和无符号整数加、减法运算的指令。
 3. 在整数加减运算电路图上，分别标注出运算 $a+b$ 、 $ua+ub$ 、 $a-b$ 和 $ua-ub$ 时的输入和输出内容，以及加法器的输入内容。
1. 每次加减运算后，计算标志位OF、SF、ZF和CF的值。

整数加减运算电路

98765432H	1001 1000 0111 0110 0101 0100 0011 0010
+87654321H	+1000 0111 0110 0101 0100 0011 0010 0001
1 1fdb9753H	1 0001 1111 1101 1011 1001 0111 0101 0011

Cout=1

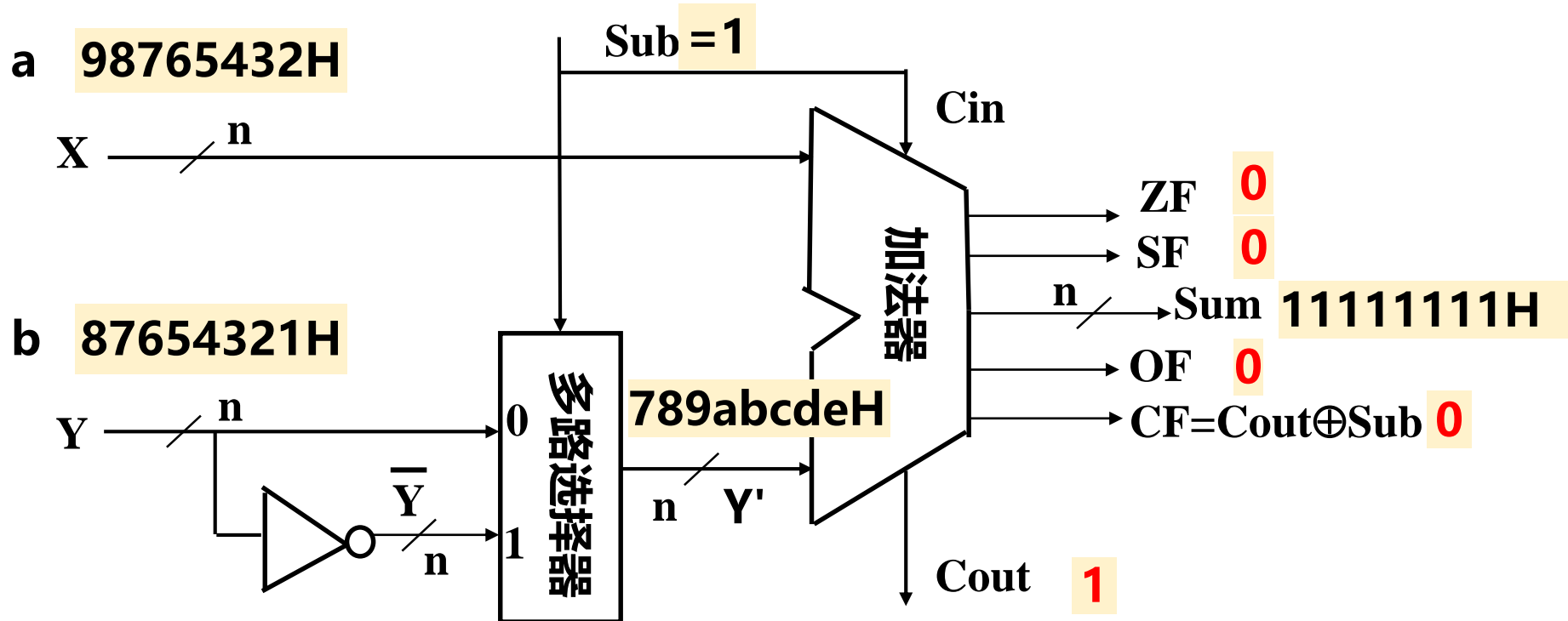
EFL=0000 0a07H =0.....0 1010 0000 0111B



整数加减运算电路

98765432H	1001 1000 0111 0110 0101 0100 0011 0010
789abcdeH	0111 1000 1001 1010 1011 1100 1101 1110
+ 1	+ 1
11111 1111H	10001 0001 0001 0001 0001 0001 0001 0001
Cout=1	

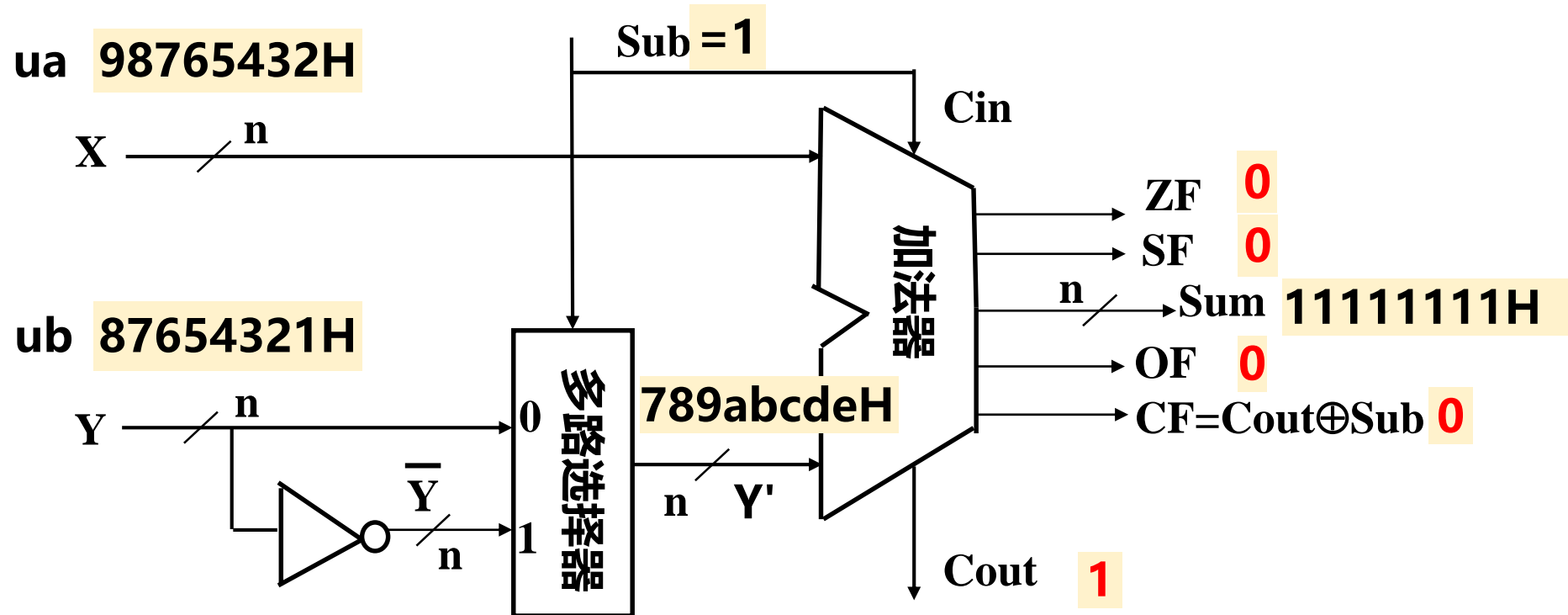
EFL=0000 0206H = 0.....0 0010 0000 0110B



