

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754) 理解



要求:

- 1、完成本文档中所有的题目并写出分析、运行结果
- 2、无特殊说明，均使用VS2022编译即可
- 3、直接在本文件上作答，**写出答案/截图（不允许手写、手写拍照截图）**即可；填写答案时，为适应所填内容或贴图，**允许调整**页面的字体大小、颜色、文本框的位置等
 - ★ 贴图要有效部分即可，不需要全部内容
 - ★ 在保证一页一题的前提下，具体页面布局可以自行发挥，简单易读即可
 - ★ **不允许**手写在纸上，再拍照贴图
 - ★ **允许**在各种软件工具上完成（不含手写），再截图贴图
- 4、转换为pdf后提交
- 5、**3月12日前**网上提交本次作业（在“文档作业”中提交）

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解



贴图要求：只需要截取输出窗口中的有效部分即可，如果全部截取/截取过大，则视为无效贴图

例：无效贴图

Microsoft Visual Studio 调试控制台

```
Hello, world!
```

D:\WorkSpace\VS2019-Demo\Debug\cpp-demo.exe (进程 7484)已退出, 代码为 0。
按任意键关闭此窗口. . .

例：有效贴图

Microsoft Visual Studio 调试控制台

```
Hello, world!
```

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解



附：用WPS等其他第三方软件打开PPT，将代码复制到VS2022中后，如果出现类似下面的**编译报错**，则观察源程序编辑窗的右下角是否为CR，如果是，单击CR，在弹出中选择CRLF，再次CTRL+F5运行即可

The screenshot shows the Visual Studio 2022 IDE interface. In the top-left, there's a code editor window titled "demo.cpp" containing the following C++ code:

```
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 int main()
4 {
5     cout << "Hello, 同济!" << endl;
6     return 0;
7 }
```

In the bottom-right corner of the code editor, there is a small dropdown menu with three options: "CRLF", "LF", and "CR". The "CR" option is checked. A red arrow points from the text above to this dropdown menu.

Below the code editor is the "Output" window. It displays the build log:

```
生成开始于 22:23...
1>—— 已启动生成: 项目: demo-cpp, 配置: Debug Win32 ——
1>demo.cpp
1>D:\WorkSpace\VS2022-demo\demo-cpp\demo.cpp(1,1): warning C4335: 检测到 Mac 文件格式: 请将源文件转换为 DOS 格式或 UNIX 格式
1>D:\WorkSpace\VS2022-demo\demo-cpp\demo.cpp(1,10): warning C4067: 预处理器指令后有意外标记 - 应输入换行符
1>MSVCRTD.lib(exe_main.obj) : error LNK2019: 无法解析的外部符号 _main, 函数 "int __cdecl invoke_main(void)" (?invoke_main@@YAHXZ) 中引用了该符号
1>D:\WorkSpace\VS2022-demo\Debug\demo-cpp.exe : fatal error LNK1120: 1 个无法解析的外部命令
1>已完成生成项目“demo-cpp.vcxproj”的操作 - 失败。
===== 生成: 0 成功, 1 失败, 0 最新, 0 已跳过 =====
===== 生成于 22:23 完成, 耗时 01.132 秒 =====
```

A red box highlights the warning message about the file format. Another red arrow points from the text above to the bottom of the output window, near the status bar.

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解



基础知识：用于看懂float型数据的内部存储格式的程序如下：

注意：除了对黄底红字的具体值进行改动外，其余部分不要做改动，也暂时不需要弄懂为什么（需要第6章的知识才能弄懂）

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 123.456;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p)      << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    return 0;
}
//注：忽略本题出现的warning
```

```
Microsoft
79
e9
f6
42
```

上例解读：单精度浮点数123.456，在内存中占四个字节，四个字节的值依次为0x42 0xf6 0xe9 0x79（按打印顺序逆向取）

转换为32bit则为：0100 0010 1111 0110 1110 1001 0111 1001

符号位 8位指数 23位尾数

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解



基础知识：用于看懂double型数据的内部存储格式的程序如下：

注意：除了对黄底红字的具体值进行改动外，其余部分不要做改动，也暂时不需要弄懂为什么（需要第6章的知识才能弄懂）

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    double d = 1.23e4;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&d;
    cout << hex << (int)(*p)      << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+4)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+5)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+6)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+7)) << endl;
    return 0;
}
```

