《数字信号处理》期末总结

第一章 绪论

1、理解数字频率的概念，掌握数字频率与模拟频率的关系

$$\omega = \Omega T = 2\pi \frac{f}{f_s}$$

2、掌握序列周期性判断方法,会求周期

$$x(n) = A\sin(n\omega_0 + \phi) \qquad x(n) = e^{j\omega_0 n}$$

3、线性、时不变、因果、稳定系统的判断

第二章 DTFT

1. 掌握序列的傅立叶变换(DTFT)的定义

$$\begin{cases} X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega \cdot n} \\ x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \end{cases}$$

$$x(n) \Leftrightarrow X(e^{j\omega})$$

离散、非周期序列 $\longleftrightarrow$ 周期(2π)、连续的频谱

2. 掌握序列的傅立叶变换(DTFT)与Z变换的关系

$$X(z)\big|_{z=e^{j\omega}} = X(e^{j\omega})$$

第二章 DTFT

3. 掌握序列的傅立叶变换(DTFT)的性质

线性性质、时域移位性质、频域移位性质

对称性质

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|X(e^{j\omega})|^2 d\omega$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{Re}[x(n)] \leftrightarrow X_e(e^{j\omega}) \\ j\,\mathrm{Im}[x(n)] \leftrightarrow X_o(e^{j\omega}) \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_e(n) \leftrightarrow \mathrm{Re}[X(e^{j\omega})] \\ x_o(n) \leftrightarrow j\,\mathrm{Im}[X(e^{j\omega})] \end{array}}$$

$$x(n) = x_e(n) + x_o(n) \qquad \begin{cases} x_e(n) = \dfrac{1}{2}[x(n) + x^*(-n)] \\ x_o(n) = \dfrac{1}{2}[x(n) - x^*(-n)] \end{cases}$$

第二章 DTFT

4.离散系统的表示

系统的**单位冲激响应**、**系统函数**以及系统的**频率响应函数**分别用什么符号表示？它们之间的关系是什么？

***H*(z)的收敛域必须包含单位圆，系统才稳定**

第三章 DFT

1.理解4种形式的傅立叶变换的两个域之间的对应关系

连续←→非周期性　　离散←→周期性

2.掌握离散傅里叶变换的定义，理解DFT隐含周期性

$$\begin{cases} X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} & 0 \le k \le N-1 \\ x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-nk} & 0 \le n \le N-1 \end{cases}$$

$$X(0)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)$$

$$x(0)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)$$

x(n)的DFT结果与变换区间长度N的取值有关

3. 掌握DFT与序列z变换、DTFT的关系

$$X(k)=X(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}=X(z)\Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}$$

4. 离散傅里叶变换的性质及应用

1)序列的圆周移位

$$y(n) = x((n+m))_N R_N(n)$$

$$Y(k) = X(k) W_N^{-km}$$

2)对偶性

$$x(n) \xleftrightarrow{\text{DFT}} X(k)$$

$$X(n) \xleftrightarrow{\text{DFT}} N \cdot x((-k))_N R_N(k)$$

3) 对称性质

$$\mathrm{Re}[x(n)] \leftrightarrow X_{ep}(k) \qquad \boldsymbol{x_{ep}(n)} \leftrightarrow \mathrm{Re}[X(k)]$$

$$j\,\mathrm{Im}[x(n)] \leftrightarrow X_{op}(k) \qquad x_{op}(n) \leftrightarrow j\,\mathrm{Im}[X(k)]$$

$$\boldsymbol{x_{ep}(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(N-n)]} \qquad \boldsymbol{x_{op}(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x^*(N-n)]}$$

