

第二章 逻辑代数基础

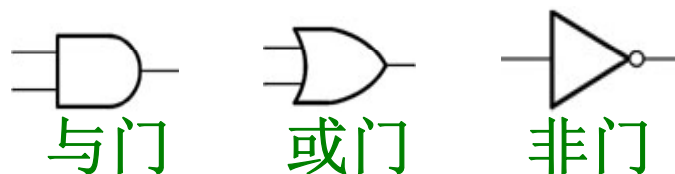
1. 数制与码制
2. 逻辑代数基础
4. 组合逻辑电路
5. 半导体存储电路
3. 集成门电路
6. 时序逻辑电路
7. 脉冲产生及整形
8. A/D, D/A 转换

时序逻辑电路Chapter6

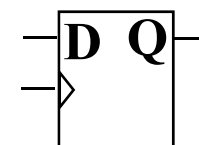
(计数器, 寄存器, 状态控制器)

组合逻辑电路Chapter4

(编码器, 译码器, 选通器, 加法器)



逻辑门及逻辑运算Chapter2

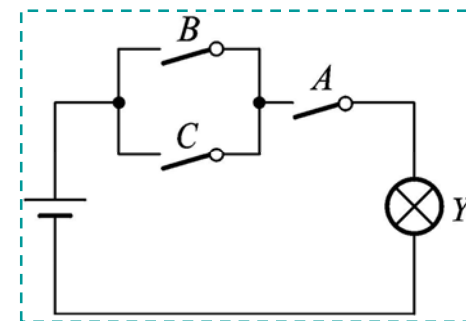
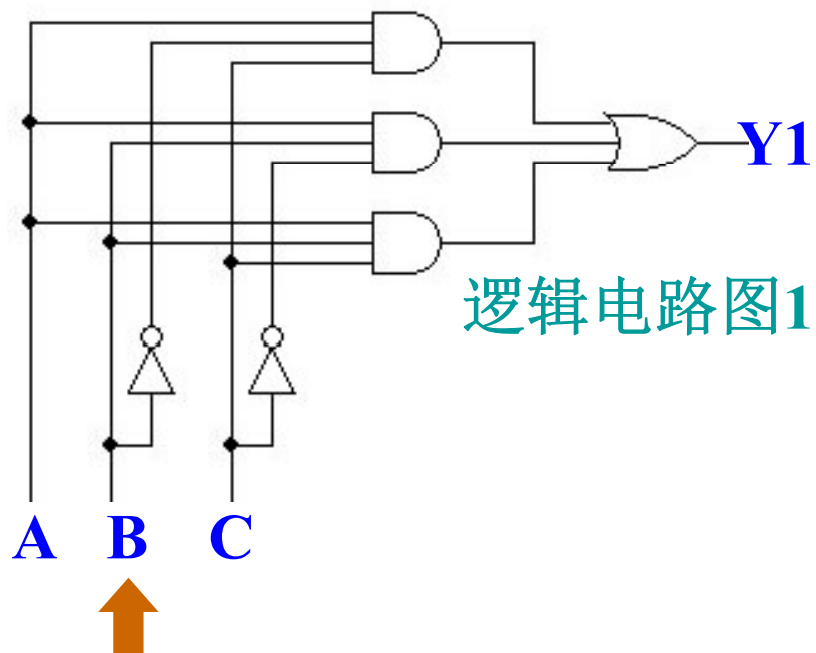


触发器

Chapter5

第二章 逻辑代数基础

- 2. 1 基本逻辑运算和逻辑门
- 2. 2 逻辑函数及其表示方法
- 2. 3 逻辑运算公式, 定理及化简
- 2. 4 逻辑函数的标准形式
- 2. 5 逻辑函数的化简方法 (K图)



