



## 第三章 空域增强：模板操作

---

### 3.1 像素间联系

### 3.2 模板运算

### 3.3 线性滤波

### 3.4 非线性滤波

1



## 3.1 像素间联系

---

1. 像素的邻域
2. 像素间的邻接、连接和连通
3. 像素间的距离

2

# 1. 像素的邻域

- 1) 4-邻域  $N_4(p)$  :  
 像素**p(x,y)**的**4**邻域定义为其左右上下**4**个像素。
- 2) D-邻域  $N_D(p)$  :  
 像素**p(x,y)**的对角邻域定义为其对角**4**个像素。
- 3) 8-邻域  $N_8(p)$  :      $N_8(p) = N_4(p) \cup N_D(p)$

3

# 1. 像素的邻域

	<b>r (x-1, y)</b>	
<b>r (x,y-1)</b>	<b>p(x,y)</b>	<b>r (x, y+1)</b>
	<b>r (x+1, y)</b>	

(a)  $N_4(p)$

<b>s</b>		<b>s</b>
	<b>p</b>	
<b>s</b>		<b>s</b>

(b)  $N_D(p)$

<b>s</b>	<b>r</b>	<b>s</b>
<b>r</b>	<b>p</b>	<b>r</b>
<b>s</b>	<b>r</b>	<b>s</b>

(c)  $N_8(p)$

4

## 2. 像素的邻接、连接和连通

- 邻接 (adjacency) vs. 连接(connectivity)

邻接仅考虑像素间的空间关系

- 两个像素是否连接:

(1) 是否接触 (邻接)

(2) 灰度值是否满足某个特定的相似准则

5

## 2. 像素的邻接、连接和连通

- 灰度近似准则: 设  $V = \{v_1, v_2, \dots\}$ , 若像素  $p \in V$  且像素  $r \in V$ , 则称像素p和像素r灰度值近似。

- 3种连接:

➤ 4-连接:  $p, r \in V$  且  $r \in N_4(p)$

➤ 8-连接:  $p, r \in V$  且  $r \in N_8(p)$

➤ m-连接:  $p, r \in V$ , 且

(1)  $r \in N_4(p)$

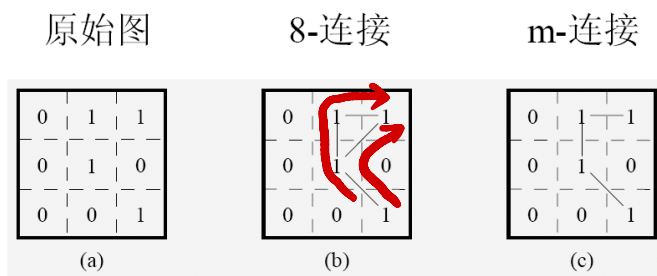
或 (2)  $r \in N_D(p)$  且  $N_4(p) \cap N_4(r) \neq \emptyset$

6

## 2. 像素的邻接、连接和连通

- m-连接的应用：

消除8-连接可能产生的歧义性



7

## 2. 像素的邻接、连接和连通

- **通路：** 对于像素  $p(x, y)$  和像素  $q(s, t)$ ，若存在

$$L(p, q) = \left\{ (x, y), (x_1, y_1), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1}), (s, t) \right\}$$

$$\left\{ (x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1}), (x_n, y_n) \right\}$$

其中  $(x_i, y_i)$  与  $(x_{i-1}, y_{i-1})$  邻接 ( $1 \leq i \leq n$ )，这称  $L(p, q)$  为像素  $p$  和像素  $q$  间的一条通路， $n$  为通路长度。

- 根据邻接的类型，通路可分为4-通路，8-通路，m-通路。
- 通路只考虑了像素  $p$  和  $q$  之间的空间联系。

8



## 2. 像素的邻接、连接和连通

- 进一步，如果通路上的所有像素的灰度值都满足某个特定的相似准则，则称**p和q是连通的**。
- 根据所采用的邻接类型，可得到不同的连通，如**4-连通**，**8-连通**，**m-连通**。

9



## 2. 像素的邻接、连接和连通

### 像素集合的邻接和连通

- 对两个图像子集**S**和**T**来说，如果**S**中的一个或一些像素与**T**中的一个或一些像素邻接，则可以说**S**和**T**是邻接的。
- 根据所采用的像素邻接定义，可以得到不同的邻接图像子集。如可以说两个图像子集**4-邻接**，**8-邻接**，或**m-邻接**。