整数加减运算电路

98765432H	1001 1000 0111 0110 0101 0100 0011 0010
789abcdeH	0111 1000 1001 1010 1011 1100 1101 1110
+ 1	+ 1
11111 1111H	10001 0001 0001 0001 0001 0001 0001 0001
Cout=1	

EFL=0000 0206H = 0.....0 0010 0000 0110B



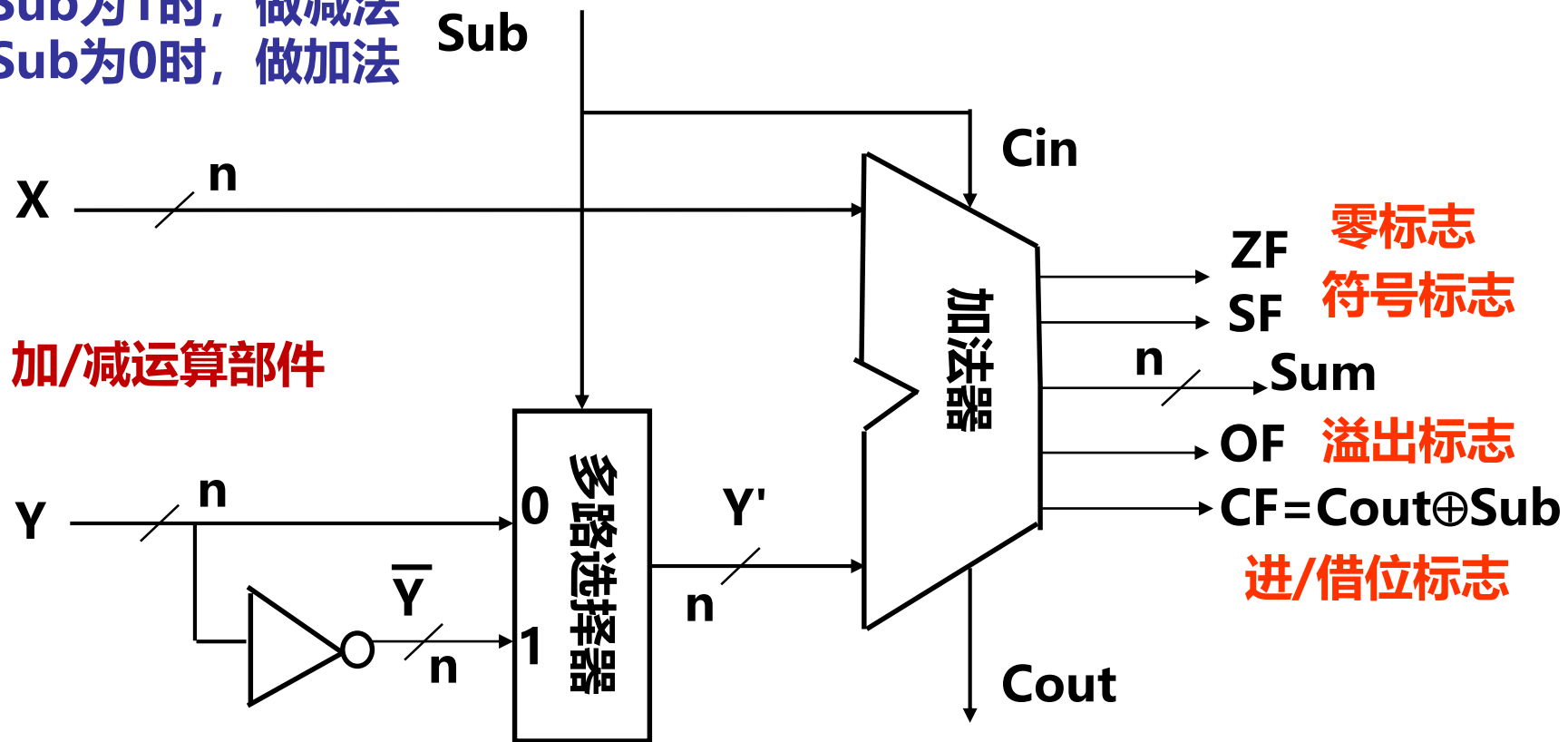
整数加减运算电路

补码加减运算公式：

$$[x+y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

$$[x-y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [-y]_{\text{补}} \pmod{2^n}$$

