



## 第八章 形态学图像处理

---

1



### 内容提要

---

**8.1** 概述

**8.2** 序言

**8.3** 膨胀与腐蚀

**8.4** 开操作和闭操作

2



## 8.1 概述

- 形态学是生物学中研究动物和植物的形态和结构的一个分支
- 用数学形态学作为工具从图像中提取对于表达和描绘区域形状有用处的图像分量，比如边界、骨架等
- 数学形态学的语言是集合论
- 图像处理方法中输入是图像，输出是从图像中提取出来的属性
- 形态学图像处理的基本运算有四个：膨胀、腐蚀、开操作和闭操作

3



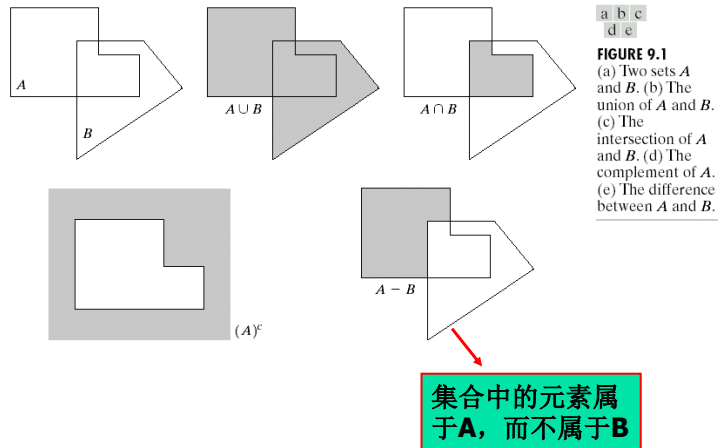
## 8.2 序言

### 8.2.1 集合论的几个基本概念

### 8.2.2 二值图像的逻辑运算

4

## 8.2.1 集合论几个基本概念



5

## 集合论几个基本概念

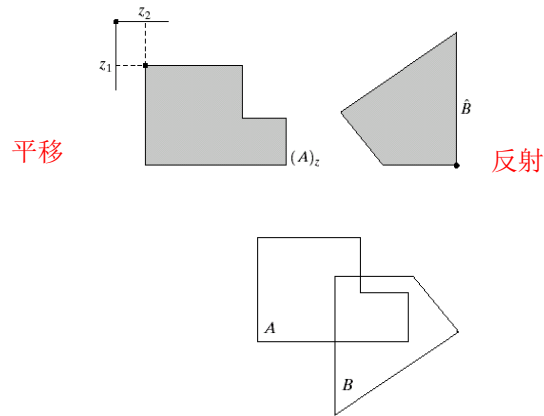
- ✓ 集合 $B$ 的反射 $\hat{B}$ ，定义为 $\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$   
 即关于原集合原点对称
- ✓ 集合 $A$ 平移到点 $z = (z_1, z_2)$ ，表示为 $(A)_z$ ，定义为  

$$(A)_z = \{c \mid c = a + z, a \in A\}$$

6



## 例子



a b

**FIGURE 9.2**

(a) Translation of  $A$  by  $z$ .

(b) Reflection of  $B$ . The sets  $A$  and  $B$  are from Fig. 9.1.

7

## 8.2.2 二值图像的逻辑运算

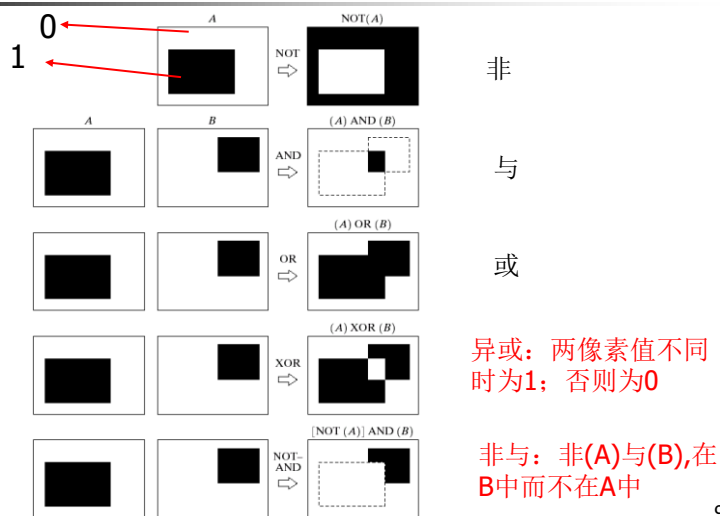
**TABLE 9.1**

The three basic logical operations.