10

## 2. 像素的邻接、连接和连通

- 对两个图像子集**S**和**T**来说，要确定它们是否**连接**也要考虑两点：
  - 它们是否是邻接图像子集
  - 它们中邻接像素的灰度值是否满足某个特定的相似准则
- 对于**S**中的任何像素**p**，所有与**p**连通且又在**S**中的像素集合（包括**p**），一起被称为**S**中的一个**连通组元**
- 如果**S**中仅有一个连通组元，即**S**中所有像素都互相连通，则集合**S**是一个**连通集** 灰度都相似

11

## 2. 像素的邻接、连接和连通

- 图像中每一个连通集构成图像中的一个**区域**。
- 一个区域的**边界**是该区域的一个子集，它将该区域与其他区域分离开。
- 组成一个区域的边界像素本身属于该区域，而在其邻域中不属于该区域的像素。

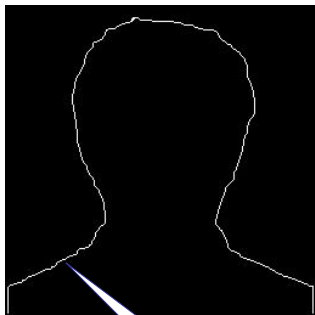
12

## 2. 像素的邻接、连接和连通

- 边界(Boundary)
  - 一个区域的边界形成一条闭合通路
  - **整体**概念
- 边缘(Edge)
  - 由具有某些导数值的像素形成
  - 基于在不连续点进行灰度级测量的**局部**概念

13

## 2. 像素的邻接、连接和连通



边界



边缘

边缘算子

14

### 3. 像素间的距离

- 给定三个像素 $p(x, y), q(s, t), z(v, w)$ ，若 $D(p, q)$ 满足：

1) **非负性**： $D(p, q) \geq 0$  (当且仅 $p = q$ 时， $D(p, q) = 0$ )

2) **对称性**： $D(p, q) = D(q, p)$

3) **三角不等式**： $D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$

则 $D(p, q)$ 被称为距离度量函数。

15

### 3. 像素间的距离

- 常用的三种距离：

1) **欧氏距离**：

$$D_e(p, q) = [(x - s)^2 + (y - t)^2]^{1/2}$$

2)  **$D_4$ 距离**（城市街区距离）：

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$$

3)  **$D_8$ 距离**（棋盘距离）：

$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$$

16



### 3. 像素间的距离

$D_4$ 距离	$D_8$ 距离
2	2 2 2 2 2
2 1 2	2 1 1 1 2
2 1 0 1 2	2 1 0 1 2
2 1 2	2 1 1 1 2
2	2 2 2 2 2

17

## 第三章 空域增强：模板操作

- 3.1 像素间联系
- 3.2 模板运算
- 3.3 线性滤波
- 3.4 非线性滤波

18

## 模板 --- 基本概念

- **模板**（滤波器、核、掩模、或窗口）：

- 所谓模板就是一个系数矩阵
- 模板大小：经常是奇数，如：

**3x3 5x5 7x7**

- 模板系数：矩阵的元素

$w_1 \ w_2 \ w_3$

$w_4 \ w_5 \ w_6$

$w_7 \ w_8 \ w_9$

**对称的**

时间域卷积

↓

频域相乘

19

## 模板

- 模板运算：模板卷积、模板排序

排序, 取中值(最大, ...), 全部

- 模板功能分类：

- 平滑滤波、锐化滤波
- 线性滤波、非线性滤波

赋值

20

## 模板运算 --- 分类和实现原理

- **滤波**：这个概念来源于在频率域对信号进行处理的傅立叶变换。
- **空间滤波**，是指直接对图像像素进行处理的操作，有别于传统的频域滤波
- 空间滤波
  - 线性滤波
  - 非线性滤波