当Sub为1时, 做减法
当Sub为0时, 做加法

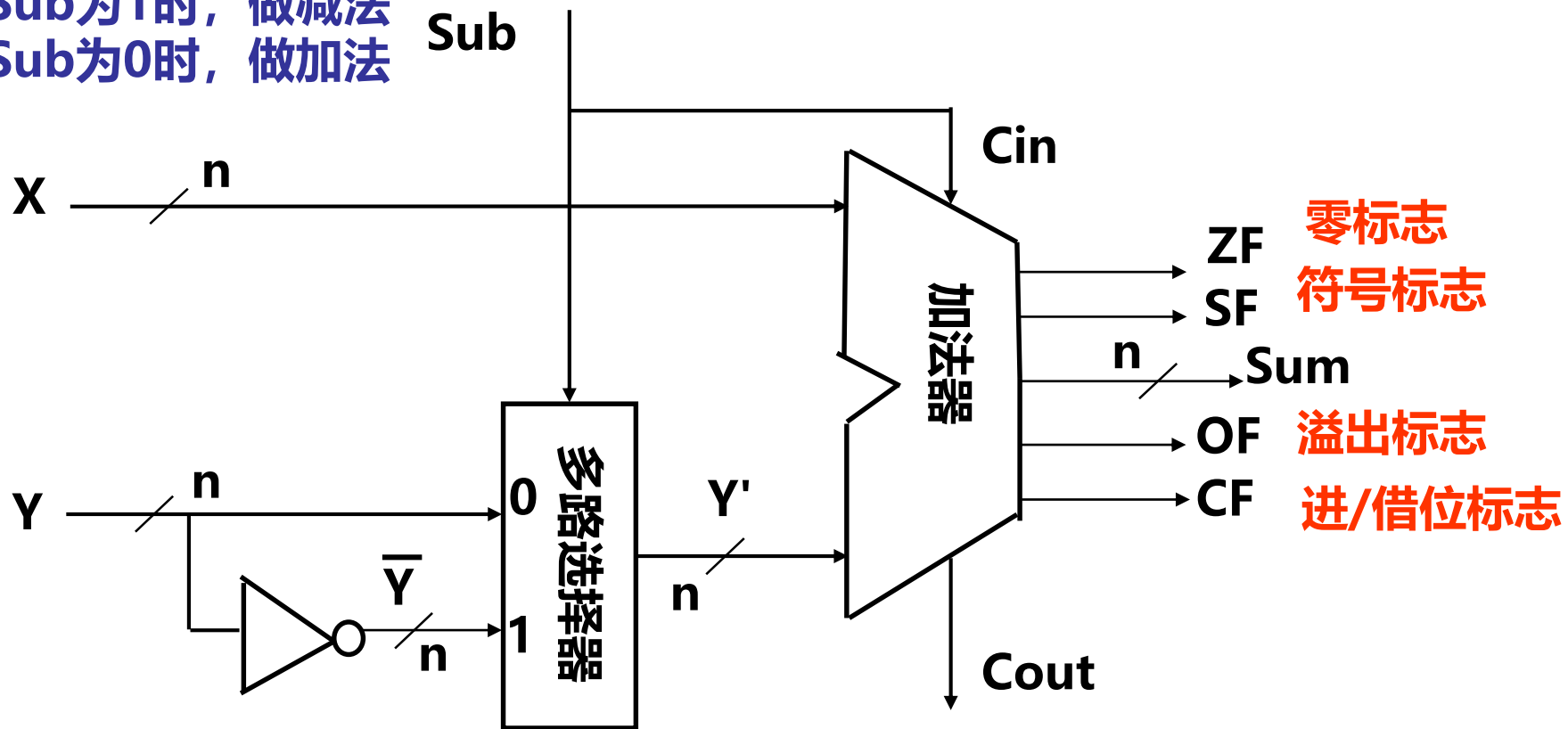


状态标志CF、ZF、SF和OF

$$OF = X_{n-1} Y'_{n-1} \overline{Sum}_{n-1} + \overline{X}_{n-1} \overline{Y'}_{n-1} Sum_{n-1}$$

$$CF = Cout \oplus Sub$$

当Sub为1时，做减法
当Sub为0时，做加法



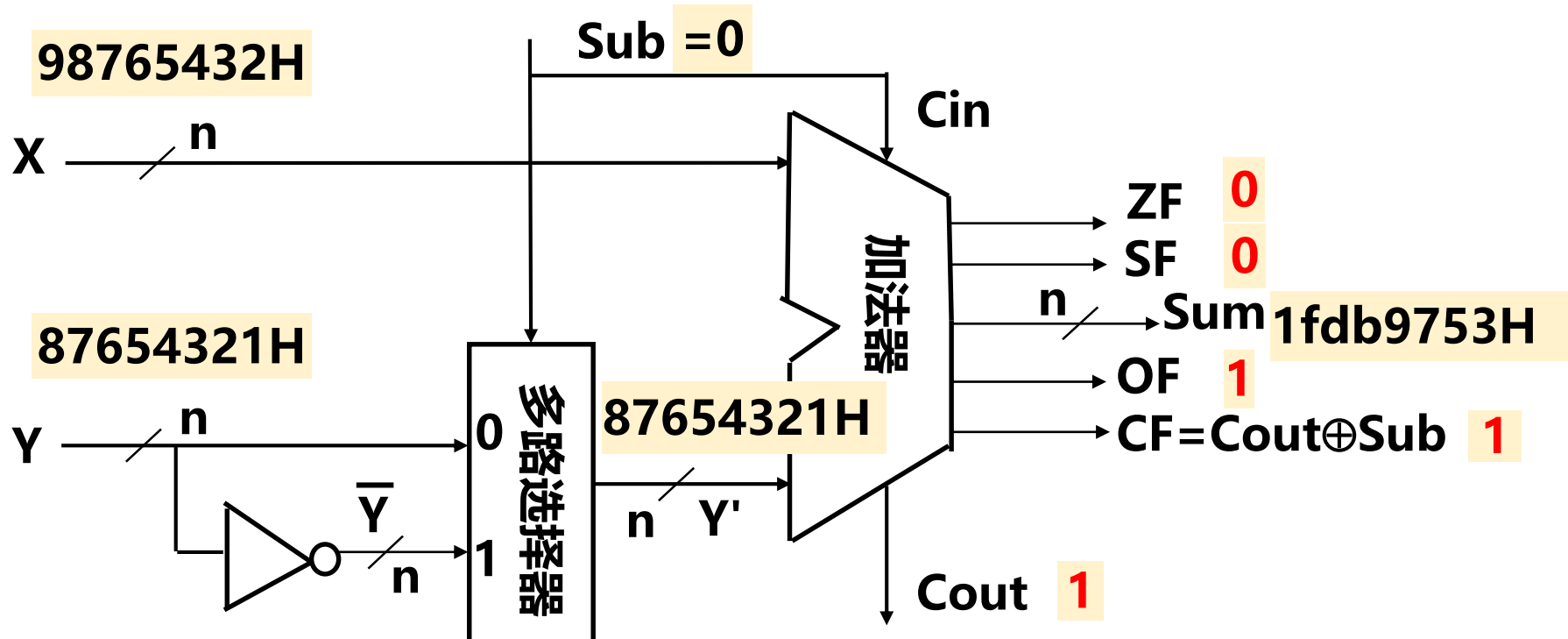
状态标志CF、ZF、SF和OF

98765432H	1001 1000 0111 0110 0101 0100 0011 0010
+87654321H	+1000 0111 0110 0101 0100 0011 0010 0001
1 1fdb9753H	1 0001 1111 1101 1011 1001 0111 0101 0011

Cout=1

$$OF = X_{n-1} Y'_{n-1} \overline{Sum}_{n-1} + \overline{X}_{n-1} \overline{Y}'_{n-1} Sum_{n-1} = 1$$

