

Gradiente Descendiente

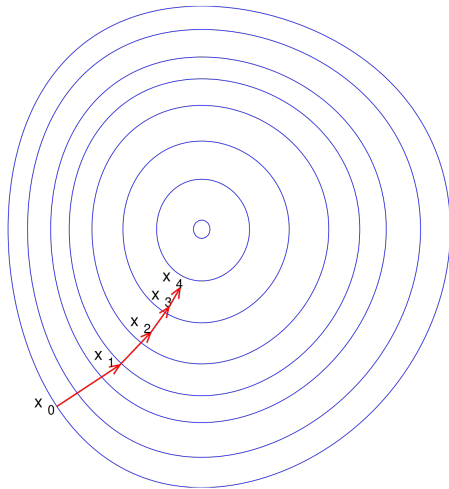
Luis Norberto Zúñiga Morales

1 de marzo de 2022

Gradiente Descendiente

- Gradiente Descendiente es un algoritmo de optimización iterativo de primer orden.
- Permite encontrar mínimos locales en una función diferenciable.
- La idea básica es dar pasos pequeños en dirección contraria al gradiente.

Gradiente Descendiente



Gradiente Descendiente

Requisitos:

- La función debe ser diferenciable.

Gradiente Descendiente

Requisitos:

- La función debe ser diferenciable.
 - ¿Qué significa que una función sea *diferenciable*?

Gradiente Descendiente

Requisitos:

- La función debe ser diferenciable.
 - ¿Qué significa que una función sea *diferenciable*?
- La función debe ser convexa.

Gradiente Descendiente

Requisitos:

- La función debe ser diferenciable.
 - ¿Qué significa que una función sea *diferenciable*?
- La función debe ser convexa.
 - ¿Qué significa que una función sea *convexa*?

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$$

Gradiente Descendiente

Ejercicio #1

Dibujen una función diferenciable.

Gradiente Descendiente

Ejercicio #1

Dibujen una función diferenciable.

Ejercicio #2

Dibujen un función convexa y una que no sea convexa.

Definición: Gradiente

Para $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ su gradiente $\nabla f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ en un punto $p = (x_1, \dots, x_n)$ se define como:

$$\nabla f(p) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1}(p) \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n}(p) \end{bmatrix}.$$

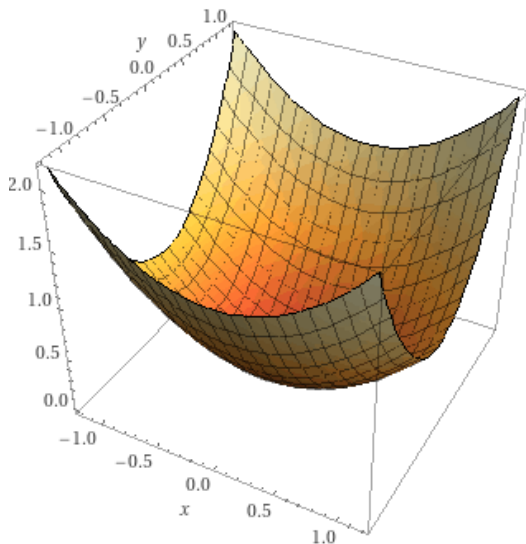
Ejercicio #3

Determinar al gradiente de la función

$$f(x, y) = 0,5x^2 + y^2$$

en el punto $p = (5, 5)$.

Gradiente Descendiente



Gradiente Descendiente

Algoritmo

- Gradiente Descendiente calcula iterativamente el siguiente punto usando el gradiente en el punto en turno.
- Lo escala (razón de aprendizaje).
- Resta este resultado a la posición actual.

Gradiente Descendiente

Algoritmo

- Gradiente Descendiente calcula iterativamente el siguiente punto usando el gradiente en el punto en turno.
- Lo escala (razón de aprendizaje).
- Resta este resultado a la posición actual.

Gradiente Descendiente

$$p_{m+1} = p_m - \eta \nabla f(p_m)$$

Gradiente Descendiente

Algoritmo

Gradiente Descendiente

$$p_{m+1} = p_m - \eta \nabla f(p_m)$$

- El parámetro η permite escalar el valor del gradiente, lo que hace cada paso más grande o más pequeño.

Gradiente Descendiente

Algoritmo

Gradiente Descendiente

$$p_{m+1} = p_m - \eta \nabla f(p_m)$$

- El parámetro η permite escalar el valor del gradiente, lo que hace cada paso más grande o más pequeño.
- En Machine Learning, η es la razón de aprendizaje (*learning rate*).

Gradiente Descendiente

Algoritmo

Gradiente Descendiente

$$p_{m+1} = p_m - \eta \nabla f(p_m)$$

- El parámetro η permite escalar el valor del gradiente, lo que hace cada paso más grande o más pequeño.
- En Machine Learning, η es la razón de aprendizaje (*learning rate*).
 - Si es muy pequeño, tarda más en converger.

Gradiente Descendiente

Algoritmo

Gradiente Descendiente

$$p_{m+1} = p_m - \eta \nabla f(p_m)$$

- El parámetro η permite escalar el valor del gradiente, lo que hace cada paso más grande o más pequeño.
- En Machine Learning, η es la razón de aprendizaje (*learning rate*).
 - Si es muy pequeño, tarda más en converger.
 - Si es muy grande, da saltos grandes, inclusive no llegando a converger.

Gradiente Descendiente

Algoritmo

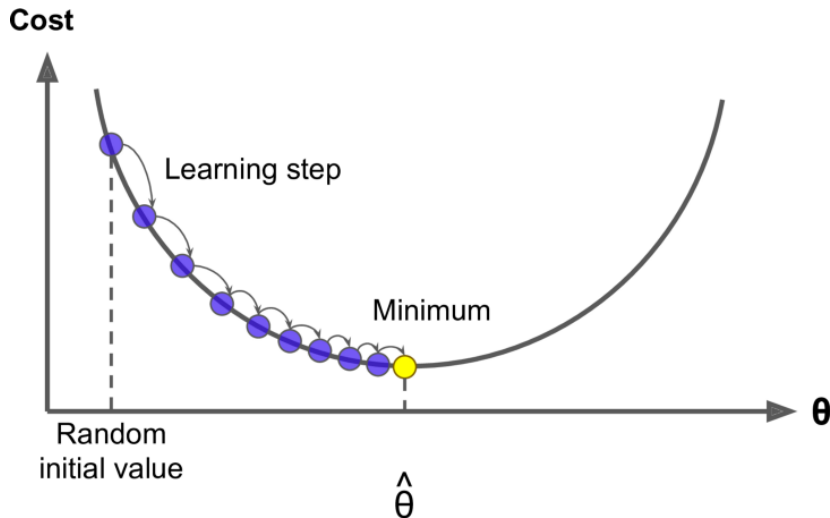
- 1 Elegir un punto de salida (random).
- 2 Calcular el gradiente en ese punto.
- 3 Determinar el nuevo punto según

$$p_{m+1} = p_m - \eta \nabla f(p_m)$$

.

- 4 Condición de paro:
 - Número máximo de iteraciones.
 - El tamaño del paso es menor que un valor de tolerancia.

Gradiente Descendiente



¿Qué es el Gradiente Descendiente Estocástico?

En equipo, realizar un pequeño documento donde expliquen qué es el Gradiente Descendiente Estocástico. Debe contener:

- Idea general (*¿Qué lo separa del Gradiente Descendiente?*)
- Explicación gráfica
- Algoritmo

Además:

- \LaTeX , sin mínimo o máximo de cuartillas.
- Recuerden la bibliografía.