21

## 模板运算 --- 分类和实现原理

- 模板运算的定义：

设某图像的子图像：

$z_1 \ z_2 \ z_3$

$z_4 \ z_5 \ z_6$

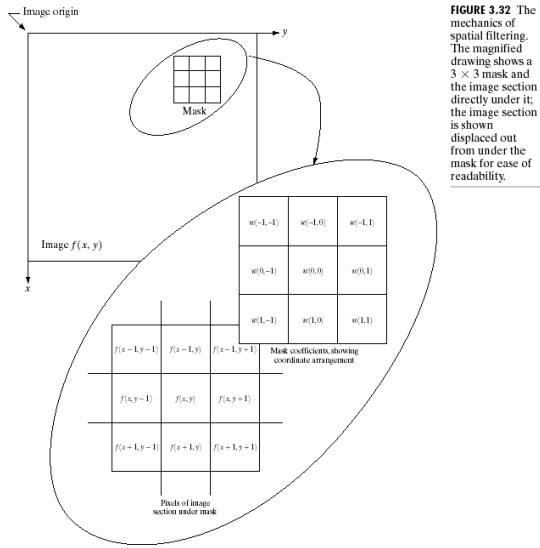
$z_7 \ z_8 \ z_9$

对 $z_5$ 的模板运算公式为：

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_9 z_9$$

22

# 模板运算 --- 分类和实现原理

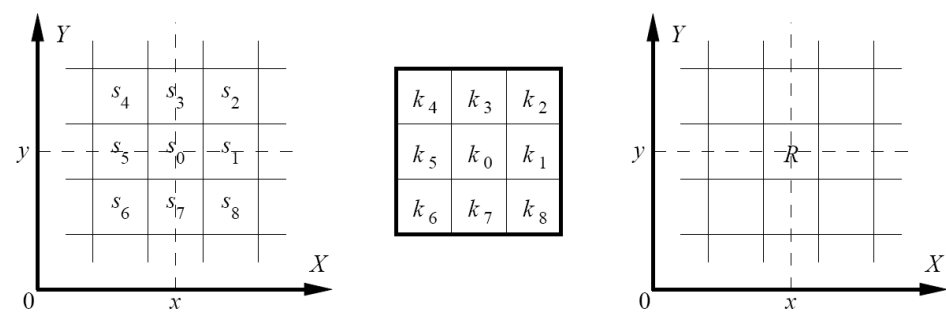


23

# 模板运算 --- 分类和实现原理

- 滤波器实现——> 邻域运算：

$$R = k_0s_0 + k_1s_1 + \cdots + k_8s_8$$



24

## 模板运算 --- 分类和实现原理

- 对于**3\*3**的模板，从编程实现的角度：

$$g(x, y) = w(-1, -1)f(x-1, y-1) + w(-1, 0)f(x-1, y) + \dots \\ + w(0, 0)f(x, y) + \dots w(1, 1)f(x+1, y+1)$$

- 推广到更一般情况，线性空间滤波可以表示为

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)f(x+s, y+t)$$

模板大小为

$$mn = (2a + 1) \times (2b + 1)$$

25

## 模板运算 --- 分类和实现原理

- 简化表达形式：

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{i=1}^{mn} w_i z_i$$

其中， $w_i$ 为模板系数

$z_i$  为与该系数对应的灰度值

$mn$  为模板中包含的像素点总数

26

## 模板运算 -- 分类和实现原理

- 模板要滑过图像的每一个像素，也就是要以图像的每一个像素为中心，逐行逐列进行滤波处理。
- 当对图像边界上的像素进行处理时，模板的某一行或某一列超出了图像的范围，解决办法有：
  - 将模板中心点的移动范围限制在距离图像边缘不小于 $(n-1)/2$ 个像素处。处理后的图像稍小。
  - 部分滤波板模处理
  - 补上另外的行和列

多级处理时  
每往后面  
一级，大小  
都会减小，

27

## 模板运算 -- 分类和实现原理

- 非线性空间滤波：
  - 基于邻域处理，模板要滑过所有像素。
  - 不能采用模板与窗口内的图像像素卷积的形式。

28

## 第三章 空域增强：模板操作

---

### 3.1 像素间联系

### 3.2 模板运算

### 3.3 线性滤波

### 3.4 非线性滤波

29

## 1. 线性平滑滤波

---

- 空间平滑滤波常用于

- 模糊处理

- 去除图像中一些琐碎的细节

- 桥接直线或曲线的缝隙

- 减小噪声

美颜, 文字识别

30

## 1. 线性平滑滤波

- **线性平滑滤波器**，也被称为均值滤波器，对模板覆盖范围内的像素进行简单平均运算。
- 本质上是一种低通滤波器，模板的所有系数都是正数，且模板系数之和为**1**。
- 空域低通滤波的去噪能力与它的模板大小有关，模板越大，去噪声能力越强；**图像越模糊**
- 空域低通滤波具有平滑的效果，在去除噪声的同时模糊了图像边缘、细节。