EFL=0000 0a07H = 0.....0 **1**010 **00**00 011**1**B



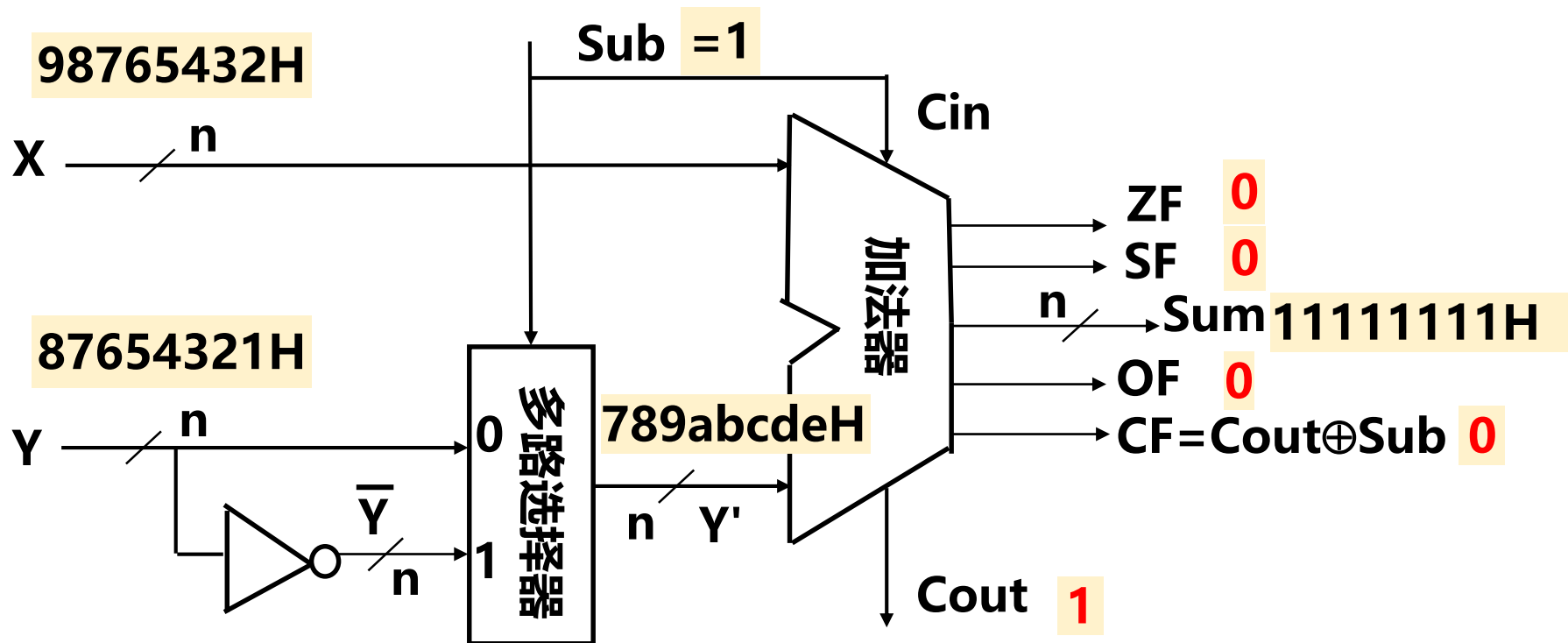
状态标志CF、ZF、SF和OF

98765432H	1001 1000 0111 0110 0101 0100 0011 0010
789abcdeH	0111 1000 1001 1010 1011 1100 1101 1110
+ 1	+ 1
11111 1111H	10001 0001 0001 0001 0001 0001 0001 0001

Cout=1

$$OF = X_{n-1} Y'_{n-1} \overline{Sum}_{n-1} + \overline{X}_{n-1} \overline{Y'}_{n-1} Sum_{n-1} = 0$$

EFL=0000 0206H = 0.....0 0010 0000 0110B

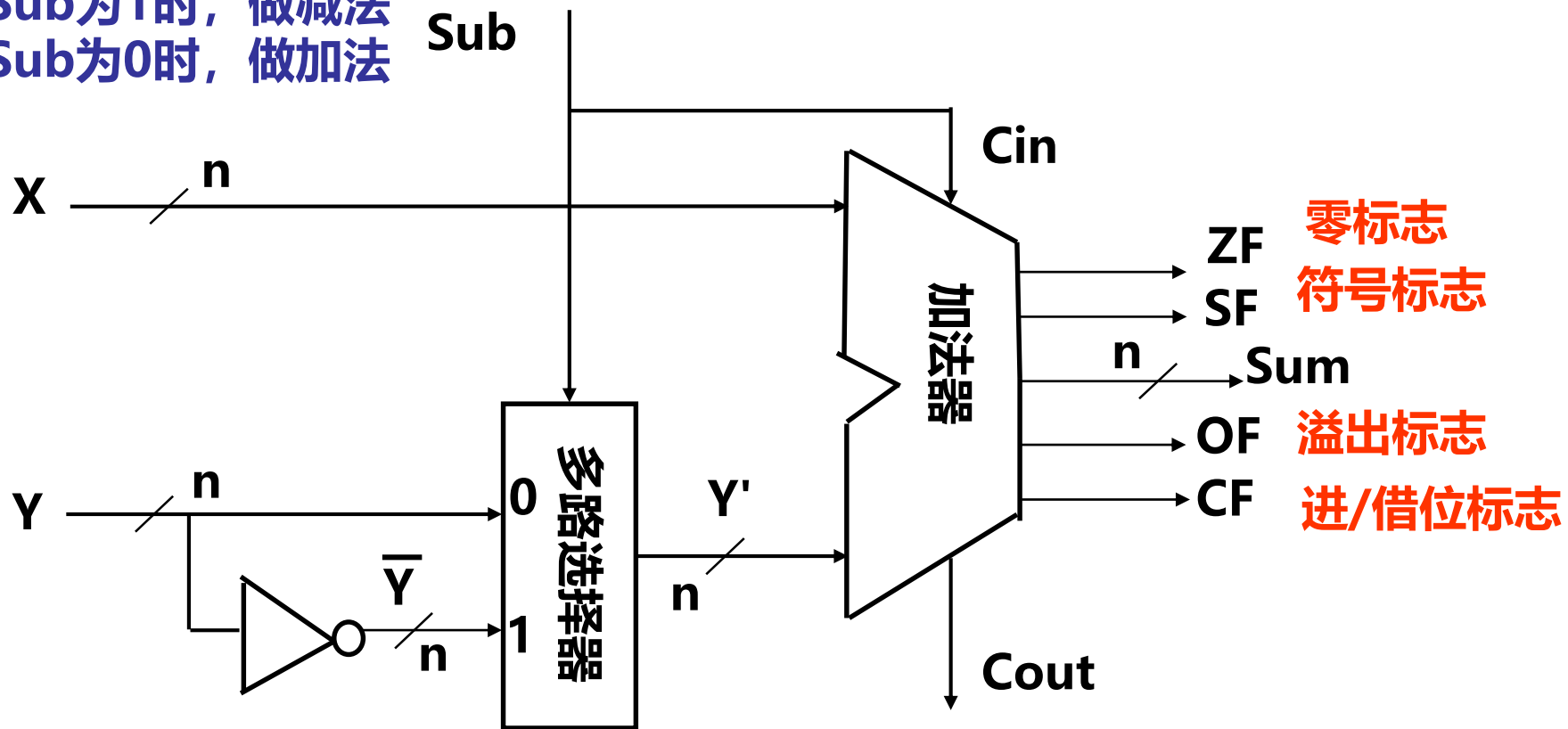


状态标志CF、ZF、SF和OF

$$OF = X_{n-1} Y'_{n-1} \overline{Sum}_{n-1} + \overline{X}_{n-1} \overline{Y'}_{n-1} Sum_{n-1}$$