00	00	00	00	06	C8	40	00
----	----	----	----	----	----	----	----

上例解读：双精度浮点数1.23e4，在内存中占八个字节，八个字节的值依次为0x40 0xc8 0x06 0x00 0x00 0x00 0x00 0x00(逆向)

转换为64bit则为：0100 0000 1100 1000 0000 0110 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000

符号位

11位指数

52位尾数

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754) 理解



自学内容：自行以“IEEE754” / “浮点数存储格式” / “浮点数存储原理” / “浮点数存储方式”等关键字，在网上搜索相关文档，读懂并了解浮点数的内部存储机制

学长们推荐的网址：

<https://baike.baidu.com/item/IEEE%20754/3869922?fr=aladdin>

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/343033661>

https://www.bilibili.com/video/BV1iW411d7hd?is_story_h5=false&p=4&share_from=ugc&share_medium=android&share_platform=android&share_session_id=e12b54be-6ffa-4381-9582-9d5b53c50fb3&share_source=QQ&share_tag=s_i×tamp=1662273598&unique_k=AuouME0

https://blog.csdn.net/gao_zhennan/article/details/120717424

<https://www.h-schmidt.net/FloatConverter/IEEE754.html>



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

例: float型数的机内表示

格式要求: 多字节时, 每8bit中间加一个空格或-(例: "11010100 00110001" 或 "11010100-00110001")

例1: 100.25

下面是float机内存储手工转十进制的方法:

(1) 得到的32bit的机内表示是: 0100 0010 1100 1000 1000 0000 0000 0000 (42 c8 80 00)

注意:

- 1、作业中绿底/黄底文字/截图可不填
- 2、计算结果可借助第三方工具完成,
没必要完全手算

(2) 其中: 尾数的符号位是0

指数是1000 0101 (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是133 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是6 (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

$$\begin{array}{r} 1000 \ 0101 \\ - 0111 \ 1111 \\ \hline = 0000 \ 0110 \ (\text{0x06} = 6) \end{array}$$

尾数是100 1000 1000 0000 0000 0000 (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.56640625 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.56640625 (加整数部分的1后)

$$100 \ 1000 \ 1000 \ 0000 \ 0000 = 2^0 + 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-8}$$

$$= 0.5 + 0.0625 + 0.00390625 = 0.56640625 \Rightarrow \text{加1} \Rightarrow 1.56640625$$

$$1.56640625 \times 2^6 = 100.25 \text{ (此处未体现出误差)}$$

下面是十进制手工转float机内存储的方法:

100 = 0110 0100 (整数部分转二进制为7位, 最前面的0只是为了8位对齐, 可不要)

0.25 = 01 (小数部分转二进制为2位)

100.25 = 0110 0100.01 = 1.1001 0001 $\times 2^6$ (确保整数部分为1, 移6位)

符 号 位: 0

阶 码: 6 + 127 = 133 = 1000 0101

尾数(舍1): 1001 0001 \Rightarrow 1001 0001 0000 0000 0000 (补齐23位, 后面补14个蓝色的0)

100 1000 1000 0000 0000 0000 (从低位开始四位一组, 共23位)

本页不用作答



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

例: float型数的机内表示

格式要求: 多字节时, 每8bit中间加一个空格或-(例: "11010100 00110001" 或 "11010100-00110001")

例2: 1.2

下面是float机内存储手工转十进制的方法:

(1) 得到的32bit的机内表示是: 0011 1111 1001 1001 1001 1001 1001 1010 (3f 99 99 9a)

注意:

- 1、作业中绿底/黄底文字/截图可不填
- 2、计算结果可借助第三方工具完成, 没必要完全手算

(2) 其中: 尾数的符号位是0

指数是0111 1111 (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是127 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是0 (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

$$\begin{array}{r} 0111\ 1111 \\ - 0111\ 1111 \\ \hline = 0000\ 0000 \end{array} \quad (0x0 = 0)$$