图像加法  
求和取平均  
方差变为1/4

→ 取平均的  
像素数  
越多

31

## 1. 线性平滑滤波

$$\frac{1}{9} \times$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

(1) 邻域平均

$$\frac{1}{16} \times$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

(2) 加权平均

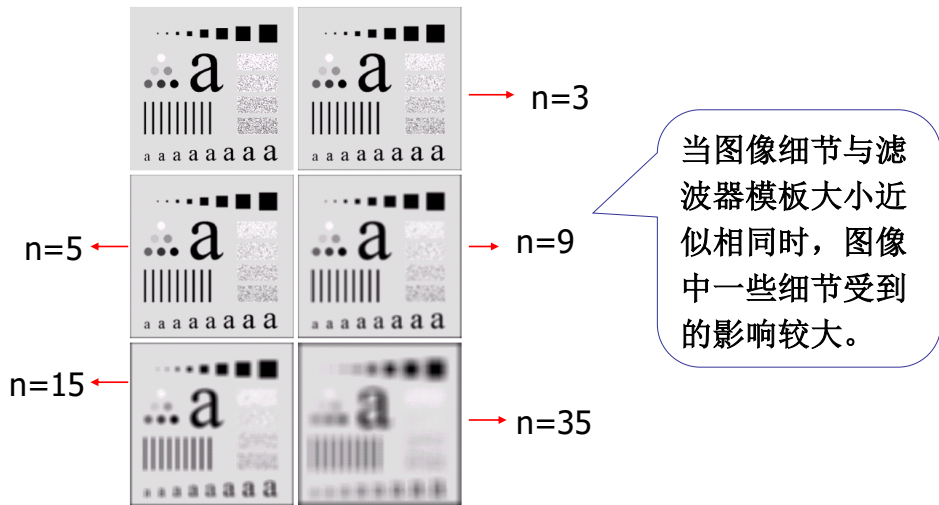
→ 对结果影响越大

(3) 高斯平均 (P61)

