Bounding-Box regression

最近一直看检测有关的Paper，从rcnn， fast rcnn，faster rcnn，yolo，r-fcn，ssd，到今年cvpr最新的yolo9000。这些paper中损失函数都包含了边框回归，除了rcnn详细介绍了，其他的paper都是一笔带过，或者直接引用rcnn就把损失函数写出来了。前三条网上解释比较多，后面的两条我看了很多paper，才得出这些结论。

- 为什么要边框回归?
- 什么是边框回归?
- 边框回归怎么做的?
- **边框回归为什么宽高，坐标会设计这种形式?**
- **为什么边框回归只能微调，在离Ground Truth近的时候才能生效?**

为什么要边框回归？

这里引用王斌师兄的理解，如下图所示：

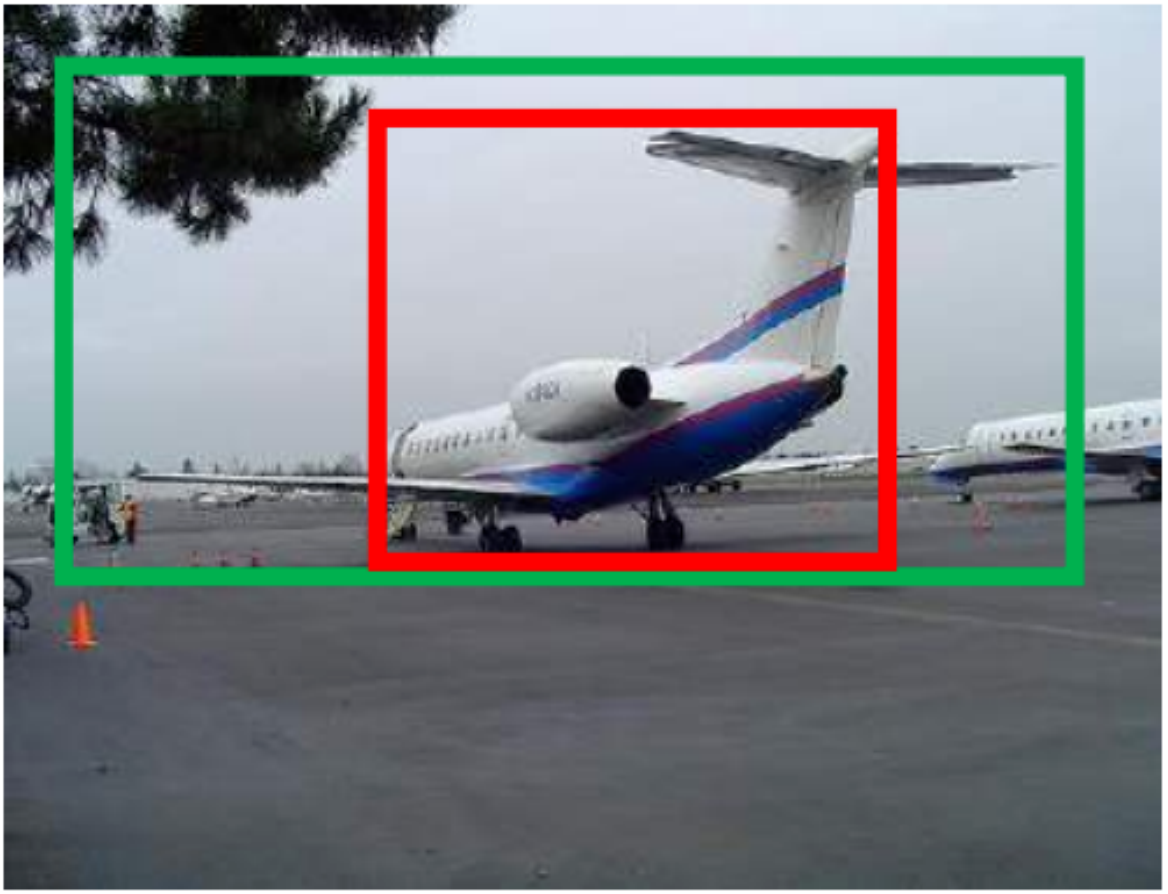


图 1

对于上图，绿色的框表示Ground Truth，红色的框为Selective Search提取的Region Proposal。那么即便红色的框被分类器识别为飞机，但是由于红色的框定位不准(IoU<0.5)， 那么这张图相当于没有正确的检测出飞机。 如果我们能对红色的框进行微调， 使得经过微调后的窗口跟Ground Truth 更接近， 这样岂不是定位会更准确。 确实，Bounding-box regression 就是用来微调这个窗口的。