尾数是001 1001 1001 1001 1010 (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.2000000476837158203125 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.2000000476837158203125 (加整数部分的1后)

$$\begin{aligned} 001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1010 &= 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-11} + 2^{-12} + 2^{-15} + 2^{-16} + 2^{-19} + 2^{-20} + 2^{-22} \\ &= 0.125 + \dots + 0.0000002384185791015625 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{加1} = 1.2000000476837158203125 \quad (\text{此处已体现出误差})$$

$$\begin{aligned} 0.125 + \\ 0.0625 + \\ 0.0078125 + \\ 0.00390625 + \\ 0.00048828125 + \\ 0.000244140625 + \\ 0.000030517578125 + \\ 0.0000152587890625 + \\ 0.0000019073486328125 + \\ 0.00000095367431640625 + \\ 0.0000002384185791015625 \\ \hline \\ 0.2000000476837158203125 \end{aligned}$$

下面是十进制手工转float机内存储的方法:

1 = 1 (整数部分转二进制为1位)

0.2 = 0011 0011 0011 0011 0011 (小数部分无限循环, 转为二进制的24位)

$\Rightarrow 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 010$ (四舍五入为23位, 此处体现出误差)

1.2 = 1.0011 0011 0011 0011 0011 010 = 1.0011 0011 0011 0011 010 $\times 2^0$ (确保整数部分为1, 移0位)

符 号 位: 0

阶 码: $0 + 127 = 127 = 0111\ 1111$

尾数(舍1): 0011 0011 0011 0011 0011 010 (共23位)

001 1001 1001 1001 1001 1010 (从低位开始四位一组, 共23位)

本页不用作答



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-（例：“1101 0100 0011 0001”或“1101-0100-0011-0001”）

A. 34567.76543 (此处设学号是1234567，需换成本人学号后5位，小数为学号后五位逆序，非本人学号0分，下同!)

注：尾数为正、指数为正

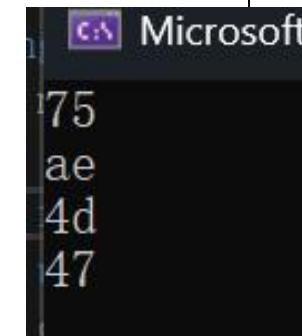
(1) 得到的32bit的机内表示是：0100 0111 0100 1101 1010 1110 0111 0101 (47 4d ae 75) (不是手算，用P. 4方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是_____0_____

指数是1000 1110 (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____142_____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____15_____ (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)



尾数是100 1101 1010 1110 0111 0101 (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.6068865060806274 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.6068865060806274 (加整数部分的1)

注1：转换为十进制小数用附加的工具去做，精度足够；

自己去网上找工具也行，但找到工具要满足精度要求（下同!!!）

注2：数据超过了float的精度范围，但P. 4方式打印后不影响理解（下同!!!）



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例：“1101 0100 0011 0001”或“1101-0100-0011-0001”)

B. -76543.34567 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为负、指数为正

(1) 得到的32bit的机内表示是1100 0111 0011 0010 0011 1001 1000 0111(c7 32 39 87) (不是手算，用P. 4方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是_____1_____

指数是1000 1110(填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____142_____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____15_____ (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是011 0010 0011 1001 1000 0111(填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.39238059520721436(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.39238059520721436(加整数部分的1)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-（例：“1101 0100 0011 0001”或“1101-0100-0011-0001”）

C. 0.0034567 (设学号为1234567，按规则更换为学号)

注：尾数为正、指数为负

(1) 得到的32bit的机内表示是：0011 1011 1010 1100 1000 1001 0110 0000(3b ac 89 60) (不是手算，用P. 4方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是_____0_____

指数是0111 0111(填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____119_____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____ -8 _____ (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是010 1100 1000 1001 0110 0000(填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.347942352294921875(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.347942352294921875(加整数部分的1)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-（例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”）

D. -0.0076543 **（设学号为1234567，按规则更换为学号逆序）**

注：尾数为负、指数为负

(1) 得到的32bit的机内表示是：1011 1011 1001 0101 1000 0001 0000 0110(bb 95 81 06) (不是手算，用P.4方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是_____1_____

指数是0111 0111(填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____119_____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____ -8 _____ (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是001 0101 1000 0001 0000 0110(填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.1679999828338623046875(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.1679999828338623046875(加整数部分的1)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-(例：“1101 0100 0011 0001”或“1101-0100-0011-0001”)

