

通信工程专业《数字信号处理》(课程) 参考答案及评分标准

一、选择题 (每空 1 分, 共 20 分)

1. 序列 $x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}n\right)$ 的周期为 (A)。
A. 24
B. 2π
C. 8
D. 不是周期的
2. 有一连续信号 $x_a(t) = \cos(40\pi t)$, 用采样间隔 $T = 0.02s$ 对 $x_a(t)$ 进行采样, 则采样所得的时域离散信号 $x(n)$ 的周期为 (C)
A. 20
B. 2π
C. 5
D. 不是周期的
3. 某线性移不变离散系统的单位抽样响应为 $h(n) = 3^n u(n)$, 该系统是 (B) 系统。
A. 因果稳定
B. 因果不稳定
C. 非因果稳定
D. 非因果不稳定
4. 已知采样信号的采样频率为 f_s , 采样周期为 T_s , 采样信号的频谱是原模拟信号频谱的周期函数, 周期为 (A), 折叠频率为 (C)。
A. f_s
B. T_s
C. $f_s/2$
D. $f_s/4$
5. 以下关于序列的傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$ 说法中, 正确的是 (B)。
A. $X(e^{j\omega})$ 关于 ω 是周期的, 周期为 π
B. $X(e^{j\omega})$ 关于 ω 是周期的, 周期为 2π
C. $X(e^{j\omega})$ 关于 ω 是非周期的
D. $X(e^{j\omega})$ 关于 ω 可能是周期的也可能是非周期的
6. 已知序列 $x(n) = 2\delta(n-1) + \delta(n) - \delta(n+1)$, 则 $X(e^{j\omega})|_{\omega=0}$ 的值为 (C)。

14. 以下哪种描述不属于双线性变换 (A)。

- A. ω 和 Ω 是线性关系
- B. 不会产生频谱混叠现象
- C. s 平面和 z 平面是单值映射
- D. ω 和 Ω 是单值映射

15. 利用窗函数设计 FIR 滤波器, 为使滤波器的过渡带变小, 可通过 (A) 有效实现。

- A. 增加窗口长度
- B. 改变窗口形状
- C. 减少窗口长度
- D. 窗口长度不变

16. 窗函数法设计 FIR 滤波器时, 减小通带内波动以及加大阻带衰减只能从 (B) 上找解决方法。

- A. 过渡带宽度
- B. 窗函数形状
- C. 主瓣宽度
- D. 滤波器的阶数

二、判断题 (每题 1 分, 共 10 分。各题的答案只能是“对”或“错”, 要求分别用“√”或“×”表示)

- 1. $y(n) = x(n) \sin(\frac{2\pi}{9}n + \frac{\pi}{7})$ 是线性移不变系统。 (×)
- 2. 稳定系统的系统函数的收敛域必须包括单位圆。 (√)
- 3. 同一个 z 变换函数, 若收敛域不同, 对应的序列是不同的。 (√)
- 4. 系统函数 $H(z)$ 极点的位置主要影响幅频响应峰点的位置及形状。 (√)
- 5. 有限长序列的 DFT 在时域和频域都是离散的。 (√)
- 6. $x(n)$ 为 N 点有限长序列, $X(k) = DFT[x(n)]$ 为周期序列。 (×)
- 7. 在按频率抽取的基-2FFT 算法中, 先将 $x(n)$ 按 n 的奇偶分为两组。 (×)
- 8. 冲激响应不变法的频率变换关系是非线性的。 (×)
- 9. IIR 滤波器总是稳定的。 (×)
- 10. 窗谱中主瓣与旁瓣的相对比例由窗函数的形状决定。 (√)

三、简答题 (共 25 分)

1. (4 分) 简述 DTFT 和 z 变换之间, DTFT 与 DFT 之间的关系。

答: 单位圆上的 z 变换是 DTFT。

DFT 是 DTFT 在 $[0, 2\pi]$ 上的 N 点抽样。

2. (6 分) 对实信号进行谱分析, 要求谱分辨率 $F \leq 10\text{Hz}$, 信号最高频率 $f_h = 2.5\text{kHz}$, 试确定以下参

量: (1) 最小记录长度 T_0 ; (2) 抽样点间的最大时间间隔 T ; (3) 在一个记录中的最小抽样点数 N 。

答：最小记录长度 $T_0 = \frac{1}{F} = 0.1s$

抽样点间的最大时间间隔 $T = \frac{1}{2f_h} = \frac{1}{5000} = 0.2 \times 10^{-3}$

在一个记录中的最小抽样点数 $N = \frac{T_0}{T} = 500$

3. (4分) 试写出按时间抽取和按频率抽取的基 2-FFT 算法的蝶形运算公式，已知蝶形运算的输入分别用 $X_1(k)$ 和 $X_2(k)$ 表示，输出分别用 $Y_1(k)$ 和 $Y_2(k)$ 表示，系数用 W 表示。