真值表

ABC	Y
000	0
001	0
010	0
011	0
100	0
101	1
110	1
111	1

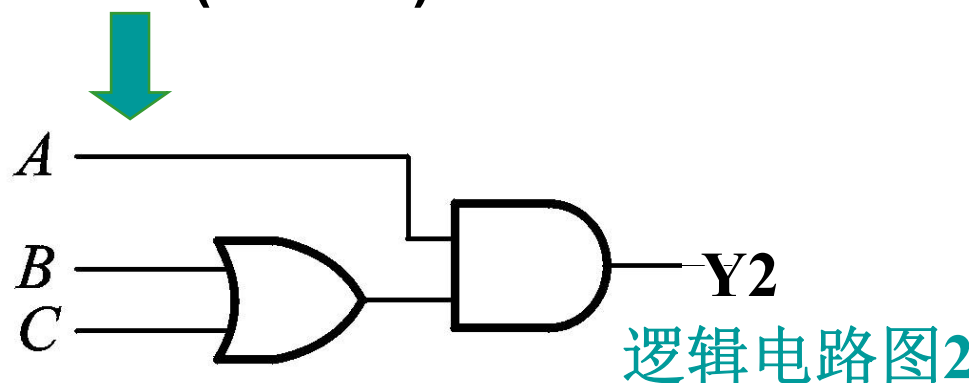
函数1

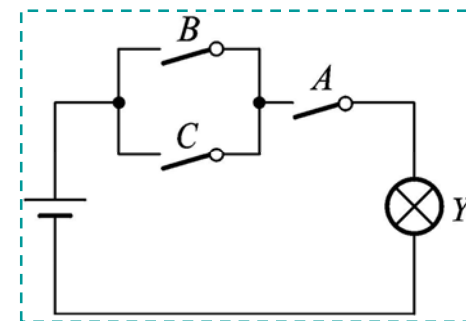
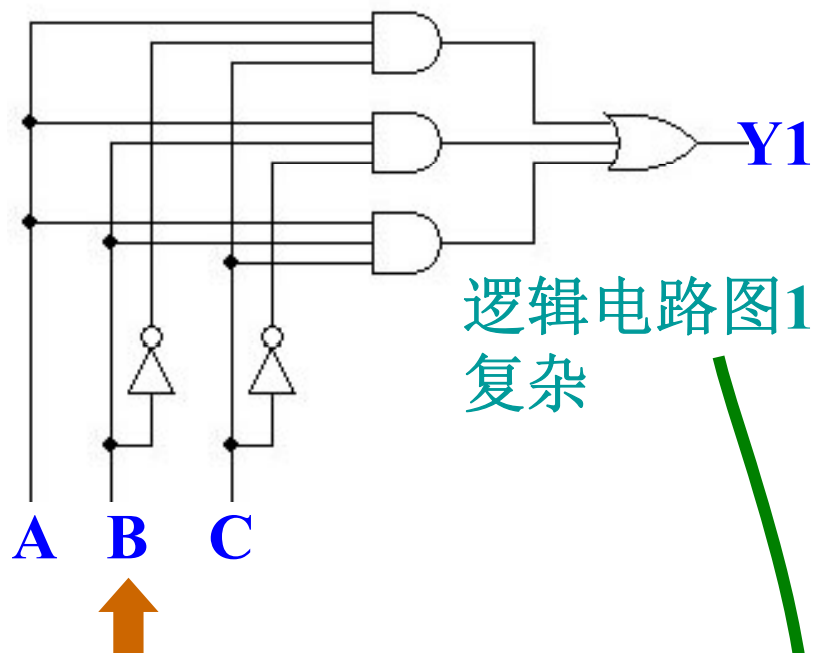
$$Y1 = AB'C + ABC' + ABC$$

↑ 相等

函数2

$$Y2 = A (B + C)$$





真值表

ABC	Y
000	0
001	0
010	0
011	0
100	0
101	1
110	1
111	1

函数1

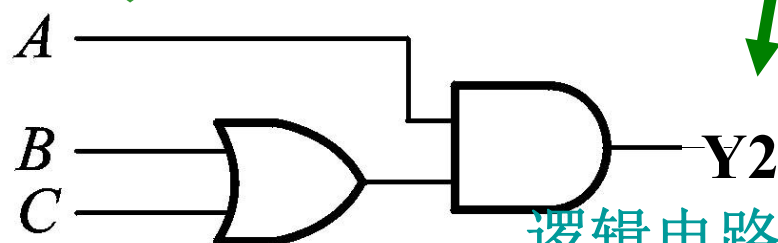
$$Y1 = AB'C + ABC' + ABC$$



怎样化简逻辑函数？

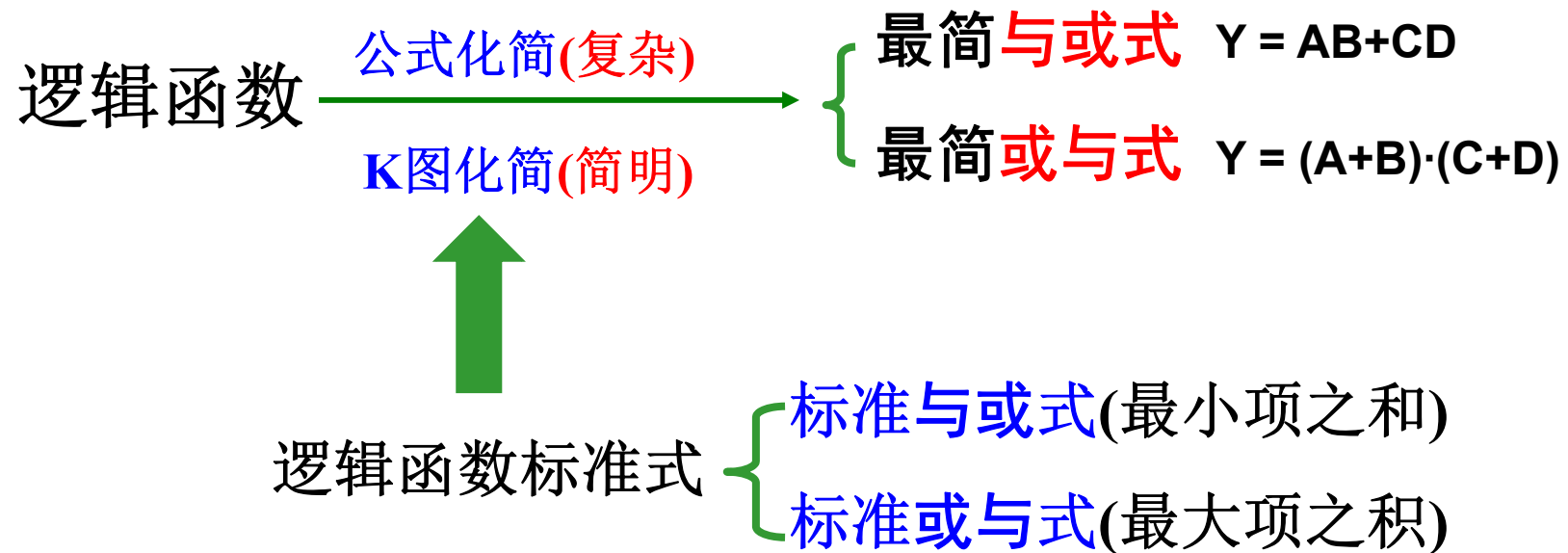
函数2

$$Y2 = A(B + C)$$



怎样
化简电路？

2.5.1 逻辑函数的化简方法(K图)



例1 已知真值表如下，求逻辑函数Y的标准与或式，并化简成最简与或式。

真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

K图 (卡诺图)

		BC			
A		00	01	11	10
	0				
	1				

真值表

一一对应

K图




真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

K图 (卡诺图)