32



# 1. 线性平滑滤波

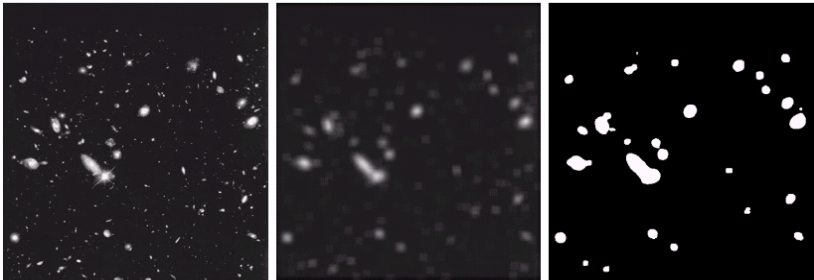


33

# 1. 线性平滑滤波

- 为了对感兴趣物体得到粗略的描述而模糊一幅图像
  - 较小物体与背景融合，较大物体变得易于检测
  - 掩模大小由那些希望融入背景中去的物体尺寸来决定

预处理手段



34



## 2. 线性锐化滤波

---

- 拉普拉斯算子
- 高频提升滤波

高斯平均：利用高斯分布计算

35



## 第三章 空域增强：模板操作

---

### 3.1 像素间联系

### 3.2 模板运算

### 3.3 线性滤波

### 3.4 非线性滤波

36

## 1. 非线性平滑滤波器

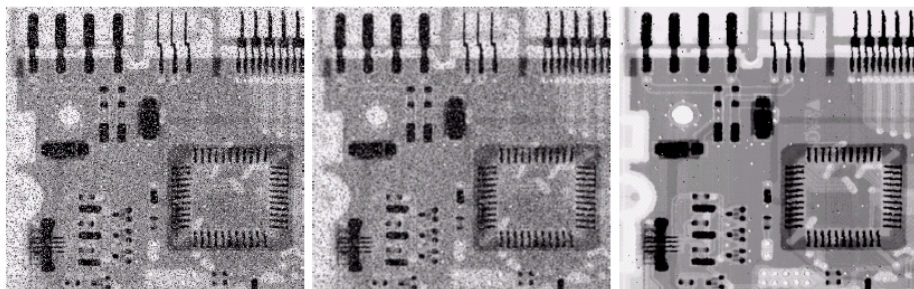
### 统计排序滤波器

- 是一种非线性滤波器
  - 响应取决于邻域中像素灰度值的排序结果
  - 用统计排序结果决定的值代替中心像素值
- 中值滤波器
  - 是统计排序滤波器中的一种
  - 对去除脉冲噪声非常有效（椒盐噪声）
  - 在保留图像细节信息方面，要远好于线性平滑滤波器

无法解释？

37

## 1. 非线性平滑滤波器



含椒盐噪声的  
图像

$3 \times 3$ 均值滤波

$3 \times 3$ 中值滤波

38



## 1. 非线性平滑滤波器

- 中值滤波步骤：
  - (1) 将模板中心与象素位置重合
  - (2) 读取模板下各对应象素的灰度值
  - (3) 将这些灰度值从小到大排成1列
  - (4) 找出这些值里排在中间的1个
  - (5) 将这个中间值赋给模板中心位置象素

39



## 1. 非线性平滑滤波器

- 中值滤波步骤：
  - (1) 将模板中心与象素位置重合
  - (2) 读取模板下各对应象素的灰度值
  - (3) 将这些灰度值从小到大排成1列
  - (4) 找出这些值里排在中间的1个
  - (5) 将这个中间值赋给模板中心位置象素

40

## 1. 非线性平滑滤波器

百分比（percentile）滤波器

中值滤波器是一个特例

最大值  $g_{\max}(x, y) = \max_{(s, t) \in N(x, y)} [f(s, t)]$

最小值  $g_{\min}(x, y) = \min_{(s, t) \in N(x, y)} [f(s, t)]$

中点滤波器

$$g_{\text{mid}}(x, y) = \frac{1}{2} \left\{ \max_{(s, t) \in N(x, y)} [f(s, t)] + \min_{(s, t) \in N(x, y)} [f(s, t)] \right\} = \frac{1}{2} \{g_{\max}(x, y) + g_{\min}(x, y)\}$$

41

## 2. 非线性锐化滤波器

(1) 基础

(2) 二阶微分—Laplacian算子

(3) 一阶微分—梯度算子

42

## 2. 非线性锐化滤波器

### (1) 基础

- 目的

- 突出图像中的细节
- 增强被模糊了的细节

- 实现方法

- 均值处理与积分类似—图像模糊
- 锐化处理可用微分实现
  - 增强边缘和其他突变（如噪声）
  - 消弱灰度变化缓慢的区域

拍照  
↓  
增加细节  
相当于积分

43

## 2. 非线性锐化滤波器

- 一阶微分定义为

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \underline{f(x+1) - f(x)}$$

- 二阶微分定义

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

44

## 2. 非线性锐化滤波器

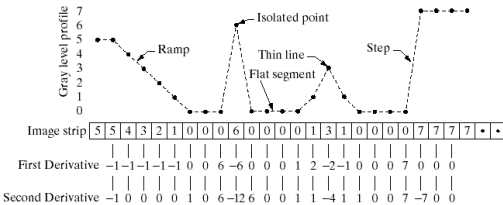
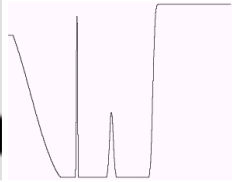
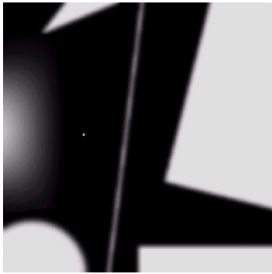
- 一阶微分的性质：
  - 在平坦段（灰度不变的区域）微分值为零
  - 在灰度阶梯或斜坡的起始点处微分值非零
  - 沿着斜坡面微分值非零
- 二阶微分的性质：
  - 在平坦区微分值必为零
  - 在灰度阶梯或斜坡的起始点处微分值非零
  - 沿着斜坡面微分值为零

45

## 2. 非线性锐化滤波器

a b c

**FIGURE 3.38**  
(a) A simple image. (b) 1-D horizontal gray-level profile along the center of the image and including the isolated noise point.  
(c) Simplified profile (the points are joined by dashed lines to simplify interpretation).