答：DIT: $Y_1(k) = X_1(k) + WX_2(k)$; $Y_2(k) = X_1(k) - WX_2(k)$

DIF: $Y_1(k) = X_1(k) + X_2(k)$; $Y_2(k) = [X_1(k) - X_2(k)]W$

4. (6分) 某一个数字滤波器的流程图如图 1 所示，已知 $b_1 = b_2 = 0$, $a_1 = 0.5$, $a_2 = -0.5$, $a_3 = -1$, 试问该滤波器属于 IIR 滤波器还是 FIR 滤波器？是否具有线性相位？简要说明理由。

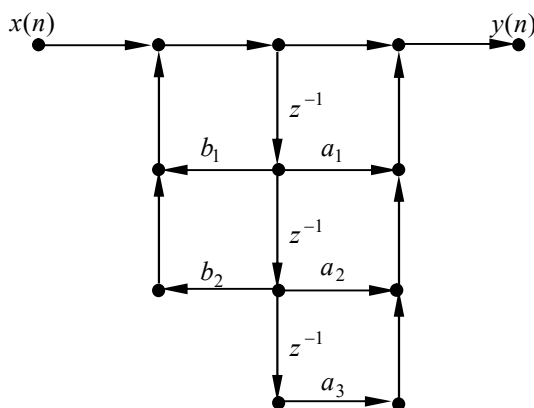


图 1

答：该滤波器属于 FIR 滤波器，因为不含反馈回路
具有线性相位，因为满足 $h(n) = -h(N-1-n)$

5. (5分) 试写出下列英文缩写字母的中文含义：IIR, FIR, DFT, DTFT, FFT。

答：IIR: 无限长单位抽样（冲激）响应

FIR: 有限长单位抽样（冲激）响应

DFT: 离散傅里叶变换

DTFT: 离散时间傅里叶变换

FFT: 快速傅里叶变换

四、计算题（共 45 分）

1. (6分) 设两个线性移不变因果稳定系统的 $h_1(n)$ 和 $h_2(n)$ 级联后的总单位抽样响应 $h(n)$ 为 $\delta(n)$ 。已知

知 $h_1(n) = \delta(n) - 0.5\delta(n-1)$, 求 $h_2(n)$ 。

解: $h_1(n) * h_2(n) = h(n)$

$$H_1(z)H_2(z) = H(z), \text{ 而 } H_1(z) = 1 - 0.5z^{-1}$$

$$\text{所以 } H_2(z) = \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}}, |z| > 0.5$$

$$h_2(n) = 0.5^n u(n)$$

2. (6分) 已知一个时域离散系统的流程图如图2所示, 其中 m 为一个实常数, (1) 试求系统函数 $H(z)$; (2) 若系统是因果的, 试求系统函数的收敛域; (3) m 取何值时, 该系统是因果稳定的。

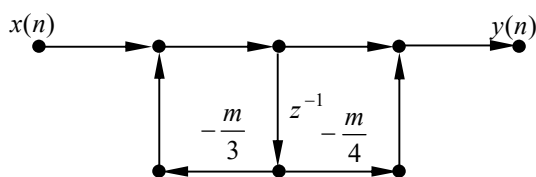


图 2

$$\text{解: } H(z) = \frac{1 - \frac{m}{4}z^{-1}}{1 + \frac{m}{3}z^{-1}}$$

若系统是因果的, 试求系统函数的收敛域 $|z| > \left|\frac{m}{3}\right|$ 。

$\left|\frac{m}{3}\right| < 1$, 即 $|m| < 3$, 该系统是因果稳定的。

3. (8分) 设信号 $x(n] = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)$, (1) 计算 $x(n]$ 与 $x(n]$ 的线性卷积 $y_1(n]$ (2) 计算 $x(n]$ 与 $x(n]$ 的 8 点圆周卷积 $y_2(n]$, 并与 (1) 的结果比较, 指出圆周卷积与线性卷积的关系。

$$\text{解: } y_1(n] = \{1, 2, 3, 2, 1\}$$

$$y_2(n] = \{1, 2, 3, 2, 1, 0, 0, 0\}$$

$y_2(n]$ 是 $y_1(n]$ 以 8 为周期, 周期延拓再取主值区间得到的

4. (9分) 已知一个有限长序列为 $x(n] = \{1, 0, 0, 3\}$, (1) 求它的 8 点 DFT $X(k]$; (2) 已知序列 $y(n]$ 的 8 点 DFT 为 $Y(k] = W_8^{4k} X(k]$, 求序列 $y(n]$; (3) 已知序列 $g(n]$ 的 8 点 DFT 为 $G(k] = X(k)Y(k]$, 求序列 $g(n]$

解：(1) $x(n) = \delta(n) + 3\delta(n-4)$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk} = \sum_{n=0}^7 [\delta(n) + 3\delta(n-4)]W_8^{nk} = 1 + 3W_8^{4k} = 1 + 3(-1)^k, 0 \leq k \leq 7$$

$$X(k) = \{4, -2, 4, -2, 4, -2, 4, -2\}$$

(2) 由 $Y(k) = W_8^{4k} X(k)$ 可知, $y(n)$ 与 $x(n)$ 的关系为

$$y(n) = x((n-4))_8 R_8(n) = \{3, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0\} = 3\delta(n) + \delta(n-4)$$