$p$	$q$	$p \text{ AND } q$ (also $p \cdot q$ )	$p \text{ OR } q$ (also $p + q$ )	$\text{NOT } (p)$ (also $\bar{p}$ )
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

8

## 二值图像的逻辑运算



## 8.3 膨胀和腐蚀

✓ 膨胀：使图像扩大

A和B是两个集合，A被B膨胀定义为：

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left( \overset{\wedge}{B} \right)_z \cap A \neq \phi \right\}$$

- 上式表示：B的反射进行平移与A的交集不为空
- B的反射：相对于自身原点的映象
- B的平移：对B的反射进行位移

## 膨胀和腐蚀

✓ 膨胀的另一个定义

$$A \oplus B = \left\{ z \mid \left( \overset{\wedge}{B} \right)_z \cap A \subseteq A \right\}$$

➤ 上式表示：B的反射进行平移与A的交集是A的子集

膨胀的结构元素

11

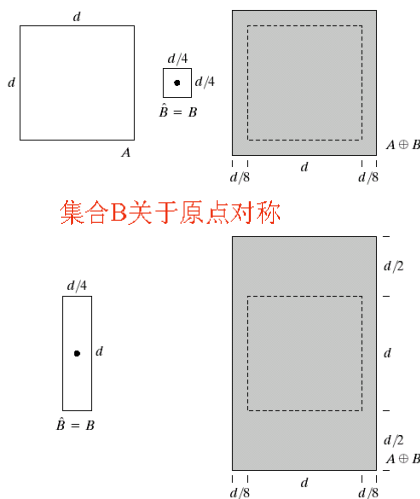
## 膨胀：例子

保证B的反射的平移与A的交集不为空

a b c  
d e

FIGURE 9.4

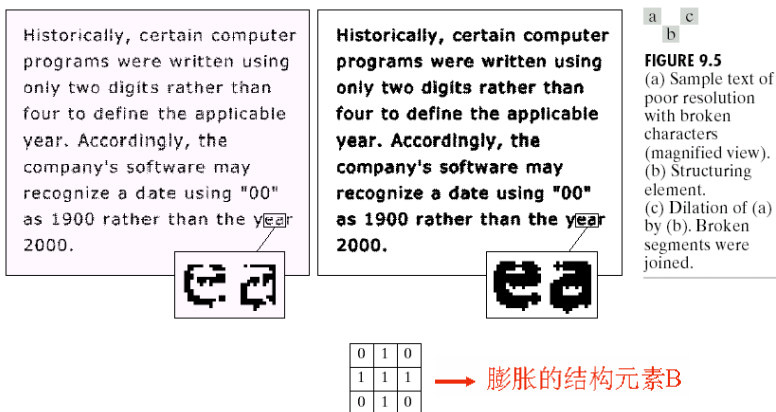
(a) Set A.  
(b) Square structuring element (dot is the center).  
(c) Dilation of A by B, shown shaded.  
(d) Elongated structuring element.  
(e) Dilation of A using this element.



集合B关于原点对称

12

## 膨胀：例子一桥接文字裂缝



13

## 膨胀和腐蚀

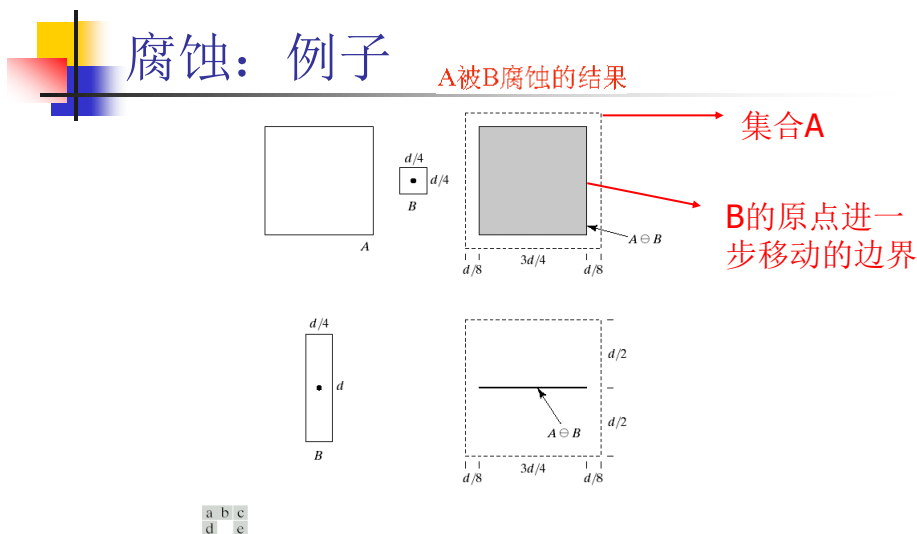
✓ 腐蚀：使图像缩小

A和B是两个集合，A被B腐蚀定义为：

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

完全包含于集合A

14



a b c  
d e

FIGURE 9.6 (a) Set A. (b) Square structuring element. (c) Erosion of A by B, shown shaded. (d) Elongated structuring element. (e) Erosion of A using this element.