4. 离散傅里叶变换的性质及应用

4） DFT形式下的帕赛瓦定理

$$\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$$

5）圆周卷积定理

$$x_1(n) \ Ⓝ \ x_2(n) \xleftrightarrow{\text{DFT}} X_1(k)X_2(k)$$

$$x_1(n)x_2(n) \leftrightarrow \frac{1}{N}X_1(k) \ Ⓝ \ X_2(k)$$

6）圆周卷积与周期卷积的关系

$$x_1(n) \ Ⓝ \ x_2(n)=((x_1(n)*x_2(n)))_N R_N(n)$$

5、掌握频域采样理论

$$\underset{\text{M点}}{x(n)} \xrightarrow{\text{DTFT}} X(e^{j\omega}) \xrightarrow{\text{N点采样}} \underset{\text{N点}}{X(k)} \xrightarrow{\text{IDFT}} x_N(n)$$

$$x_N(n) = x((n))_N R_N(n)$$

只有当频域采样点数N满足 N ≥ M，才有

$$x_N(n) = x((n))_N R_N(n) = x(n)$$

6.理解利用DFT逼近模拟信号的傅立叶变换时存在的三种误差及其形成的原因、改进的办法。

7.掌握利用DFT逼近模拟信号的傅立叶变换时下列参数的定义及它们之间的关系

T_0：**信号记录长度**

F0 频率分辨力(单位:Hz)

