

擬合練習

接下來試著擬合一下 $y(x) = ax + b$ 。

```
import numpy as np
import math

x = np.linspace(-math.pi, math.pi, 20)

print(x)

[-3.14159265 -2.81089869 -2.48020473 -2.14951076 -1.8188168 -1.48812284
 -1.15742887 -0.82673491 -0.49604095 -0.16534698  0.16534698  0.49604095
 0.82673491  1.15742887  1.48812284  1.8188168   2.14951076  2.48020473
 2.81089869  3.14159265]
```

注意到是 `linspace`，而不是 `linespace`。這是在 PyTorch 教程的一個例子的部分代碼。這些小數可能不是很直觀。

```
x = np.linspace(0, 100, 20)

import numpy as np
import math

x = np.linspace(0, 100, 20)
y = np.linspace(0, 100, 20)

print(x)
print(y)
```

這樣得到兩組數據。如何用圖像表示出來呢。

然而竟然 `x` 和 `y` 是一樣的。

```
x = np.random.rand(2)
print(x)

[0.06094295  0.89674607]
```

接著改改。

```
x = np.random.rand(2)*100  
print(x)
```

```
[39.6136151 66.15534011]
```

繼續改。

```
import numpy as np  
import math  
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
x = np.random.rand(10)*100  
y = np.random.rand(10)*100
```

```
plt.plot(x,y)  
plt.show()
```

```
[20.1240488 59.69327146 58.05432614 3.14092909 82.86411091 43.23010476  
88.09796699 94.42222486 58.45253048 51.98479507]  
[58.7129098 1.6457994 49.34115933 71.13738592 53.09736099 15.4485691  
45.12200319 20.46080549 67.48555147 91.10864978]
```

可見是 $(20.1, 58.7)$ 到 $(59.7, 1.6)$ 再到 $(58, 49.3)$ 。注意到雖然這個圖看起來很亂，但仍然是有規律的。它是一筆畫。

```
import numpy as np  
import math  
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
x = np.random.rand(2)*100  
y = np.random.rand(2)*100
```

```
print(x)  
print(y)
```

```
plt.plot(x,y)  
plt.show()
```

注意到 x 和 y 的尺度總在變。所以兩條看似一樣的直線，其實不一樣。那如何求 $y(x) = ax+b$ 的 a 和 b 。我們說現在知道這條直線的兩個點。注意到我們用草稿紙解出來就行。兩個等式相減，消掉 b ，求出 a 。接著代入 a 到一個等式，求出 b 。

然而可不可以用猜測的方法。用二分法。試試看。

```
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.random.rand(2)*100
y = np.random.rand(2)*100

a_max=1000
a_min=-1000
b_max=1000
b_min=-1000

def cal_d(da, b):
    y0 = x[0] * da + b
    y1 = x[1] * da + b
    d = abs(y0-y[0]) + abs(y1-y[1])
    return d

def cal_db(a, db):
    y0 = x[0] * a + db
    y1 = x[1] * a + db
    d = abs(y0-y[0]) + abs(y1-y[1])
    return d

def avg_a():
    return (a_max + a_min) / 2

def avg_b():
    return (b_max + b_min) / 2

for i in range(100):
```

```

a = avg_a()
b = avg_b()
max_d = cal_d(a_max, b)
min_d = cal_d(a_min, b)
if max_d < min_d:
    a_min = a
else:
    a_max = a

a = avg_a()
max_db = cal_db(a, b_max)
min_db = cal_db(a, b_min)
if max_db < min_db:
    b_min = b
else:
    b_max = b

print(x)
print(y)
print('a = ', avg_a())
print('b = ', avg_b())
print(avg_a() * x[0] + avg_b())
print(avg_a() * x[1] + avg_b())

```

運行一下。

```

[42.78912791 98.69284173]
[68.95535212 80.89946202]
a = 11.71875
b = -953.125
-451.68990725289063
203.4317390671779

```

結果卻有很大的出入。

讓我們把問題簡單化。假設 $y(x)=ax$ 。給出一組 x, y ，求 a 。雖然我們可以直接算出來。讓我們猜。

```
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy.random import rand, randint
```

```
x = randint(100)
y = randint(100)
```

```
a_max=1000
a_min=-1000
```

```
def cal_d(da):
    y0 = x * da
    return abs(y0-y)
```

```
def avg_a():
    return (a_max + a_min) / 2
```

```
for i in range(1000):
    a = avg_a()
    max_d = cal_d(a_max)
    min_d = cal_d(a_min)
    if max_d < min_d:
        a_min = a
    else:
        a_max = a
```

```
print(x)
print(y)
print(avg_a())
print(avg_a()*x)
```

結果是喜人的。猜得很準。

```
96
61
0.6354166666666667
```

61.00000000000001

然而通常這樣寫 `for i in range(15):`，迭代 15 次就比較準確了。為什麼。注意到我們的 `x` 和 `y` 都在 0 到 100 以內。那麼 `a` 值也在 0 到 100 以內。 $x=1, y=99$ 和 $x=99, y=1$ 。所以 `a_min` 和 `a_max` 的初始值可以優化一下。注意到 $1/99$ 是 0.01 。所以也許到 0.01 的準確度，大概就是算 2^n 約等於 10000 。 $\log_2(10000)=13.28$ 。意味著設為 14 左右，就差不多了。