Conteo II

Semana 04 - Clase 011

Principio de la división

Existen n/d formas de hacer una tarea si esta se puede realizar usando un procedimiento que se puede llevar a cabo de n maneras, y para cada forma w, exactamente d de las n formas corresponden a la forma w.

> Nota. La regla de división es útil cuando parece que una tarea se puede hacer de n maneras diferentes, pero resulta que para cada forma de hacer la tarea, hay d formas equivalentes de hacerlo.

> Ejemplo. Si nos dicen que en un campo se cuenta el número de patas de todas las vacas y este fue de 572 patas, entonces el número total de vacas sería la división de 572 sobre 4 pues, sabemos que cada vaca tiene 4 patas.

Contar por complemento

Muchas veces es más práctico contar por el complemento de un conjunto (lo que está fuera), pues en algunos casos contamos con aquella respuesta. Para ello, podemos usar la ecuación $|X| = |U| - |U - X| \equiv |U| - |X^c|$, donde el último término X^c representa el complemento del conjunto X, siendo U el conjunto universal.

> Ejemplo. ¿Cuántos números de dos dígitos cumplen que el producto de sus dígitos es par?. Para resolver esto podemos separar en dos, los productos pares y los productos impares, siendo el conjunto universal la cantidad de números de 2 dígitos (U = 9 x 10), y el conjunto de los impares sería (5 x 5), entonces (X = 90 - 25).

Principio de las casillas

También llamado principio del palomar, pigeonhole y Dirichlet. Este principio nos dice que si tenemos $n+1$ objetos que van a ser repartidos en n casillas, se cumple que alguna casilla tendrá 2 o más objetos.

> Nota. Esto se puede demostrar a partir de la reducción a lo absurdo. Si suponemos que ninguna de las n cajas tiene más de un objeto, entonces el número de estos será como mucho n.

> Ejemplo. En un grupo de 367 personas, deben haber por lo menos dos que cumplen los años el mismo día (año tiene 365 días, y el bisiesto 366, se cumplen ambos).

Es así que el palomar está presente en todo momento, por ejemplo para cualquier grupo de 28 palabras en español, debe haber al menos dos que comiencen por la misma letra, pues el alfabeto tiene 27. Por otro lado, si en un salón se puntúa del 0 al 20, entonces para que almenos dos personas tengan la misma nota se necesitan de 22 alumnos.

Otra definición del principio de casillas podría ser que si tenemos $(k-1)(n+1)$ objetos a repartir en n casillas, se cumple que cada casilla tendrá k o más objetos.