N：采样点数

T：时域采样间隔

f_h：信号最高频率

f_s：信号采样频率

$$F_0 = \frac{1}{T_0} \quad f_s = \frac{1}{T}$$

$$F_0 = f_s / N$$

$$N = T_0 / T = f_s / F_0$$

$$f_s \geq 2 f_h$$

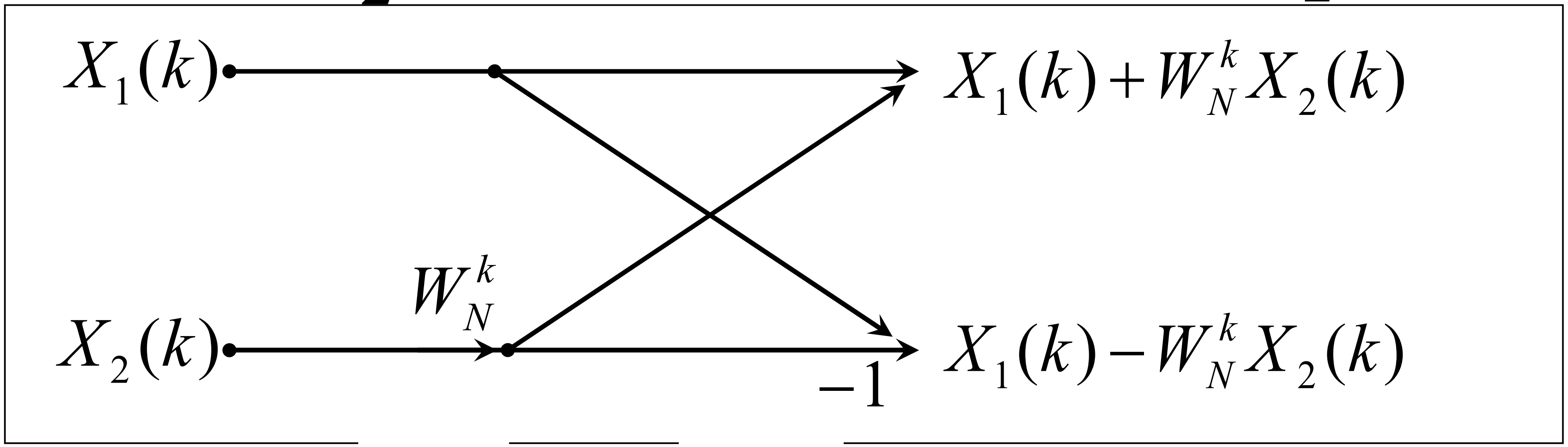
第四章

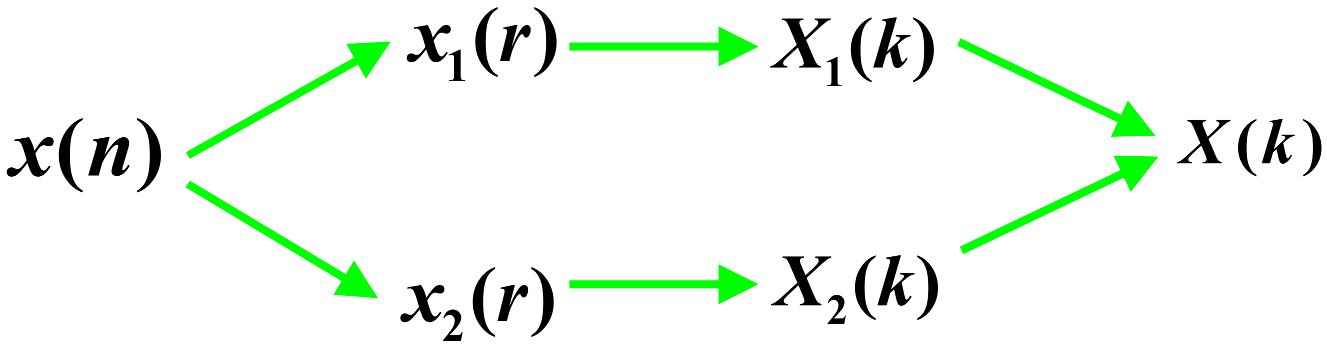
1.理解DIT的基-2 FFT算法原理，掌握DIT流图；

2. 理解DIF的基-2 FFT算法原理，掌握DIF流图；

1. 时间抽取蝶形运算流图符号（奇偶分）

$$\begin{cases} X(k) = X_1(k) + W_N^k X_2(k) & k = 0,1,\ldots,\dfrac{N}{2}-1 \\[2ex] X(k+\dfrac{N}{2}) = X_1(k) - W_N^k X_2(k) & k = 0,1,\ldots,\dfrac{N}{2}-1 \end{cases}$$

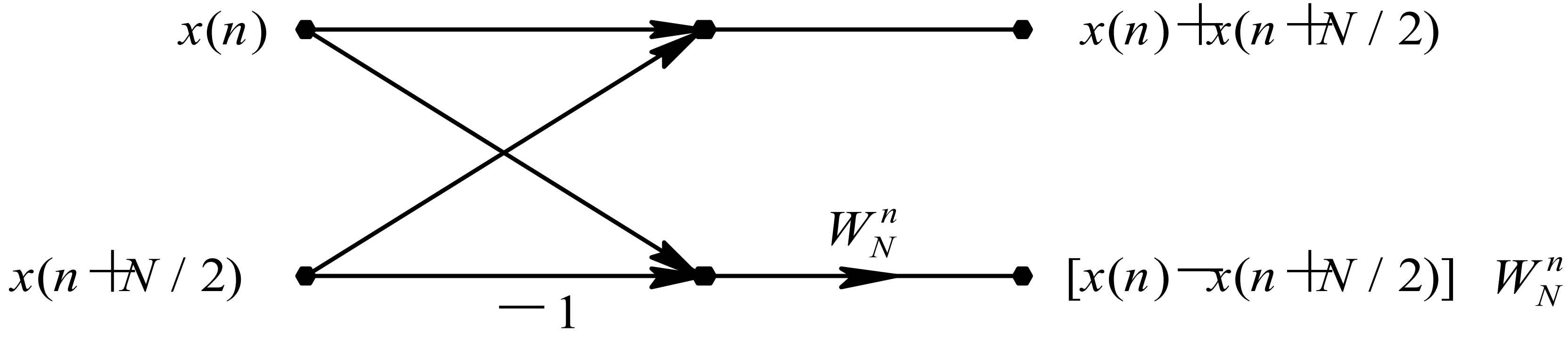




2. 频率抽取蝶形运算流图符号（前后分）

$$\begin{cases} x_1(n) = x(n) + x(n+N/2) \\ x_2(n) = \left(x(n) - x(n+N/2)\right)\cdot W_N^n \end{cases} \qquad n = 0,1,\ldots,\frac{N}{2}-1$$

$$\begin{cases} X(2r) = \sum\limits_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x_1(n) W_{N/2}^{nr} \\ X(2r+1) = \sum\limits_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x_2(n) W_{N/2}^{nr} \end{cases} \qquad r = 0,1,\ldots,\frac{N}{2}-1$$