		BC			
		00	01	11	10
A	0	000 ①	001 ②	011 ③	010 ④
	1	100 ⑤	101 ⑥	111 ⑦	110 ⑧



真值表

一一对应



K图

真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

K图（卡诺图）

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
	1	0	0	1	1

从真值表到卡诺图,仅仅改变了一下形式,
有什么好处呢? 有利于函数化简, 从标准式化简

真值表

	A	B	C	Y
A'B'C'	0	0	0	0
A'B'C	0	0	1	1
A'BC'	0	1	0	0
A'BC	0	1	1	1
AB'C'	1	0	0	0
AB'C	1	0	1	0
ABC'	1	1	0	1
ABC	1	1	1	1

K图 (卡诺图)

		BC			
		00	01	11	10
A	0	000 A'B'C'	001 A'B'C	011 A'BC	010 A'BC'
	1	100 AB'C'	101 AB'C	111 ABC	110 ABC'

真值表 ↔ K图

标准式

标准与或式(最小项之和)
标准或与式(最大项之积)

真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

K图（卡诺图）

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
	1	0	0	1	1

$$Y(A,B,C) = A'B'C + A'BC + ABC + ABC'$$

逻辑相邻

逻辑相邻

$$= A'C(B'+B) + AB(C'+C)$$

$$= A'C + AB$$

问题：不易发现逻辑相邻

真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

K图（卡诺图）

几何相邻=逻辑相邻

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1 $A'B'C$	1 $A'BC$	0
	1	0	0	1 ABC	1 ABC'

$$Y(A,B,C) = A'B'C + A'BC + ABC + ABC'$$

逻辑相邻

逻辑相邻

$$= A'C(B'+B) + AB(C'+C)$$

$$= A'C + AB$$

真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

K图 (卡诺图)