15

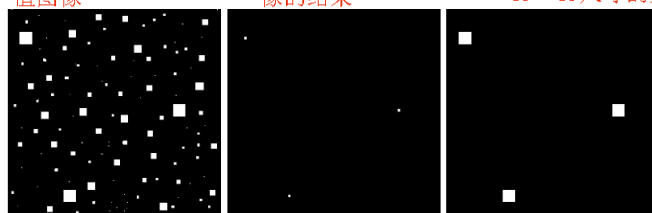


从二值图像中消除不相关的细节（根据尺寸）

包含边长为1,3,5,7,9  
和15像素正方形的二  
值图像

使用13×13像素大小  
的结构元素腐蚀原图  
像的结果

使用13×13像素大小的结  
构元素膨胀图b，恢复原来  
15×15尺寸的正方形



a b c

FIGURE 9.7 (a) Image of squares of size 1, 3, 5, 7, 9, and 15 pixels on the side. (b) Erosion of (a) with a square structuring element of 13 pixels on the side. (c) Dilation of (b) with the same structuring element.

16



## 8.4 开操作和闭操作

✓ 开操作：使图像的轮廓变得光滑，断开狭窄的间断和消除细的突出物

➤ 使用结构元素**B**对集合**A**进行开操作，定义为：

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

➤ 含义：先用**B**对**A**腐蚀，然后用**B**对结果膨胀

➤ 另一个定义  $A \circ B = \cup \{(B)_z \mid (B)_z \subseteq A\}$

17

## 开操作和闭操作

✓ 闭操作：同样使图像的轮廓变得光滑，但与开操作相反，它能消除狭窄的间断和长细的鸿沟，消除小的孔洞，并填补轮廓线中的裂痕

➤ 使用结构元素**B**对集合**A**进行闭操作，定义为：

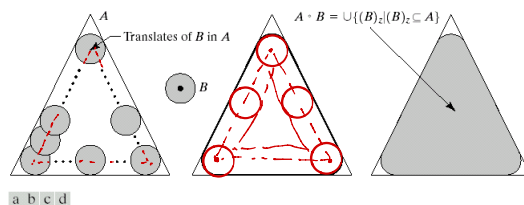
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

➤ 含义：先用**B**对**A**膨胀，然后用**B**对结果腐蚀

18

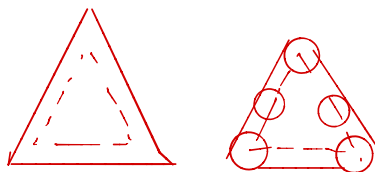
## 开操作的几何解释

- ✓  $A \circ B$  的边界通过B中的点完成
- ✓ B在A的边界内转动时，B中的点所能到达的A的边界的的最远点



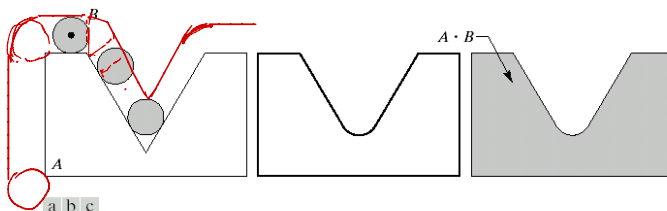
**FIGURE 9.8** (a) Structuring element  $B$  "rolling" along the inner boundary of  $A$  (the dot indicates the origin of  $B$ ). (c) The heavy line is the outer boundary of the opening. (d) Complete opening (shaded).