第四章

3. 掌握直接计算DFT和基2 FFT算法的运算量计算

4.掌握离散傅立叶反变换（IDFT）的快速计算方法

——重点强调如何用FFT实现IFFT

5.掌握FFT算法的应用

1）实序列的FFT算法

2）线性卷积的FFT算法

第五章

1. 掌握IIR滤波器和FIR滤波器的定义及各自的特点

2. 掌握IIR滤波器直接II型、级联型、并联型结构；

3. 掌握FIR滤波器直接型、级联型、线性相位型结构。

第六章

1.掌握最小相位系统的**概念**，**零极点分布**特性

2. 全通系统

全通系统的的**概念**、**零极点分布**特性及**应用**

全通系统的系统函数

$$H_{ap}(z) = \pm \frac{z^{-N} + a_1 z^{-N+1} + a_2 z^{-N+2} + \cdots + a_N}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_N z^{-N}}$$

第六章

3.设计模拟低通滤波器

根据设计指标，设计模拟低通滤波器 $\begin{cases} \text{巴特沃思} \\ \text{切比雪夫I型} \end{cases}$

通带截止频率 Ω_p 通带衰减(波纹) δ_p
阻带截止频率 Ω_s 阻带衰减(波纹) δ_s

1）根据指标计算滤波器阶数N

2）查表得到滤波器归一化系统函数$H_{aN}(s)$、d_0

3）去归一化得到系统函数$H(s)$　　$s \leftarrow s/\Omega_c$　s/Ω_p

$$\Omega_c = \frac{\Omega_s}{\sqrt[2N]{10^{\delta_s/10} - 1}}$$

$$N \geq \frac{\lg \dfrac{10^{0.1\delta_s} - 1}{10^{0.1\delta_p} - 1}}{2\lg \Omega_s / \Omega_p}$$

第六章

4. 模拟滤波器转化为数字滤波器：$H(s) \rightarrow H(z)$

1）冲激响应不变法 $h(n) = Th_a(t)\big|_{t=nT}$

$$H(s) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{s - s_k} \Rightarrow H(z) = \sum_{k=1}^{N} \frac{TA_k}{1 - e^{s_k T} z^{-1}}$$

$\begin{cases} \text{优点：频率变换呈线性关系 } \omega = \Omega T \\ \text{缺点：频率混叠失真} \end{cases}$

2）双线性变换法

$$H(z) = H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

$\begin{cases} \text{优点：消除了频率混叠失真} \\ \text{缺点：存在严重的非线性频率变换} \end{cases}$

$$\Omega = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

第六章

5.数字域的频率转换

全通函数

$$H_L(z) \xrightarrow{z^{-1}=G(Z^{-1})} H_d(Z)$$

转换不用背公式

第六章

设计IIR数字滤波器的步骤

1)由要求的选频滤波器（高通、带通、带阻）的设计指标，得出低通数字滤波器的设计指标

2)由低通数字滤波器的设计指标得出模拟低通滤波器的设计指标（当用双线性法转换时需要预畸变）

3)设计模拟低通滤波器（巴特沃思、切比雪夫I）

4)将模拟低通滤波器转换为数字低通滤波器（冲激响应不变法、双线性变换法)

5)将数字低通滤波器转换为所要求的选频滤波器（数字域转换)

第7章

1.掌握FIR滤波器具有线性相位的条件：

线性相位*FIR*：$h(n)$是实数

$$h(n)=\pm h(N-1-n)$$

2. 掌握线性相位FIR滤波器相位特性

$$H(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}$$

$$=H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

$$h(n)=h(N-1-n)\Rightarrow\theta(\omega)=-\tau\omega$$

$$h(n)=-h(N-1-n)\Rightarrow\theta(\omega)=\beta-\tau\omega$$

第7章（续）

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

2. 线性相位FIR滤波器幅度函数

$$= H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

FIR分四种类型

$$h(n)\begin{cases}\text{偶对称} \\ \text{奇对称}\end{cases} \qquad N\begin{cases}\text{偶数} \\ \text{奇数}\end{cases}$$