46

## 2. 非线性锐化滤波器

### ● 结论

- 一阶微分通常产生较宽的边缘
- 二阶微分处理对细节（如细线和孤立点）产生较强的响应
- 一阶微分一般对灰度阶梯有较强的响应
- 二阶微分对灰度阶梯变化产生双响应

噪声多  $\Rightarrow$  不用二阶微分  
脉冲噪声  $\Rightarrow$  不用微分

47

## 2. 非线性锐化滤波器

### (2) 二阶微分—Laplacian算子

- 最简单的各向同性微分算子是拉普拉斯算子，定义为

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Laplacian算子是线性算子。

48



## 2. 非线性锐化滤波器

- **x**方向上的二阶偏微分

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

- **y**方向上的二阶偏微分

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

- 二维拉普拉斯变换

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

49

平滑 → 系数之和为1  
锐化 → 系数之和为0

## 2. 非线性锐化滤波器

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1
0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

a b  
c d

**FIGURE 3.39**  
(a) Filter mask used to implement the digital Laplacian, as defined in Eq. (3.7-4). (b) Mask used to implement an extension of this equation that includes the diagonal neighbors. (c) and (d) Two other implementations of the Laplacian.

50

取绝对值

## 2. 非线性锐化滤波器

- 采用Laplacian算子进行图像增强的基本方法：

$$g(x,y) = \begin{cases} f(x,y) - \nabla^2 f(x,y) & \text{当Laplacian模板中心系数为负时} \\ f(x,y) + \nabla^2 f(x,y) & \text{当Laplacian模板中心系数为正时} \end{cases}$$

- 以第一种模板为例，上述操作可以简化为：

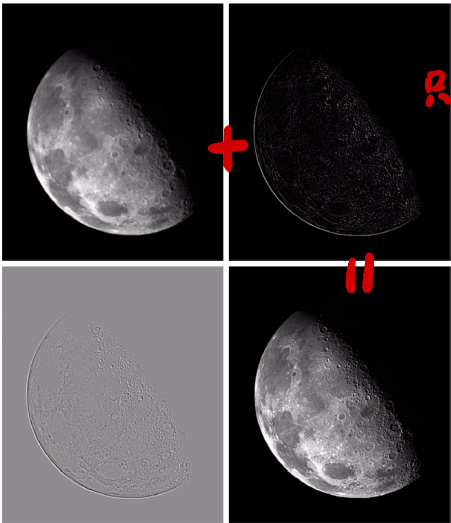
$$g(x,y) = 5f(x,y) - [f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1)]$$

只是增强

51

## 2. 非线性锐化滤波器

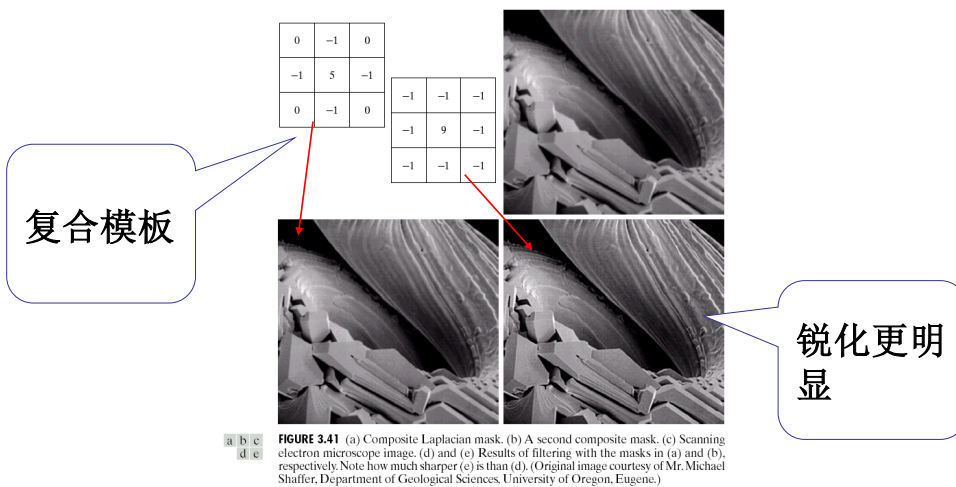
FIGURE 3.40  
(a) Image of the North Pole of the moon.  
(b) Laplacian-filtered image.  
(c) Laplacian image scaled for display purposes.  
(d) Image enhanced by using Eq. (3.7-5).  
(Original image courtesy of NASA.)