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
	1	0	0	1	1

$$Y(A,B,C) = \underbrace{A'B'C + A'BC}_{A'C} + \underbrace{ABC + ABC'}_{AB}$$

$$= A'C + AB$$

K图

格雷码

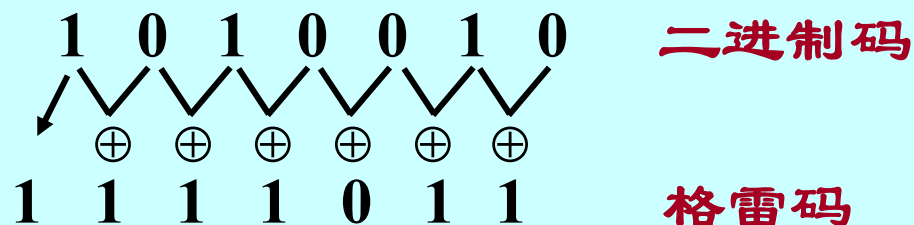
逻辑相邻
几何相邻

格雷码(gray)与自然二进制码之间的转换

例2 将二进制数 $(1010010)_2$ 转成格雷码, 再将格雷码转成二进制数

- 自然二进制码 \longrightarrow 格雷码

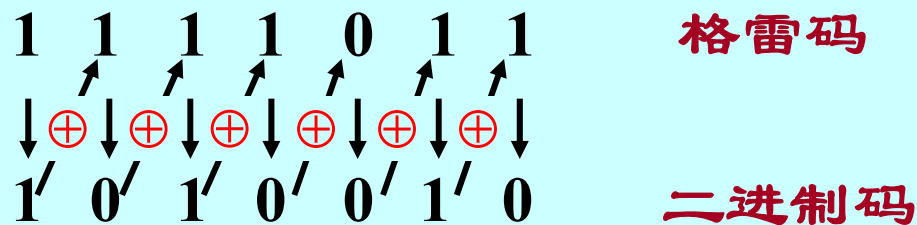
例：将二进制数 $(1010010)_2$ 转换为格雷码



码距为1

- 格雷码 \longrightarrow 自然二进制码

例：将格雷码 $(1111011)_{G.C.}$ 转换为二进制数



		00	01	10	11	自然码
		BC				
A \	BC	00	01	11	10	格雷码
0	1	1	1	1	1	
1	0	0	1	1	1	

00	01	10	11	自然码
??	??	??	??	格雷码

000	001	010	011	100	101	110	111	自然码
000	001	011	010	110	111	101	100	格雷码

自然码

格雷码

二变量卡诺图

$A \backslash B$	0	1
0	0	1
1	2	3

三变量卡诺图

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

四变量卡诺图

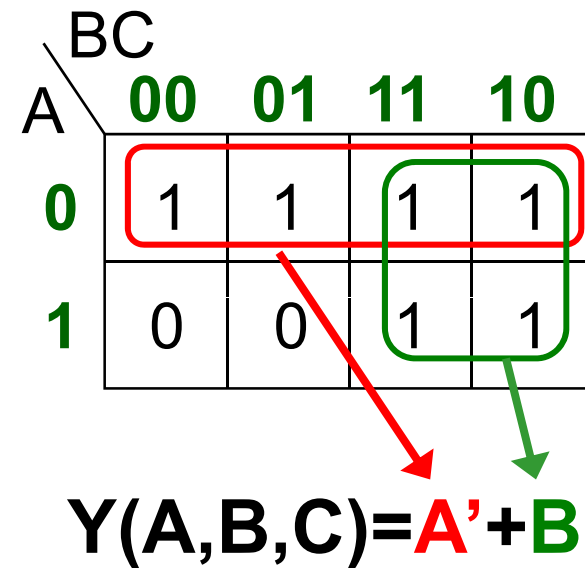
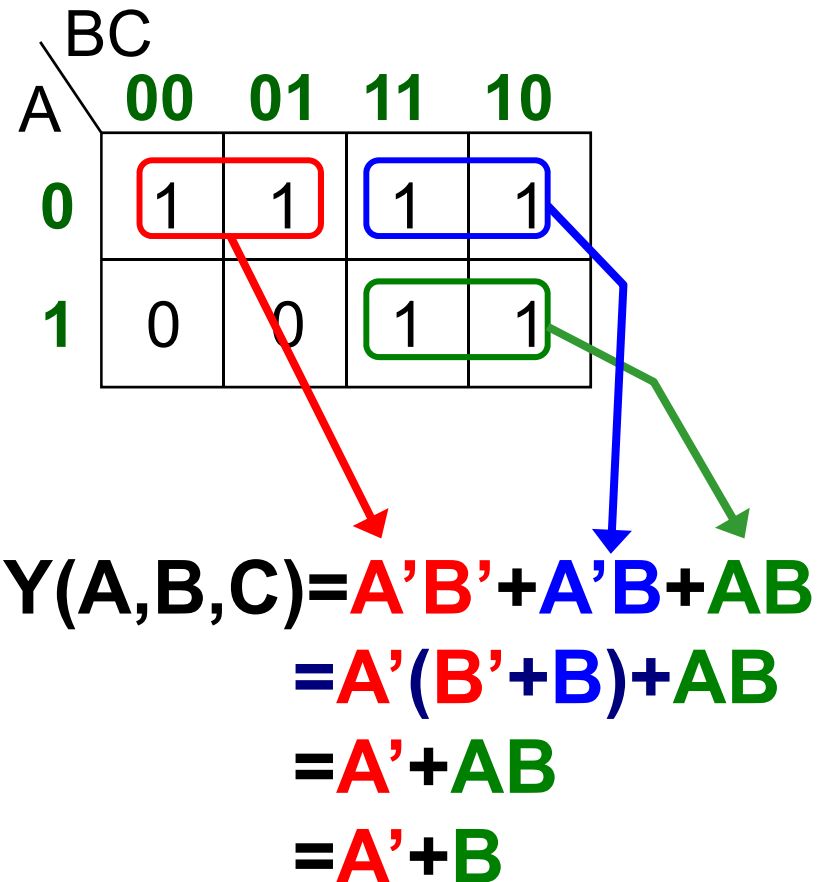
$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