3. 掌握线性相位FIR滤波器的零点分布特点及应用

4. 掌握FIR滤波器的窗函数设计方法

1）窗函数设计思路：$H_d(e^{j\omega}) \Rightarrow h_d(n) \Rightarrow h_d(n)w(n)$

$$\Downarrow$$

$$H(e^{j\omega}) \Leftarrow h(n)$$

根据阻带衰减选定窗函数；

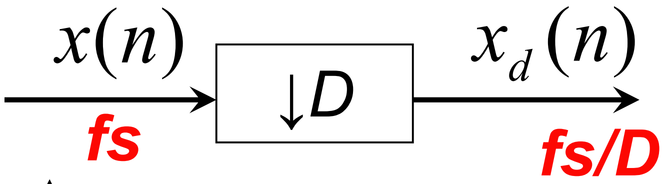
根据过渡带宽确定N值。

2）加窗处理对理想频率响应的影响

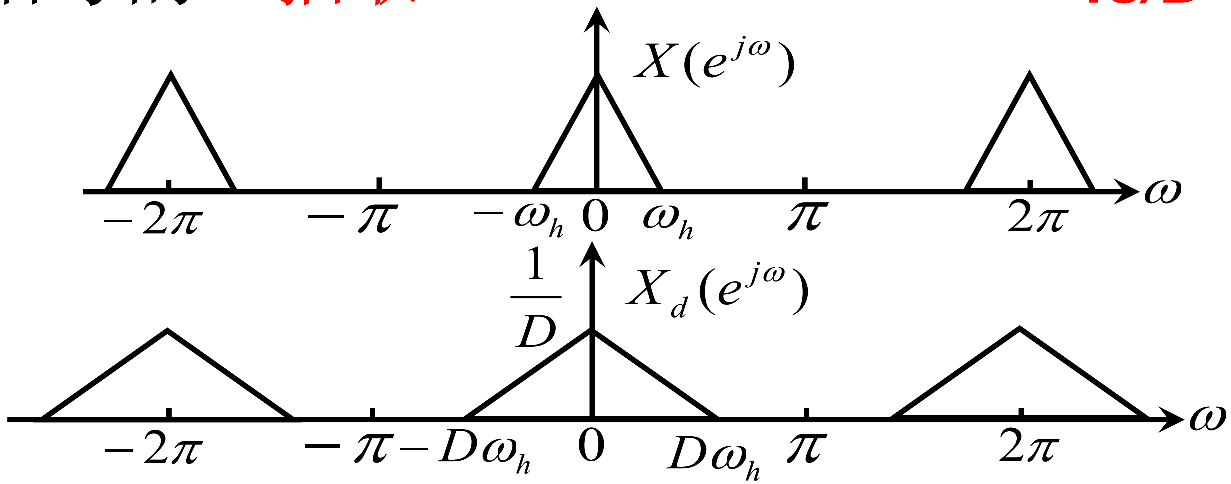
第8章

1. 理解序列插值与抽取的基本理论；
2.掌握序列插值、抽取前后频谱的变化；
3.掌握信号抽样率的转换方法

信号的“抽取”