只保留高频  
细节

52

## 2. 非线性锐化滤波器



53

## 2. 非线性锐化滤波器

### (3) 一阶微分—梯度算子

- 一阶微分是通过梯度法来实现的
- $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  在坐标  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  上的梯度定义为一个二维列向量:

$$\nabla \vec{f} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} G_x & G_y \end{bmatrix}^T$$

- 这个向量的模值表示为

$$\|\nabla \vec{f}\| = \text{mag}(\nabla \vec{f}) = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2} = \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}$$

54

## 2. 非线性锐化滤波器

- 梯度向量
  - 线性算子
  - 不是旋转不变
- 向量模值
  - 非线性
  - 各向同性
  - 常常把梯度向量的模值称为梯度

55

## 2. 非线性锐化滤波器

- 近似计算

$$\|\vec{\nabla} f\| = |G_x| + |G_y|$$

简化后的梯度算子不具有各向同性的性质。

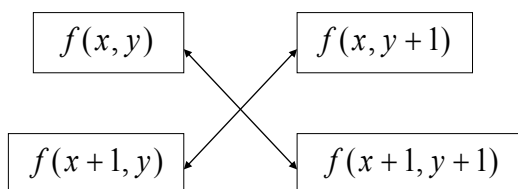
很少平方/开根

非各向同性

56

## 2. 非线性锐化滤波器

- Roberts算子



$$\|\nabla \vec{f}\| = |f(x+1, y+1) - f(x, y)| + |f(x+1, y) - f(x, y+1)|$$

57

## 2. 非线性锐化滤波器

- Sobel算子

$$S_x = [f(x+1, y-1) + 2f(x+1, y) + f(x+1, y+1)] \\ - [f(x-1, y-1) + 2f(x-1, y) + f(x-1, y+1)]$$

$$S_y = [f(x-1, y+1) + 2f(x, y+1) + f(x+1, y+1)] \\ - [f(x-1, y-1) + 2f(x, y-1) + f(x+1, y-1)]$$

$$\|\nabla \vec{f}\| = |S_x| + |S_y|$$

58

## 2. 非线性锐化滤波器

-1	0	0	-1
0	1	1	0

Roberts  
算子

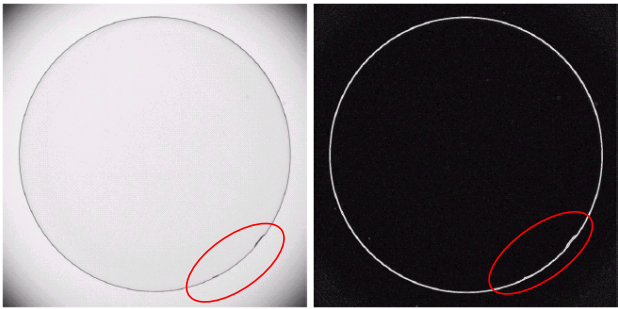
-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

Sobel  
算子

求梯度/边缘  
应用广泛

59

## 2. 非线性锐化滤波器



**FIGURE 3.45**  
Optical image of  
contact lens (note  
defects on the  
boundary at 4 and  
5 o'clock).  
(b) Sobel  
gradient.  
(Original image  
courtesy of  
Mr. Pete Sites,  
Perceptics  
Corporation.)

二阶微分边缘更强  
对噪声敏感

60



## 实验三

---

1. 对灰度图进行平滑滤波（采用邻域平均模板和高斯平均模板）

**lena\_noise.yuv starsky.yuv**

2. 对灰度图进行锐化滤波（分别采用拉普拉斯算子和**Sobel**算子）

**moon.yuv**