

这篇文章是撸主要介绍人脸识别经典方法的第一篇，后续会有其他方法更新。特征脸方法基本是将人脸识别推向真正可用的第一种方法，了解一下还是很有必要的。特征脸用到的理论基础PCA在另一篇博客里：[特征脸\(Eigenface\)理论基础-PCA\(主成分分析法\)](#)。本文的参考资料附在最后了^\_^

**步骤一：**获取包含M张人脸图像的集合S。在我们的例子里有25张人脸图像（虽然是25个不同的人的人脸的图像，但是看着怎么不像呢，难道我有脸盲症么），如下图所示哦。每张图像可以转换成一个N维的向量（是的，没错，一个像素一个像素的排成一行就好了，至于是横着还是竖着获取原图像的像素，随你自己，只要前后统一就可以），然后把这M个向量放到一个集合S里，如下式所示。

$$S = \{ \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots, \Gamma_M \}$$



**步骤二：**在获取到人脸向量集合S后，计算得到平均图像 $\Psi$ ，至于怎么计算平均图像，公式在下面。就是把集合S里面的向量遍历一遍进行累加，然后取平均值。得到的这个 $\Psi$ 其

实还挺有意思的， $\Psi$ 其实也是一个N维向量，如果再把它还原回图像的形式的话，可以得到如下的“平均脸”，是的没错，还他妈的挺帅啊。那如果你想看一下某计算机学院男生平均下来都长得什么样子，用上面的方法就可以了。

$$\Psi = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \Gamma_n$$



**步骤三：**计算每张图像和平均图像的差值 $\Phi$ ，就是用S集合里的每个元素减去步骤二中的平均值。

**步骤四**：找到M个正交的单位向量 $\mathbf{u}_n$ ，这些单位向量其实是用来描述 $\Phi$ （步骤三中的差值）分布的。 $\mathbf{u}_n$ 里面的第k（k=1, 2, 3...M）个向量 $\mathbf{u}_k$  是通过下式计算的，

$$\lambda_k = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \left( \mathbf{u}_k^T \Phi_n \right)^2$$

当这个 $\lambda_k$ （原文里取了个名字叫特征值）取最小的值时， $\mathbf{u}_k$  基本就确定了。补充一下，刚才也说了，这M个向量是相互正交而且是单位长度的，所以啦， $\mathbf{u}_k$  还要满足下式：

$$\mathbf{u}_l^T \mathbf{u}_k = \delta_{lk} = \begin{cases} 1 & \text{if } l = k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

上面的等式使得 $\mathbf{u}_k$  为单位正交向量。计算上面的 $\mathbf{u}_k$  其实就是计算如下协方差矩阵的特征向量：

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \Phi_n \Phi_n^T \\ &= AA^T \end{aligned}$$