边框回归是什么？

继续借用师兄的理解：对于窗口一般使用四维向量(x,y,w,h) 来表示， 分别表示窗口的中心点坐标和宽高。 对于图 2，红色的框 P 代表原始的Proposal，绿色的框 G 代表目标的 Ground Truth， 我们的目标是寻找一种关系使得输入原始的窗口 P 经过映射得到一个跟真实窗口 G 更接近的回归窗口Gˆ。

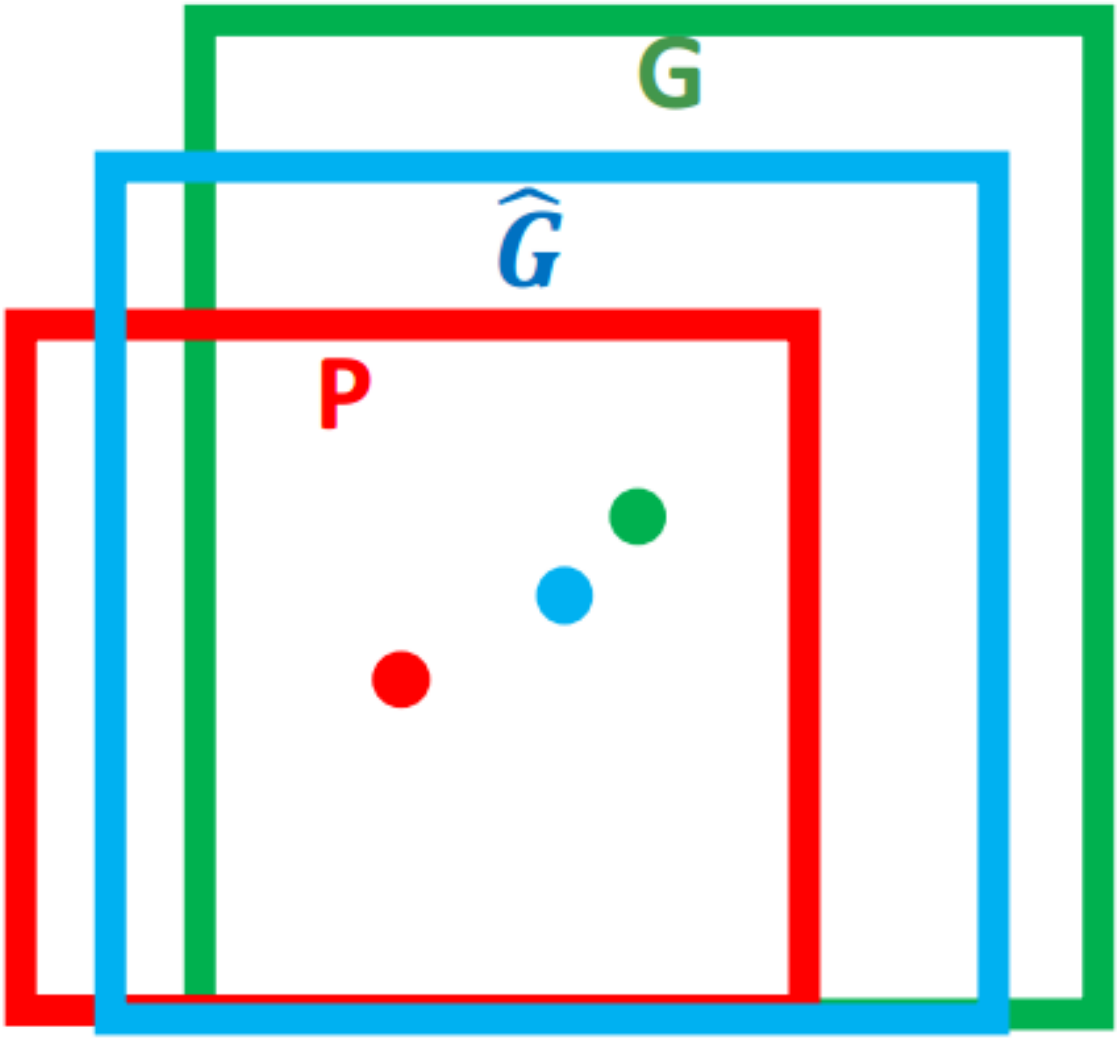


图 2

边框回归的目的既是：给定 (P_x, P_y, P_w, P_h) 寻找一种映射f， 使得

$f(P_x, P_y, P_w, P_h)=(G_x\hat{}, G_y\hat{}, G_w\hat{}, G_h\hat{})$ 并且

$(G_x\hat{}, G_y\hat{}, G_w\hat{}, G_h\hat{}) \approx (G_x, G_y, G_w, G_h)$

边框回归怎么做的？

那么经过何种变换才能从图 2 中的窗口 P 变为窗口$G\hat{}$呢？ 比较简单的思路就是： *平移+尺度放缩*

1. 先做平移$(\Delta x,\Delta y)$， $\Delta x=P_w d_x(P),\Delta y=P_h d_y(P)$ 这是R-CNN论文的：

$$G\hat{}_x=P_w d_x(P)+P_x, \quad (1)$$

$$\hat{G}_y = P_h d_y(P) + P_y, (2)$$

2. 然后再做尺度缩放(Sw,Sh), Sw=exp(dw(P)),Sh=exp(dh(P)), 对应论文中:

$$\hat{G}_w = P_w \exp(d_w(P)), (3)$$

$$\hat{G}_h = P_h \exp(d_h(P)), (4)$$

观察(1)-(4)我们发现， 边框回归学习就是$d_x(P), d_y(P), d_w(P), d_h(P)$这四个变换。下一步就是设计算法那得到这四个映射。