$$CF = Cout \oplus Sub$$

当Sub为1时，做减法
当Sub为0时，做加法

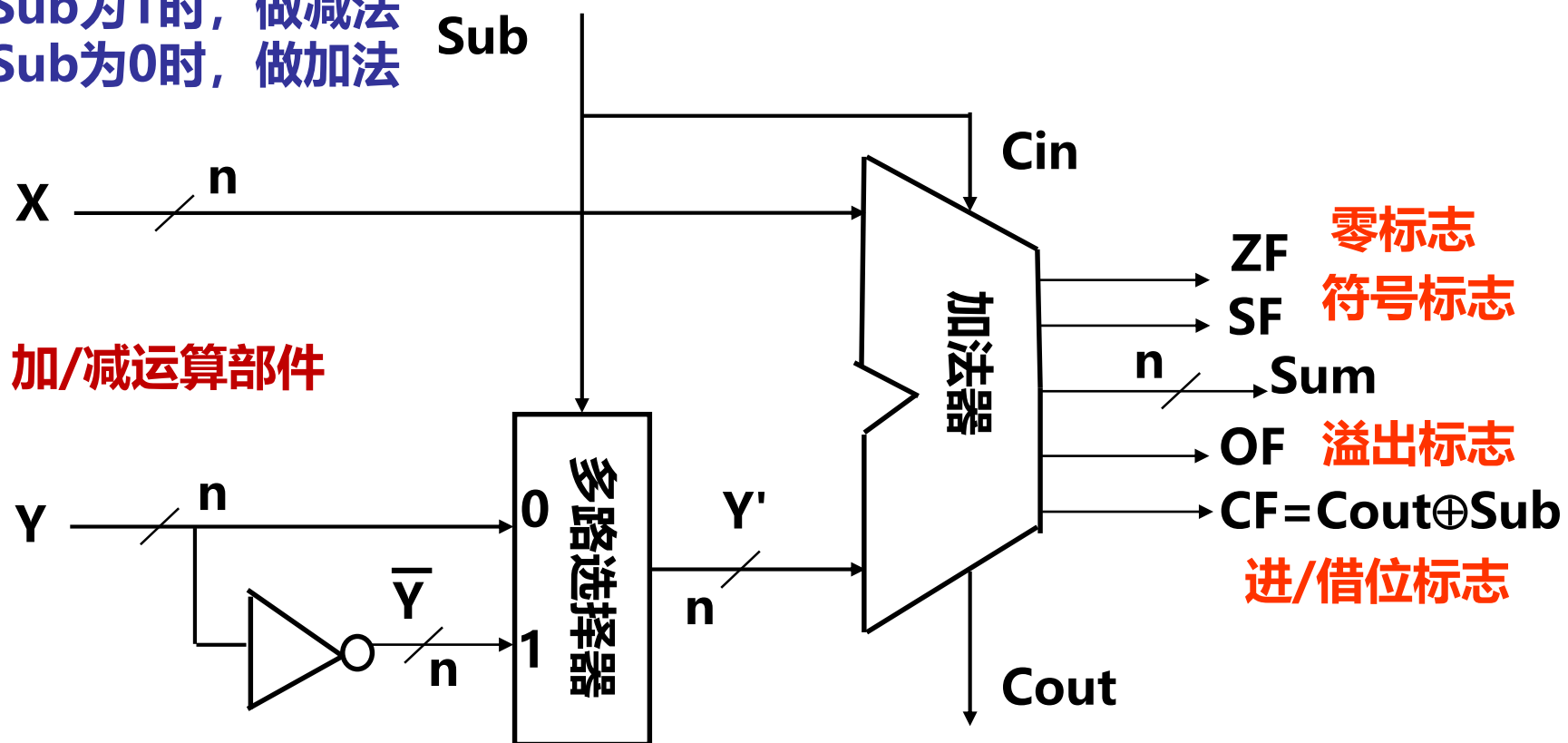


整数加减运算结果的溢出问题

无符号整数：用CF状态表示加减运算后是否有进位或借位，
OF值无意义。

带符号整数：用OF状态表示加减运算后结果是否溢出，
CF值无意义。

当Sub为1时，做减法
当Sub为0时，做加法



整数加减运算结果的溢出问题

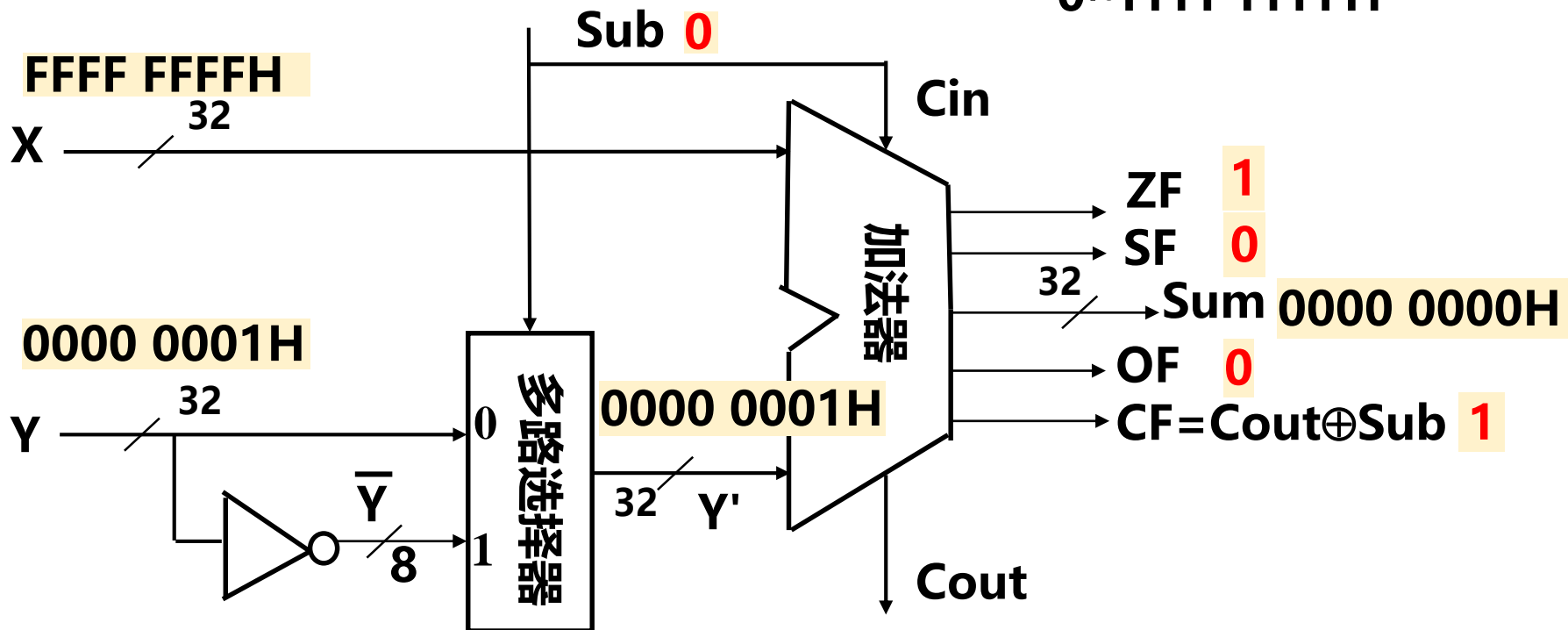
FFFF FFFFH	1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111
+ 1H	0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001
10000 0000H	1 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000