A. 34567.76543 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为正、指数为正

(1) 得到的64bit的机内表示是：0100 0000 1110 1001 1011 0101 1100 1110 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001
1001 1001 1010(40 e9 b5 ce 99 99 99 9a) (不是手算，用P.5方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是 0

指数是100 0000 1110(填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是 1038 (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是 15 (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是1001 1011 0101 1100 1110 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1010(填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是 0.606886482238769620067841970012523233890533447265625(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.606886482238769620067841970012523233890533447265625(加整数部分的1)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-（例：“1101 0100 0011 0001”或“1101-0100-0011-0001”）

B. -76543.34567 (设学号为1234567, 按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为负、指数为正

(1) 得到的64bit的机内表示是：1100 0000 1110 0110 0110 0111 0011 0000 1101 1001 0110 1010 0110 1010 0000 0001 (c0 e6 47 30 d9 6a 6a 01) (不是手算，用P.5方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是1

指数是100 0000 1110 (填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是1038 (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是15 (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是0110 0110 0111 0011 0000 1101 1001 0110 1010 0110 1010 0000 0001 (填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.4001930706787109 (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.4001930706787109 (加整数部分的1)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-（例：“1101 0100 0011 0001”或“1101-0100-0011-0001”）

C. 0.0034567 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为正、指数为负

(1) 得到的64bit的机内表示是：0011 1111 0111 0011 1001 0001 0010 1100 0000 1100 1100 1110 0100 0100 1001 1100(3f 75 91 2c 0c ce 44 9c) (不是手算，用P.5方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是0

指数是011 1111 0111(填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是1015(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是-8(64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是0011 1001 0001 0010 1100 0000 1100 1100 1110 0100 0100 1001 1100(填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.2229423999999998502744347206316888332366943359375(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.2229423999999998502744347206316888332366943359375(加整数部分的1)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754) 理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或-（例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”）

D. -0.0076543 (设学号为1234567, 按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为负、指数为负

(1) 得到的64bit的机内表示是：1011 1111 0111 0010 1011 0000 0010 0000 1100 0100 1001 1011 1010 0101 1110 0011(bf 72 b0 20 c4 9b a5 e3) (不是手算, 用P.5方式打印)

(2) 其中：尾数的符号位是1

指数是011 1111 0111(填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是1015(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是-8(64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是0010 1011 0000 0010 0000 1100 0100 1001 1011 1010 0101 1110 0011(填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是0.167999999999999271693695845897309482097625732421875(64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是1.167999999999999271693695845897309482097625732421875(加整数部分的1)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

3、总结

- (1) float型数据的32bit是如何分段来表示一个单精度的浮点数的？给出bit位的分段解释
尾数的正负如何表示？尾数如何表示？指数的正负如何表示？指数如何表示？
- (2) 为什么float型数据只有7位十进制有效数字？为什么最大只能是 3.4×10^{38} ？
有些资料上说有效位数是6~7位，能找出6位/7位不同的例子吗？
- (3) double型数据的64bit是如何分段来表示一个双精度的浮点数的？给出bit位的分段解释
尾数的正负如何表示？尾数如何表示？指数的正负如何表示？指数如何表示？
- (4) 为什么double型数据只有15位十进制有效数字？为什么最大只能是 1.7×10^{308} ？
有些资料上说有效位数是15~16位，能找出15位/16位不同的例子吗？
- (5) 8/11bit的指数的表示形式是2进制补码吗？如果不是，一般称为什么方式表示？

本页不用作答，自己能知道
正确答案即可
(属于考试知识点)



§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

4、思考

double赋值给float时，下面两个程序，double型常量不加F的情况下，左侧有warning，右侧无warning，为什么？总结一下规律

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 1.2;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p)      << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    return 0;
}
```

warning C4305: “初始化”：从“double”到“float”截断

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 100.25;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p)      << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+1)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+2)) << endl;
    cout << hex << (int)(*(p+3)) << endl;
    return 0;
}
```

1.2和100.25都是double类型常量，但是1.2超出了float类型表示范围，从double类型转至float类型会导致精度损失，因此发出警告。而100.25在float类型表示范围内，没有精度损失，不会报warning错。

规律：当将double类型的值赋给float类型时，会发生隐式转换。如果这个值不能被float精确表示，编译器可能会发出警告。如果double类型的值在float的表示范围内，可能不会发生精度损失，因此编译器可能不会发出警告。