圈个数 $\rightarrow 2^n$

- K图化简原则

1) 乘积项最少---圈最少, 与门少

2) 乘积项中变量最少---圈最大, 与门输入端少



注意

K图可重复圈, $A + A = A$

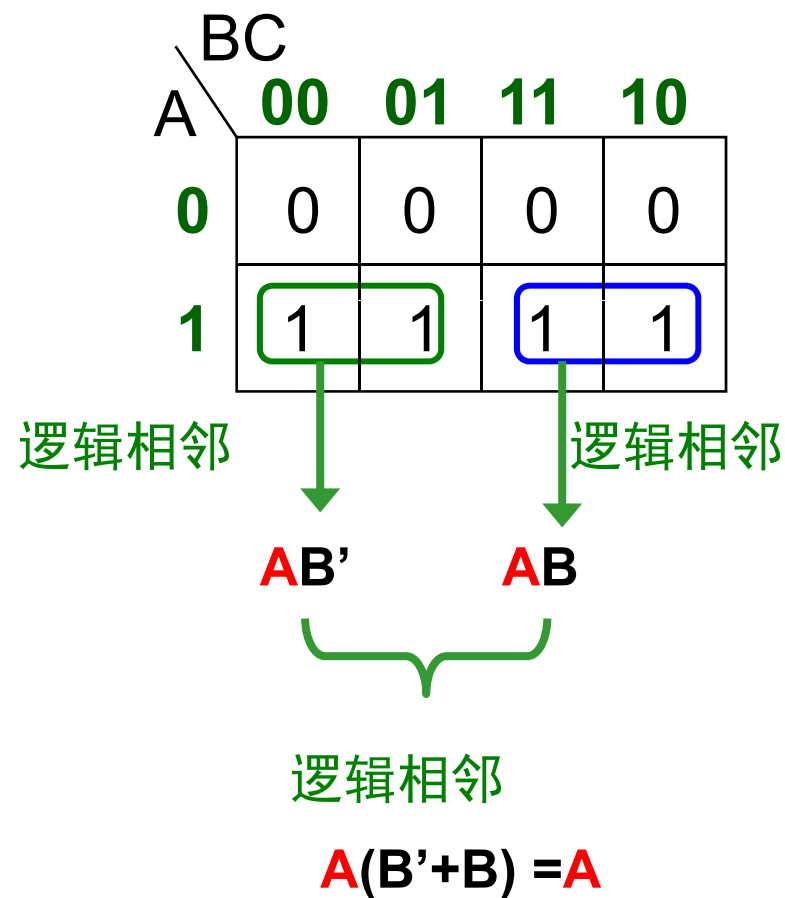
- K图化简原则

1) 乘积项最少---圈最少,与门少

2) 乘积项中变量最少---圈最大,与门输入端少

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

圈最大 ✓



- K图化简原则

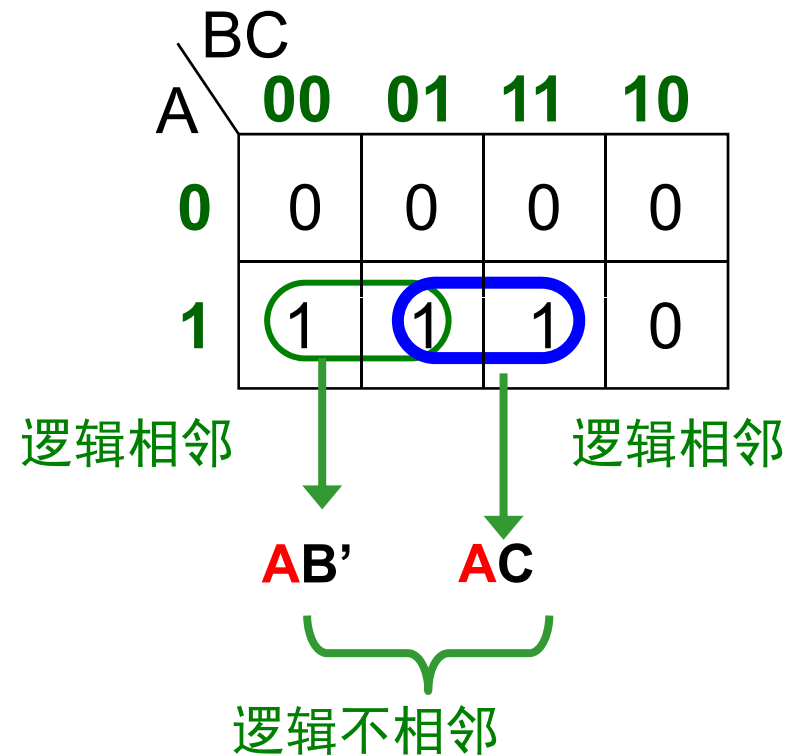
1) 乘积项最少---圈最少

2) 乘积项中变量最少---圈最大

		BC			
A		00	01	11	10
		00	01	11	10
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0