Cout=1

CF=Cout \oplus Sub=1

无符号整数加法运算中，用CF表示进位，CF=Cout

当n=32时，无符号整数的表示范围是：
0~FFFF FFFFH



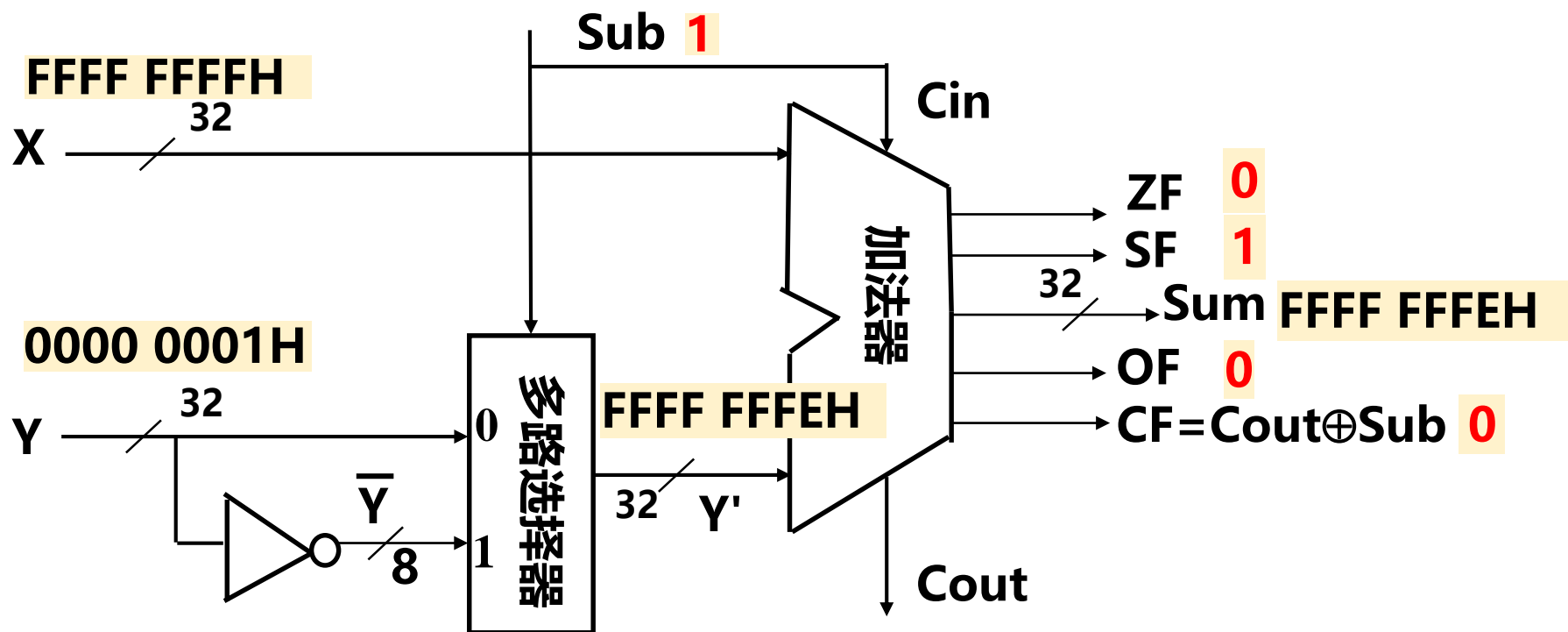
整数加减运算结果的溢出问题

$$\begin{array}{r} \text{FFFF FFFFH} \\ - \quad \quad 1\text{H} \\ \hline 0 \text{ FFFF FFFE H} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{FFFF FFFFH} \\ \text{FFFF FFFE H} \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline 1 \text{ FFFF FFFE H} \end{array}$$

$\text{FFFF FFFFH} - 1\text{H}$
 $= \text{FFFF FFFFH} + (-1\text{H} + 2^{32})$
因为够减，所以 2^{32} 没使用到，
成为Cout值