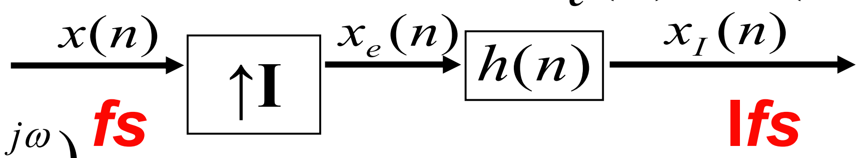


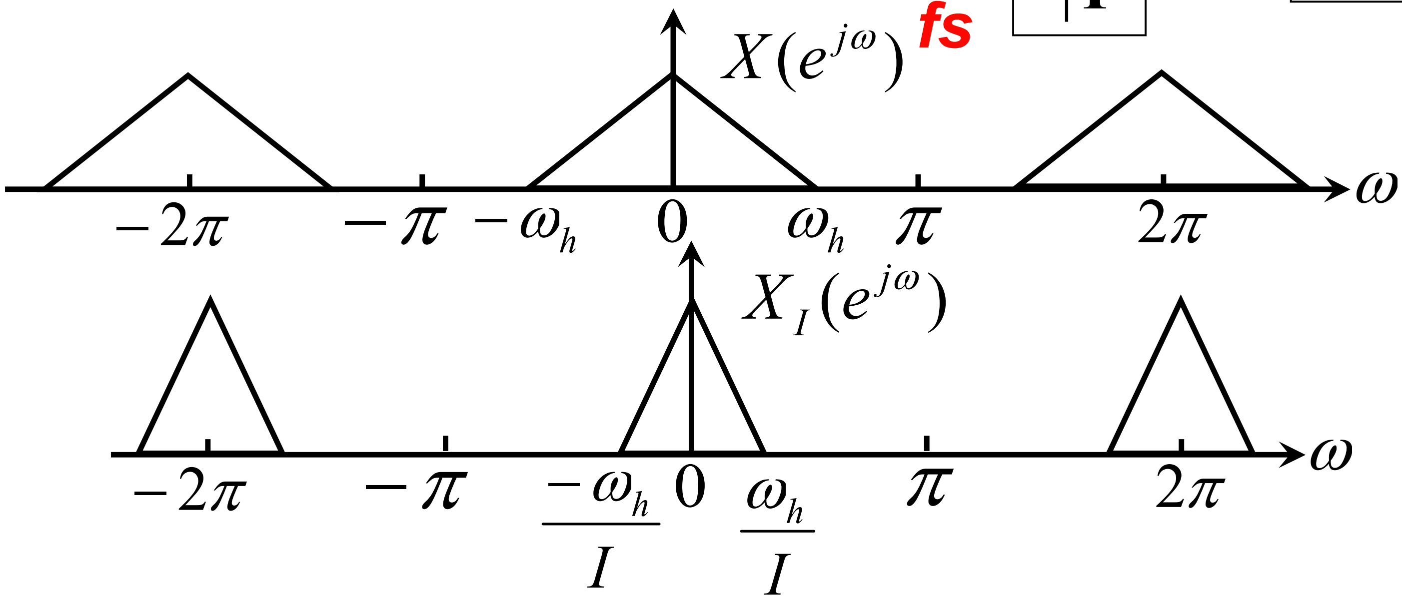
$$x_d(n) = x(Dn)$$



$$\boldsymbol{x_e(n) = x(n / I)}$$

信号的“插值”





第3章习题讲解

1. 3-9 3-10 3-11 3-12 3-13 3-26　圆周卷积

$$x_1(n) \circledN x_2(n) = \left(\left(\boldsymbol{x_1(n) * x_2(n)}\right)\right)_N \boldsymbol{R_N(n)}$$

$$x_1(n) \circledN x_2(n) \xleftrightarrow{\text{DFT}} X_1(k)X_2(k)$$

2. 3-14 3-16　DFT的对称性质、定义式、能量定理

x(n)是实数序列，X(k)圆周共轭对称 $X(k) = X^*(N-k)$

$$x(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-nk} \qquad \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2$$

3. 3-22 3-24(2)　DFT性质　4. 3-18 3-19　用DFT分析频谱

第3章习题讲解

3. 3-22 3-24(2) DFT性质

$$y(n)=x((n+m))_N R_N(n) \qquad Y(k)=X(k)W_N^{-km}$$

$$\mathrm{Re}[x(n)] \quad \leftrightarrow \quad X_{ep}(k) \qquad x_{ep}(n) \quad \leftrightarrow \quad \mathrm{Re}[X(k)]$$

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk} \qquad x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-nk}$$

4. 3-18 3-19 用DFT分析频谱