圈最大X

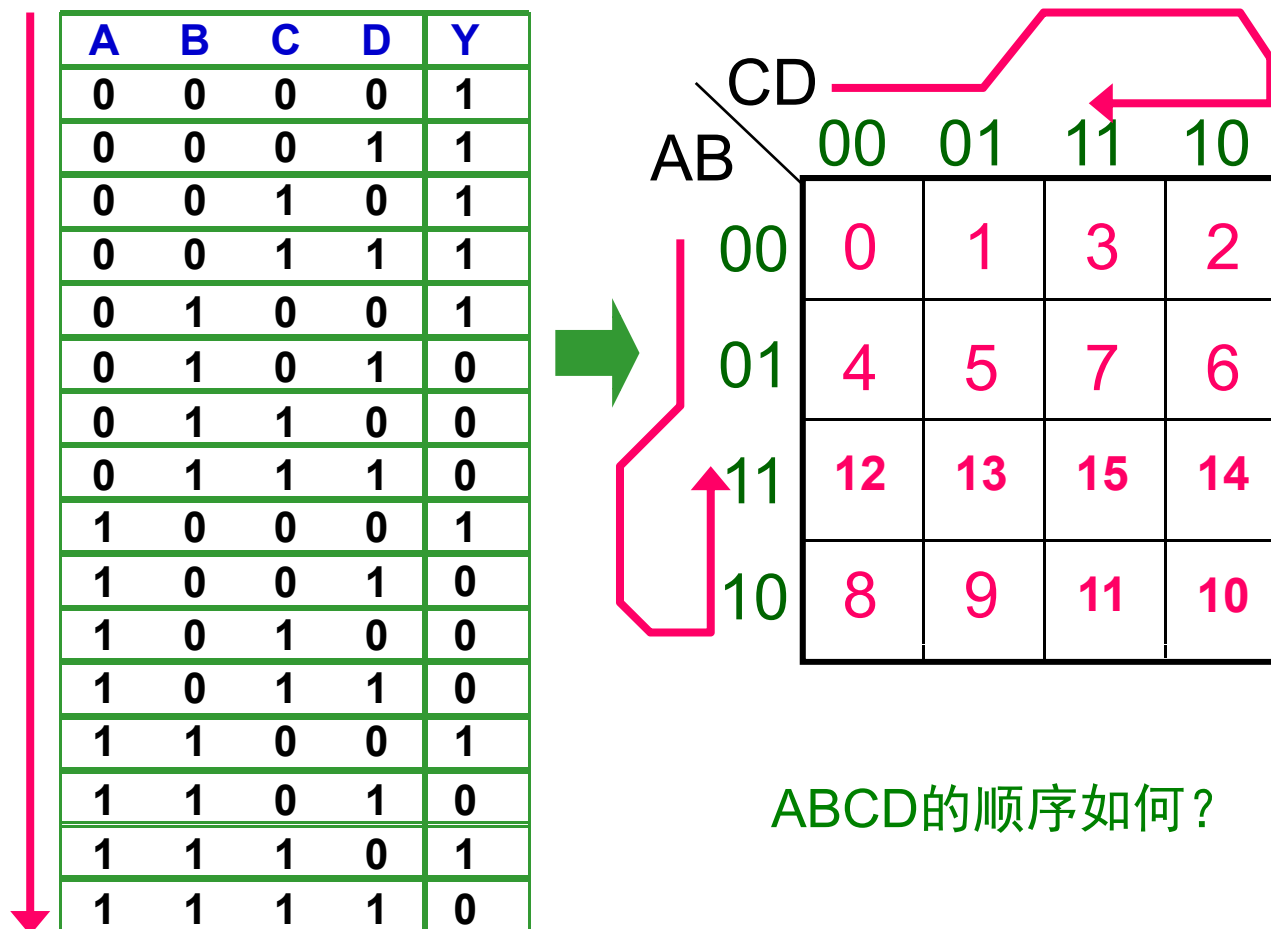
圈几项? 2, 4, 8, 16.... ✓



例3.化简函数 $Y=ABCD'+A'B'+AC'D'+BC'D'$

方法I, Y函数→真值表→K图

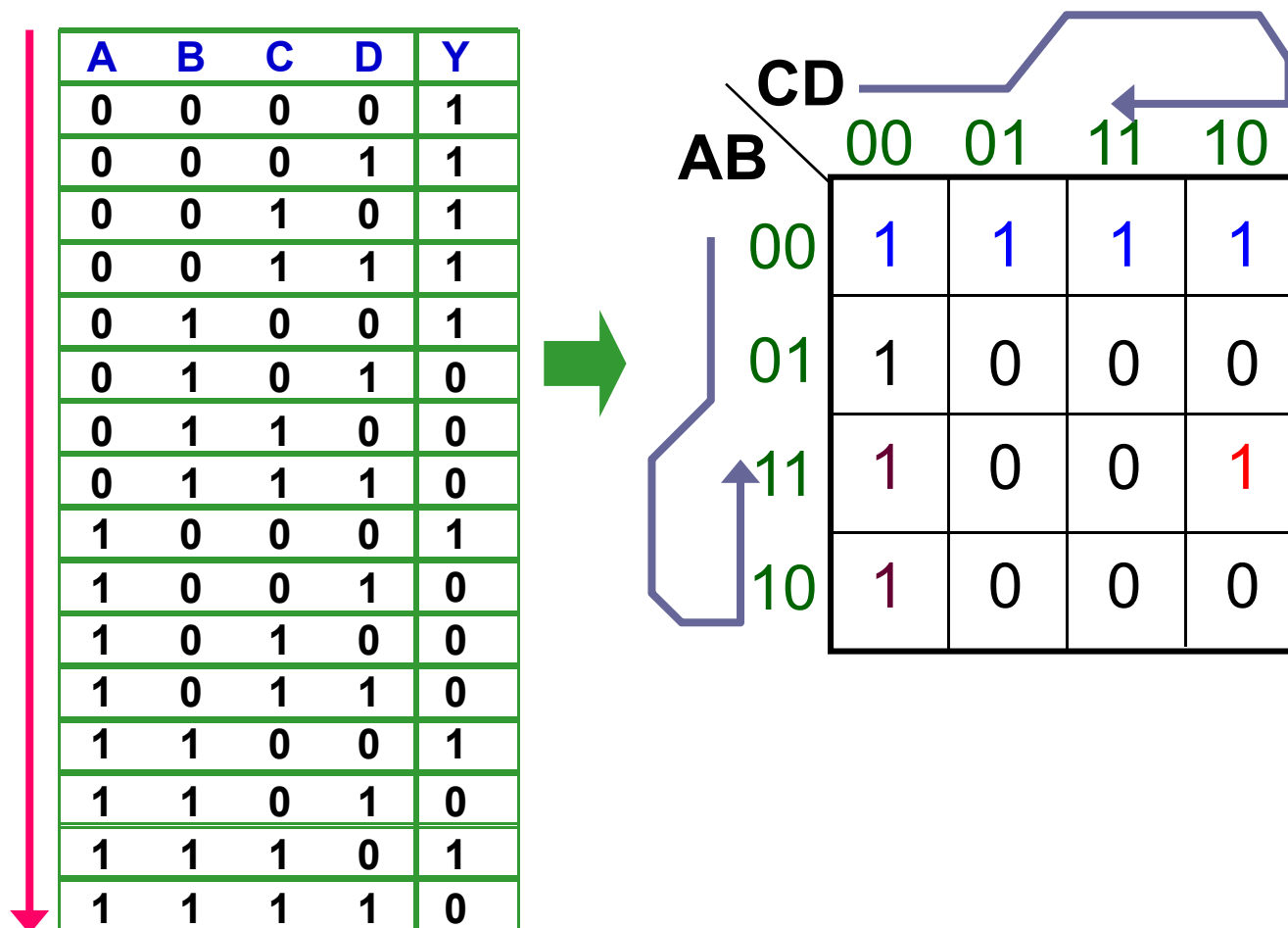
方法II, Y函数→K图



例3.化简函数 $Y=ABCD'+A'B'+AC'D'+BC'D'$

方法I, Y函数→真值表→K图

方法II, Y函数→K图



例3.化简函数 $Y=ABCD'+A'B'+AC'D'+BC'D'$
1110 00 100 100

方法II, Y函数→K图

CD AB		00 01 11 10			
		00	01	11	10
00	1	1	1	1	
01	1	0	0	0	
11	1	0	0	1	
10	1	0	0	0	

Y何时为1?
ABCD=1110时
AB=00时,
ACD=100时,
BCD=100时

例3 化简函数 $Y=ABCD'+A'B'+AC'D'+BC'D'$
 1110 00 100 100

方法I, Y函数→真值表→K图

方法II, Y函数→K图

注意

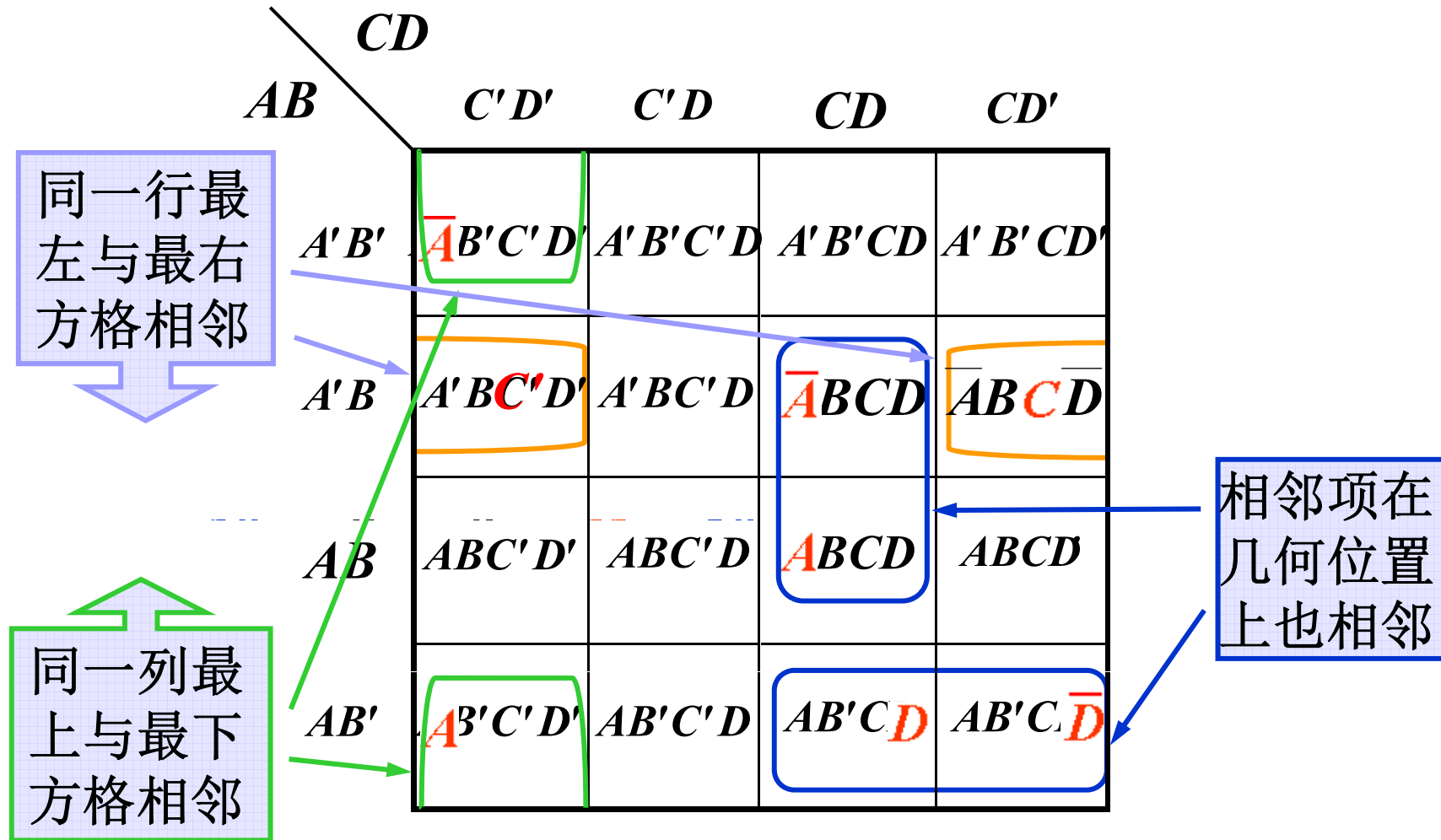
几何相邻 一定 逻辑相邻,
非几何相邻也可能 逻辑相邻

		CD			
AB \	CD	00	01	11	10
		00	01	11	10
00		1	1	1	1
01		1	0	0	0
11		1	0	0	1
10		1	0	0	0

$$Y=A'B'+C'D'+ABD'$$

贪吃蛇

K图巧妙的排列 几何相邻=逻辑相邻



AB \ CD				
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	0