$\text{Cout} = 1 \quad \text{CF} = \text{Cout} \oplus \text{Sub} = 0$

无符号整数减法运算中，用CF表示借位， $\text{CF} = \overline{\text{Cout}}$



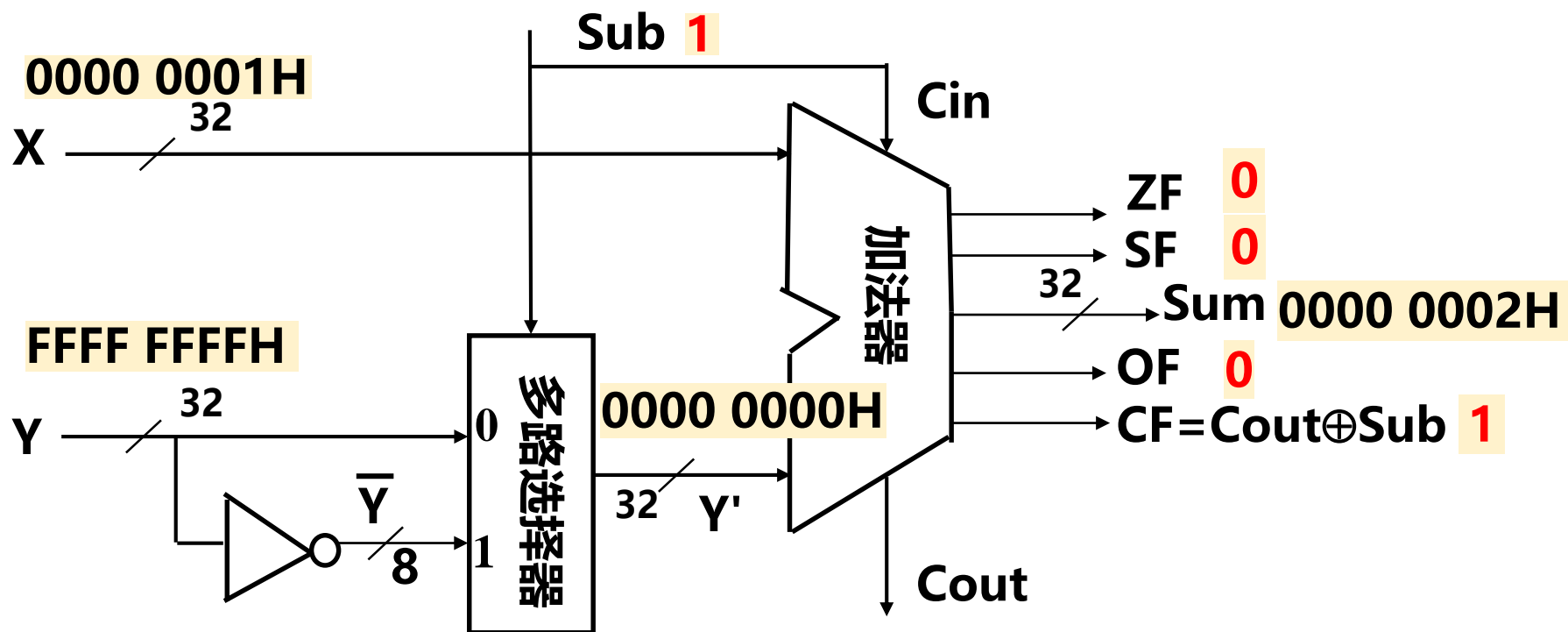
整数加减运算结果的溢出问题

$$\begin{array}{r} 0000\ 0001\text{H} \\ -\text{FFFF}\ \text{FFFFH} \\ \hline \text{FFFF}\ \text{FFFEH} \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 0000\ 0001\text{H} \\ 0000\ 0000\text{H} \\ \hline 1 \end{array}$$
$$\hline 0000\ 0002\text{H}$$

1H-FFFF FFFFH
=1H+ (-FFFF FFFFH+2³²)
因为不够减, 所以2³²被用于借位

Cout=0 CF=Cout \oplus Sub=1

无符号整数减法运算中, 用CF表示借位, CF= $\overline{\text{Cout}}$



整数加减运算结果的溢出问题

无符号整数加减运算的总结：

无符号整数的**加法**运算中，CF表示**进位**， $CF = Cout \oplus Sub = Cout$

无符号整数的**减法**运算中，CF表示**借位**， $CF = Cout \oplus Sub = \overline{Cout}$

CF对带符号整数的运算无意义。

当A和B都是无符号整数时，标志位信息的应用

	CF	ZF	说明
A-B		1	A=B
A-B	1	0	A<B
A-B	0	0	A>B

整数加减运算结果的溢出问题

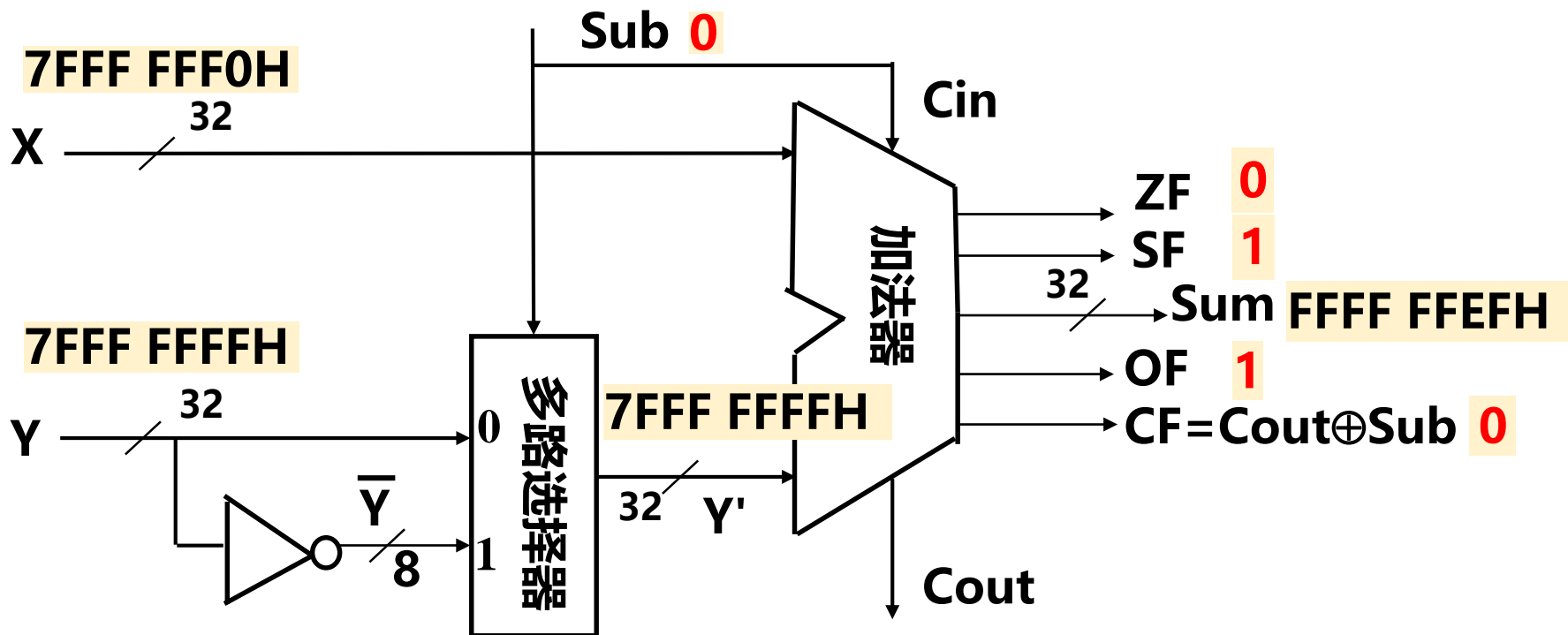
$$\begin{array}{r} 7\text{FFF FFF0H} \\ + 7\text{FFFFFFFH} \\ \hline \text{FFFF FFEFH} \end{array} \quad \begin{array}{r} 0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 0000 \\ + 0111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111 \\ \hline 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110\ 1111 \end{array}$$

$$OF = \overline{X_{n-1}} \overline{Y'_{n-1}} \text{Sum}_{n-1} + X_{n-1} Y'_{n-1} \overline{\text{Sum}_{n-1}} = 1$$