19



## 闭操作的几何解释

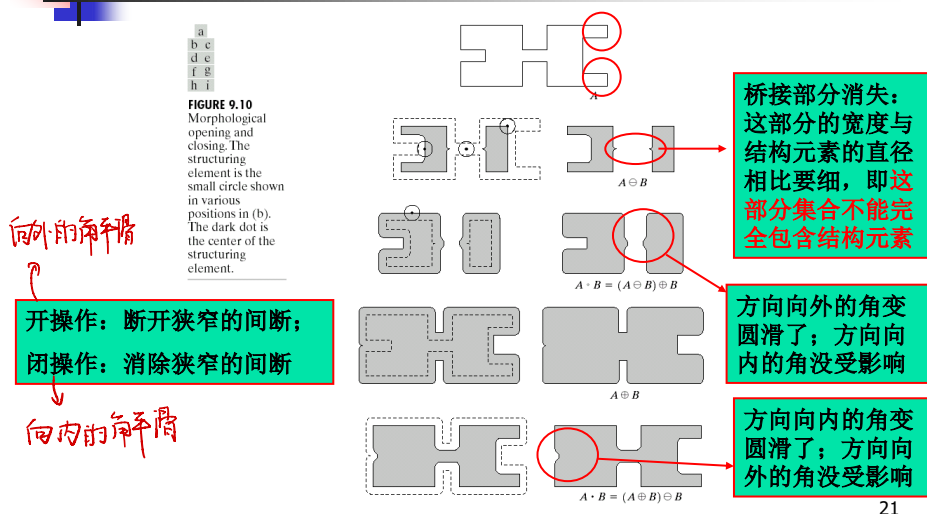
- ✓  $A \bullet B$  的边界通过B中的点完成
- ✓ B在A的边界外部转动



**FIGURE 9.9** (a) Structuring element  $B$  "rolling" on the outer boundary of set  $A$ . (b) Heavy line is the outer boundary of the closing. (c) Complete closing (shaded).

20

## 开操作和闭操作示例



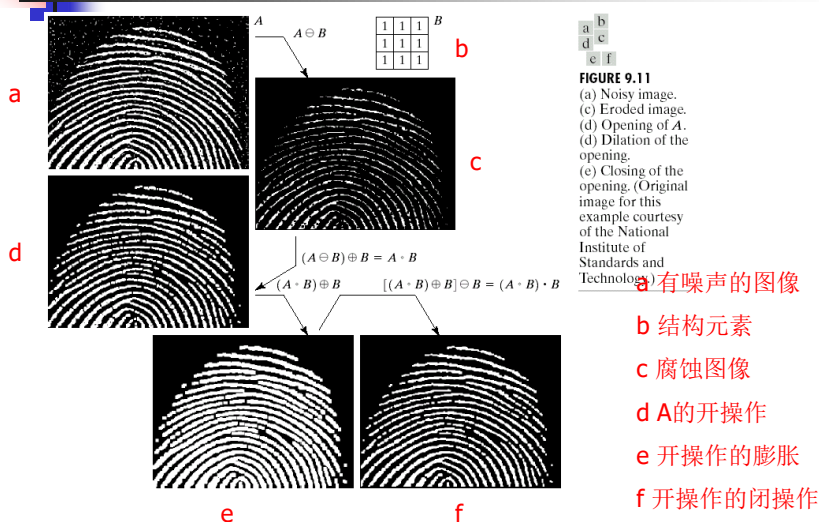
21

## 开操作和闭操作

- 开操作的3条性质
  - ✓  $A \circ B$  是  $A$  的子集合
  - ✓ 如果  $C$  是  $D$  的子集，则  $C \circ B$  是  $D \circ B$  的子集
  - ✓  $(A \circ B) \circ B = A \circ B$
- 闭操作的3条性质
  - ✓  $A$  是  $A \bullet B$  的子集合
  - ✓ 如果  $C$  是  $D$  的子集，则  $C \bullet B$  是  $D \bullet B$  的子集
  - ✓  $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$

22

## 开操作和闭操作例子



23

## 开操作和闭操作例子说明

说明：先开操作再闭操作，构成噪声滤波器

- ✓ a图是受噪声污染的指纹二值图像，噪声为黑色背景上的亮元素和亮指纹部分的暗元素
- ✓ b图是使用的结构元素
- ✓ c图是使用结构元素对图a腐蚀的结果：黑色背景噪声消除了，指纹中的噪声尺寸增加
- ✓ d图是使用结构元素对图c膨胀的结果：包含于指纹中的噪声分量的尺寸被减小或被完全消除，带来的问题是：在指纹纹路间产生了新的间断

24



## 开操作和闭操作例子说明

- ✓ e图是对图d膨胀的结果，图d的大部分间断被恢复，但指纹的线路变粗了
- ✓ f图是对图e腐蚀的结果，即对图d中开操作的闭操作。最后结果消除了噪声斑点
- ✓ 缺点：指纹线路还是有缺点，可以通过加入限制性条件解决

25



## 小结

- 集合论的基本概念
- 形态学图像处理的四个基本运算

26