其中

$$A = \{ \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_n \}$$

对于一个N×N（比如100×100）维的图像来说，上述直接计算其特征向量计算量实在是太大了（协方差矩阵可以达到10000×10000），所以有了如下的简单计算。

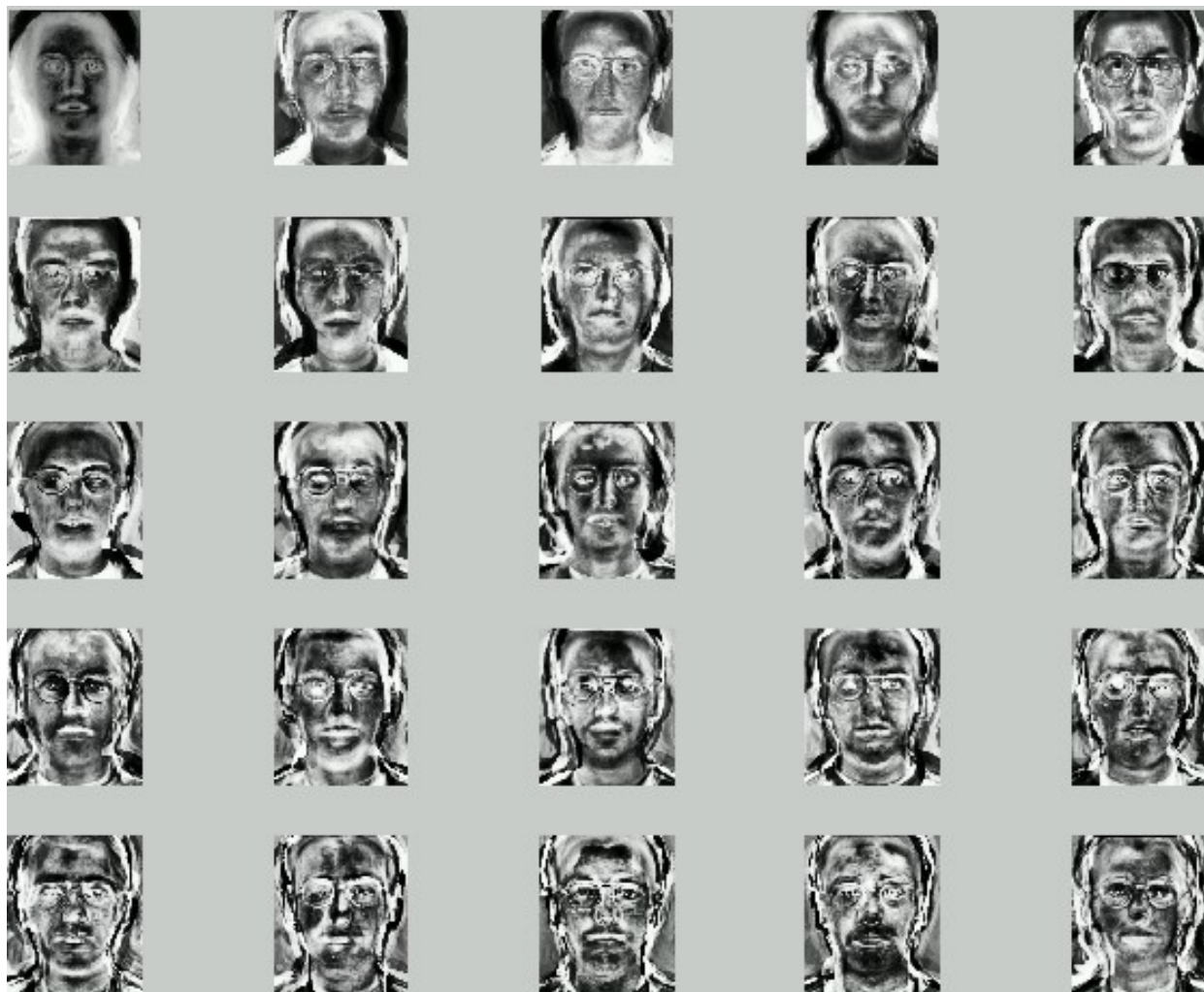
**步骤四另解**：如果训练图像的数量小于图像的维数比如（MAAT，我们可以设该矩阵为L，那么L的第m行n列的元素可以表示为：

$$L_{mn} = \Phi_m^T \Phi_n$$

一旦我们找到了L矩阵的M个特征向量 $\mathbf{v}_1$ ，那么协方差矩阵的特征向量 $\mathbf{u}_1$ 就可以表示为：

$$u_l = \sum_{k=1}^M v_{lk} \Phi_k \quad l = 1, \dots, M$$

这些特征向量如果还原成像素排列的话，其实还蛮像人脸的，所以称之为特征脸（如下图）。图里有二十五个特征脸，数量上和训练图像相等只是巧合。有论文表明一般的应用40个特征脸已经足够了。论文[Eigenface for recognition](#)里只用了7个特征脸来表明实验。



**步骤五：**识别人脸。OK，终于到这步了，别绕晕啦，上面几步是为了对人脸进行降维找到表征人脸的合适向量的。首先考虑一张新的人脸，我们可以用特征脸对其进行标示：

$$\omega_k = u_k^T (\Gamma - \Psi)$$

其中 $k=1, 2, \dots, M$ , 对于第 $k$ 个特征脸 $u_k$ ，上式可以计算其对应的权重， $M$ 个权重可以构成一个向量：

$$\Omega^T = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M]$$

perfect，这就是求得特征脸对人脸的表示了！

那如何对人脸进行识别呢，看下式：

$$\varepsilon_k = \|\Omega - \Omega_k\|^2$$

其中  $\Omega$  代表要判别的人脸， $\Omega_k$  代表训练集内的某个人脸，两者都是通过特征脸的权重来表示的。式子是对两者求欧式距离，当距离小于阈值时说明要判别的脸和训练集内的第  $k$  个脸是同一个人的。当遍历所有训练集都大于阈值时，根据距离值的大小又可分为是新的人脸或者不是人脸的两种情况。根据训练集的不同，阈值设定并不是固定的。

后续会有对PCA理论的补充<sup>^</sup><sub>^</sub>。已补充理论：[特征脸\(Eigenface\)理论基础-PCA\(主成分分析法\)](#)

参考资料：

1、Eigenface for Recognition: <http://www.cs.ucsb.edu/~mturk/Papers/jcn.pdf>

2、特征脸维基百科: <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%89%B9%E5%BE%81%E8%84%B8>

3、Eigenface\_tutorial:

<http://www.pages.drexel.edu/~sis26/Eigenface%20Tutorial.htm>