Primer examen

Indicaciones:

- El examen es individual.
- Es muy importante que **justifique todas sus respuestas**.
- En el Gradescope se suben soluciones por pregunta.
- El plazo de entrega es 5:50 p. m. No se aceptará envíos por correo electrónico u otro medio.
- Este examen no tiene recuperación.

1. (4 pt.) Considere las relaciones R_1 y R_2 en el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, definidas de la siguiente forma:

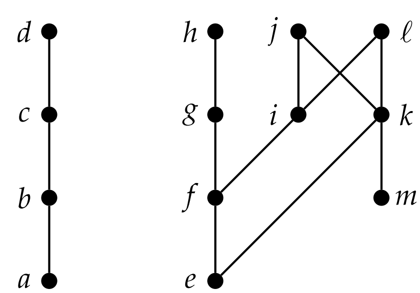
$$R_1 = \{(a, b) \in A \times A : a \leq b \text{ y } a + b \text{ es par}\},$$

$$R_2 = \{(a, b) \in A \times A : a \leq b \text{ y } a + b \text{ es múltiplo de } 3\}.$$

a) Determine si R_1 es un C.P.O. En caso que lo sea muestre el diagrama de Hasse.

b) Determine si R_2 es un C.P.O. En caso que lo sea muestre el diagrama de Hasse.

2. (4 pt.) Considere el siguiente diagrama de Hasse de un C.P.O.



a) Determine los elementos minimales y maximales, en caso existan.

b) Halle las cotas inferiores de $\{j, \ell\}$ y determine la máxima cota inferior, en caso exista.

c) Halle las cotas superiores de $\{f, e\}$ y determine la mínima cota superior, en caso exista.

d) Dé un ejemplo de un conjunto de tres elementos en el CPO mostrado cuya máxima cota inferior sea e.

3. (5 pt.) Considere la retícula $(D_{24}, |)$, donde D_{24} es el conjunto de todos los divisores positivos de 24. Sabemos que esta retícula es acotada (su mínimo es 1 y su máximo es 24).

Nota: Para responder las siguientes preguntas no es necesario realizar el diagrama de Hasse, pero lo puede hacer si lo ve conveniente.

a) Calcule $(4 \wedge 6) \vee 12$.

b) Determine todos los complementos de 3, si los tuviera.

c) ¿Es una retícula complementada?

d) ¿Es un álgebra booleana?

e) ¿Es cierto que $\{2, 6, 8, 12, 24\}$ es una subretícula?

4. (4 pt.) Dé un ejemplo de una retícula que esté formada por 6 elementos, que sea acotada y que no sea distributiva. Explique por qué su ejemplo cumple esas condiciones.

5. (3 pt.) Un álgebra booleana $(X, +, \cdot, ', 0, 1)$ tiene elementos a, b y c tales que

$$a + b = a' + c.$$

Demuestre que $a + b = 1$.

UTEC
29 de setiembre de 2021