带符号整数加法运算中，用OF表示溢出。

int类型整数的表示范围是：

-0x8000 0000 ~ 0x7FFF FFFF



整数加减运算结果的溢出问题

(-7FFF FFF0H)-7FFF FFFFH

8000 0010H	1000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 0000
8000 0000H	1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000
+ 1	+ 1
<u>1 0000 0011H</u>	<u>1000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 0001</u>

$$OF = \overline{X_{n-1}} \overline{Y'_{n-1}} Sum_{n-1} + X_{n-1} Y'_{n-1} \overline{Sum_{n-1}} = 1$$

带符号整数加法运算中，用OF表示溢出。

int类型整数的表示范围是：

-0x8000 0000~0x7FFF FFFF

(-7FFF FFF0H)-7FFF FFFFH 结果的补码应该是： $-(7FFF FFFFH+7FFF FFFFH)+2^{32}$
但加法器上计算的是：

$$(-7FFF FFF0H+2^{32})+(-7FFF FFFFH+2^{32})=-(7FFF FFFFH+7FFF FFFFH)+2^{32}+2^{32}$$

带符号整数运算时， Cout值与溢出无关，与运算的结果也无关

$$-8000 0000H + 2^{32} = 8000 0000H$$

$-(7FFF FFFFH+7FFF FFFFH) < -8000 0000H$ 时，超出了最小负数表示范围

$$-(7FFF FFFFH+7FFF FFFFH) + 2^{32} = 0 \dots\dots B$$



整数加减运算结果的溢出问题

带符号
整数加
减运算
总结:

- 1. 带符号整数的加减法运算中，用OF判断溢出
$$OF = \overline{X_{n-1}} \overline{Y'_{n-1}} Sum_{n-1} + X_{n-1} Y'_{n-1} \overline{Sum_{n-1}} = 1$$
- 2. 从加减运算的角度来看：
加法时，同号相加，和与两加数异号，则溢出；
减法时，异号相减，差与被减数异号，则溢出。

当A和B都是带符号整数时，标志位信息的应用

	SF	OF	ZF	说明
A-B			1	A=B
A-B	1	0	0	A<B
A-B	1	1	0	A>B
A-B	0	0	0	A>B
A-B	0	1	0	A<B
A-B	SF!=OF and ZF==0			A<B
A-B	SF!=OF OR ZF==1			A<=B
A-B	SF==OF and ZF==0			A>B
A-B	SF==OF OR ZF==1			A>=B

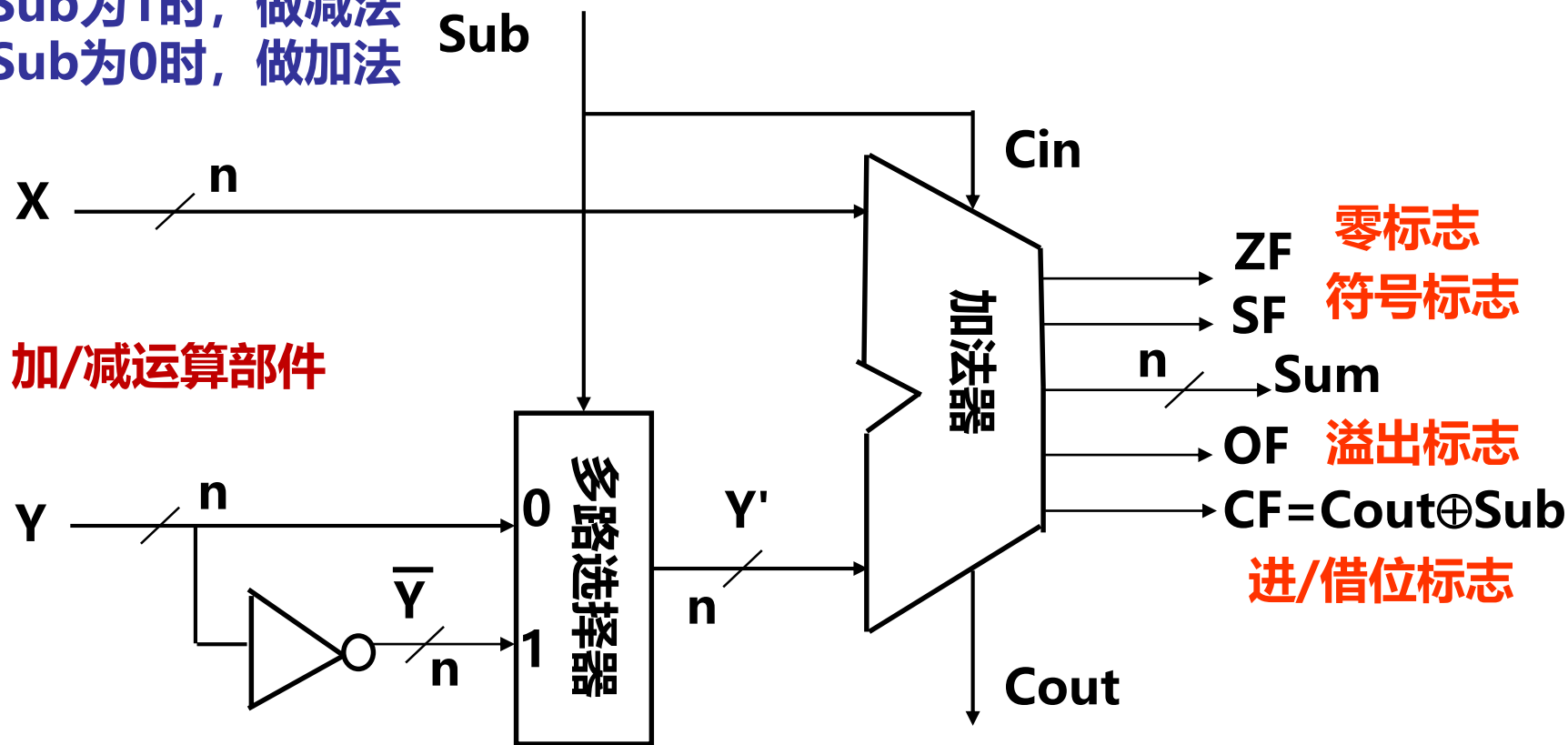
总结

补码加减运算公式:

$$[x+y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

$$[x-y]_{\text{补}} = [x]_{\text{补}} + [-y]_{\text{补}} \quad (\text{mod } 2^n)$$

当Sub为1时, 做减法
当Sub为0时, 做加法





谢谢！