线性回归就是给定输入的特征向量 X, 学习一组参数 W, 使得经过线性回归后的值跟真实值 Y(Ground Truth)非常接近. 即$Y \approx WX$ 。 那么 Bounding-box 中我们的输入以及输出分别是什么呢?

Input:

RegionProposal→$P=(P_x, P_y, P_w, P_h)$，这个是什么？ 输入就是这四个数值吗？其实真正的输入是这个窗口对应的 CNN 特征，也就是 R-CNN 中的 Pool5 feature（特征向量）。 (注：训练阶段输入还包括 Ground Truth， 也就是下边提到的$t_* = (t_x, t_y, t_w, t_h)$)

Output:

需要进行的平移变换和尺度缩放 $d_x(P), d_y(P), d_w(P), d_h(P)$， 或者说是 $\Delta x, \Delta y, S_w, S_h$ 。 我们的最终输出不应该是 Ground Truth 吗？ 是的， 但是有了这四个变换我们就可以直接得到 Ground Truth， 这里还有个问题， 根据(1)~(4)我们可以知道， P 经过 $d_x(P), d_y(P), d_w(P), d_h(P)$ 得到的并不是真实值 G， 而是预测值$\hat{G}$。 的确， 这四个值应该是经过 Ground Truth 和 Proposal 计算得到的真正需要的平移量(t_x, t_y) 和尺度缩放(t_w, t_h) 。

这也就是 R-CNN 中的(6)~(9)：

$$t_x=(G_x-P_x)/P_w, (6)$$

$$t_y=(G_y-P_y)/P_h, (7)$$

$$t_w=\log(G_w/P_w), (8)$$

$$t_h=\log(G_h/P_h), (9)$$

那么目标函数可以表示为 $d_*(P)=w_T*\Phi_5(P)$， $\Phi_5(P)$是输入 Proposal 的特征向量，w_*是要学习的参数（*表示 x,y,w,h， 也就是每一个变换对应一个目标函数） ， $d_*(P)$ 是得到的预测值。 我们要让预测值跟真实值$t_*=(t_x, t_y, t_w, t_h)$差距最小， 得到损失函数为：