(3) $g(n)$ 为 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的 8 点圆周卷积

$$\begin{aligned} G(k) &= (1 + 3W_8^{4k})(1 + 3W_8^{4k})W_8^{4k} = (1 + 3W_8^{4k})(W_8^{4k} + 3W_8^{0k}) \\ &= W_8^{4k} + 3W_8^{0k} + 3W_8^{0k} + 9W_8^{4k} = 10W_8^{4k} + 6W_8^{0k} \\ g(n) &= 6\delta(n) + 10\delta(n-4) \end{aligned}$$

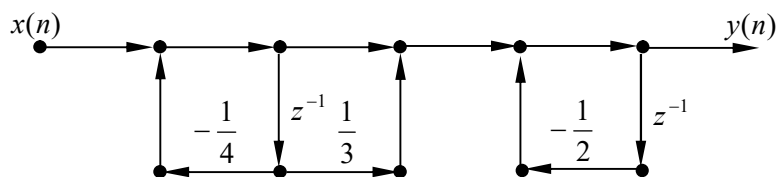
5. (8 分) 设 IIR 数字滤波器的系统函数为 $H(z) = \frac{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}{1 + \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}}$, 试求该滤波器的差分方程, 并用一

阶节的级联型以及一阶节的并联型结构实现之。(注: 级联型和并联型各画一种可能的结构即可)。

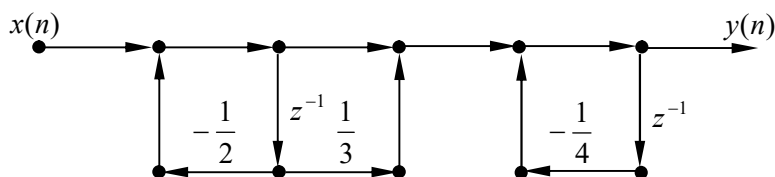
$$\text{解: } y(n) = x(n) + \frac{1}{3}x(n-1) - \frac{3}{4}y(n-1) - \frac{1}{8}y(n-2)$$

$$H(z) = \frac{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}{\left(1 + \frac{1}{4}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)}$$

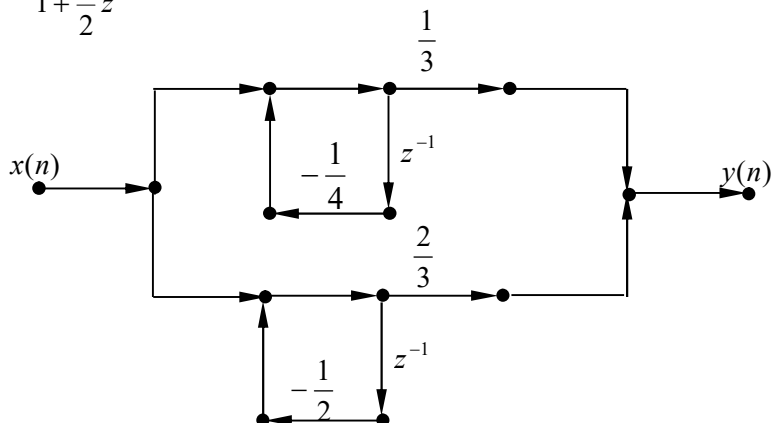
级联型



或



并联型 $H(z) = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{4}z^{-1}} + \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}$



6. (8分) 某二阶模拟低通滤波器的传输函数为 $H_a(s) = \frac{\Omega_c^2}{s^2 + \sqrt{3}\Omega_c s + 3\Omega_c^2}$ ，试用双线性变换设计一个

低通数字滤波器，并用直接 II 型结构实现之，已知低通数字滤波器的 3dB 截止频率为 $f_c = 1\text{kHz}$ ，系

统抽样频率为 $f_s = 4\text{kHz}$ 。(注： $C = \frac{2}{T}$ ， T 为抽样周期)

解： $\Omega'_c = \frac{2}{T} \cdot \text{tg}\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = \frac{2}{T}$ ； $H_a(s) = \frac{\left(\frac{2}{T}\right)^2}{s^2 + \sqrt{3}\left(\frac{2}{T}\right)s + 3\left(\frac{2}{T}\right)^2}$

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{2(1-z^{-1})}{1+z^{-1}}} = \frac{\left(\frac{2}{T}\right)^2}{s^2 + \sqrt{3}\left(\frac{2}{T}\right)s + 3\left(\frac{2}{T}\right)^2} \Big|_{s=\frac{2(1-z^{-1})}{1+z^{-1}}}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2 + \sqrt{3}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) + 3} = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{4 + \sqrt{3} + 4z^{-1} + (4 - \sqrt{3})z^{-2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4 + \sqrt{3}} + \frac{2}{4 + \sqrt{3}}z^{-1} + \frac{1}{4 + \sqrt{3}}z^{-2}}{1 + \frac{4}{4 + \sqrt{3}}z^{-1} + \frac{4 - \sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}z^{-2}}$$

直接 II 型

注：计算结果不正确但思路正确可酌情给分