$$Y = BD$$

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

$$Y = B'D'$$

↑
挖点

注意2

几何相邻 => 逻辑相邻(一定)
非几何相邻--->逻辑相邻(可能)

CD		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	1
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

$$Y = AB'D' + A'BD'$$

CD		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	0	1	1	0

$$Y = B'D$$

注意2

几何相邻 => 逻辑相邻(一定)
 非几何相邻--->逻辑相邻(可能)

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$Y = D'$$

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$$Y = 1$$

若均有, 取1

注意2

几何相邻 \Rightarrow 逻辑相邻(一定)
 非几何相邻 \dashrightarrow 逻辑相邻(可能)

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	0	0
	01	1	1	1	0
	11	0	0	1	1
	10	0	0	1	1

$$Y = A'C' + AC + A'BD$$

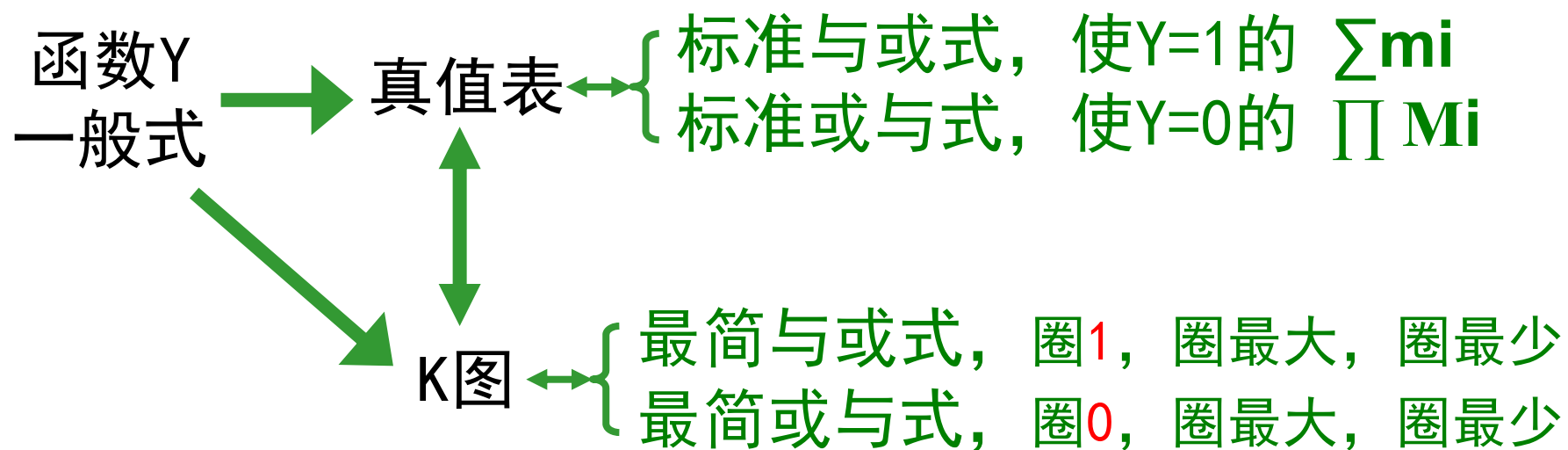
		CD			
AB		00	01	11	10
00	1	1	0	0	
01	1	1	1	0	
11	0	0	1	1	
10	0	0	1	1	