$$Loss=\sum_{i}^{N}(t_{i*}-\hat{w}_T*\phi_5(P_i))^2$$

函数优化目标为：

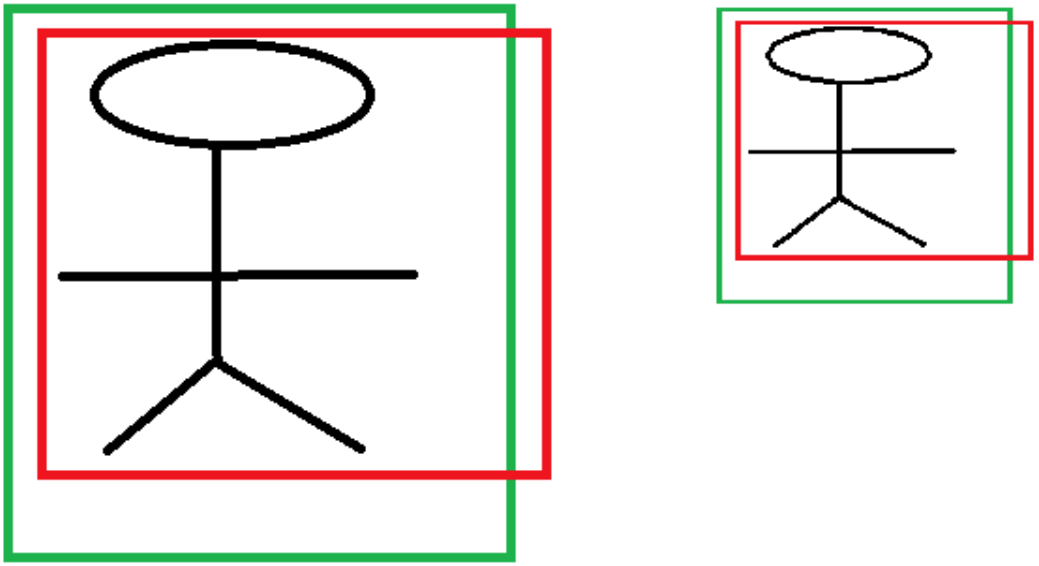
$$W_*=\operatorname{argmin}_{w*}\sum_{i}^{N}(t_{i*}-\hat{w}_T*\phi_5(P_i))^2+\lambda||\hat{w}_*||^2$$

利用梯度下降法或者最小二乘法就可以得到 w_*。

为什么宽高尺度会设计这种形式？

这边我重点解释一下为什么设计的t_x, t_y为什么除以宽高，为什么t_w, t_h会有log形式！！！

首先CNN具有**尺度不变性**， 以图3为例：



x, y 坐标除以宽高

上图的两个人具有不同的尺度，因为他都是人，我们得到的特征相同。假设我们得到的特征为ϕ_1, ϕ_2，那么一个完好的特征应该具备$\phi_1=\phi$。ok，如果我们直接学习坐标差值，以x坐标为例，x_i, p_i 分别代表第i个框的x坐标，学习到的映射为f， $f(\phi_1)=x_1-p_1$，同理$f(\phi_2)=x_2-p_2$。从上图显而易见，$x_1-p_1 \neq x_2-p_1$。也就是说同一个x对应多个y，这明显不满足函数的定义。边框回归学习的是回归函数，然而你的目标却不满足函数定义，当然学习不到什么。

宽高坐标Log形式

我们想要得到一个放缩的尺度，也就是说这里限制尺度必须大于0。我们学习的t_w, t_h怎么保证满足大于0呢？直观的想法就是EXP函数，如公式(3)，(4)所示，那么反过来推导就是Log函数的来源了。

为什么IoU较大，认为是线性变换？

当输入的 Proposal 与 Ground Truth 相差较小时(RCNN 设置的是 IoU>0.6)，可以认为这种变换是一种线性变换， 那么我们就可以用线性回归来建模对窗口进行微调， 否则会导致训练的回归模型不 work（当 Proposal跟 GT 离得较远，就是复杂的非线性问题了，此时用线性回归建模显然不合理）。这里我来解释：

Log函数明显不满足线性函数，但是为什么当Proposal 和Ground Truth相差较小的时候，就可以认为是一种线性变换呢？大家还记得这个公式不？参看高数1。

$$\lim_{x=0}\log(1+x)=x$$

现在回过来看公式(8)：

$$t_w=\log(G_w/P_w)=\log(G_w+P_w-P_wP_w)=\log(1+G_w-P_wP_w)$$

当且仅当$G_w-P_w=0$的时候，才会是线性函数，也就是宽度和高度必须近似相等。

对于IoU大于指定值这块，我并不认同作者的说法。我个人理解，只保证Region Proposal和Ground Truth的宽高相差不多就能满足回归条件。x,y位置到没有太多限制，这点我们从YOLOv2可以看出，原始的边框回归其实x，y的位置相对来说对很大的。这也是YOLOv2的改进地方。详情请参考我的博客YOLOv2。

总结

里面很多都是参考师兄在caffe社区的回答，本来不想重复打字的，但是美观的强迫症，让我手动把latex公式巴拉巴拉敲完，当然也为了让大家看起来顺眼。后面还有一些公式那块资料很少，是我在阅读paper+个人总结，不对的地方还请大家留言多多指正。