$$Y = A'C' + AC + BCD$$

哪个是最简式？

注意3

以上两个都是最简式，
最简式不一定是唯一的



例4：已知函数 $Y(A,B,C) = \mathbf{AB'C'} + \mathbf{AB'C} + \mathbf{ABC}$
 求Y的最简与或式，最简或与式

		BC				
		00	01	11	10	BC'
A						
0		0	0	0	0	
1		1	1	1	0	

$$Y = \mathbf{AB'} + \mathbf{AC}$$

最简与或式

圈1，圈最大，圈最少

		BC				
		00	01	11	10	B'C
A						
0		0	0	0	0	
1		1	1	1	0	

$$Y = \mathbf{A} \cdot (\mathbf{B'} + \mathbf{C})$$

最简或与式 方法I

圈0，圈最大，圈最少

$$0 \Leftrightarrow A, 1 \Leftrightarrow A'$$

例4：已知函数 $Y(A,B,C) = AB'C' + AB'C + ABC$
求Y的最简与或式，最简或与式

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	0

$$Y = AB' + AC$$

最简与或式

圈1，圈最大，圈最少

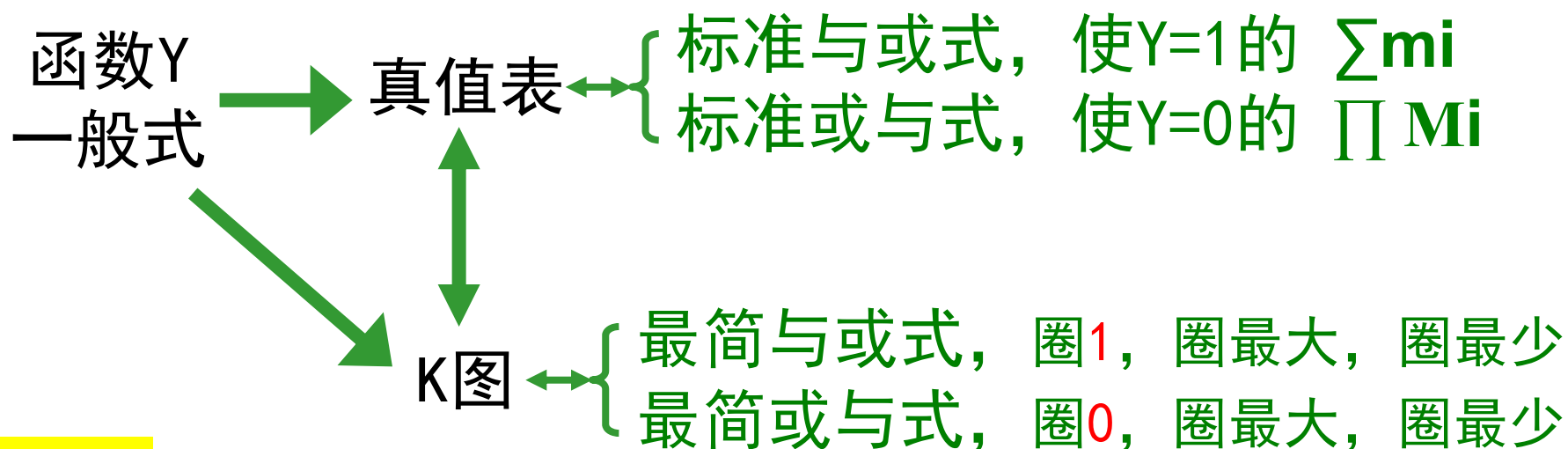
A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1

$$Y' = A' + BC'$$

$$Y = (Y')' = (A' + BC')' = A \cdot (B' + C)$$

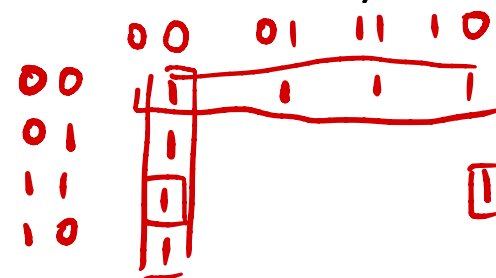
最简或与式 方法II

Y'最简与或 $\rightarrow (Y')'$



练习

1. 已知 $Y(A, B, C, D) = A'B' + A'C'D' + ABD' + AB'C'D'$,
求Y的标准与或式, 标准或与式,
求Y的最简与或式, 最简或与式



练习

2. 已知 $Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 5, 8, 9, 10, 12, 14)$
求最简与或式

$\overline{A}\overline{B}$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	1	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	0

$$Y = \sum m(0, 1, 2, 3, 7, 8, 14)$$

$$= \prod M(4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13) \quad (C'+D')(A'+B'+D)(A+B'+D)$$

$$\sum m(0, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 14) \\ C'D' + A'B' + ABD'$$

$$(A+B+C')(\quad)$$

练习1

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

$$Y(A, B, C, D) = A'B' + A'C'D' + ABD' + AB'C'D',$$

标准与或式

$$Y(A, B, C, D)$$

$$= A'B'C'D' + A'B'C'D + A'B'CD' + A'B'CD$$

$$+ A'BC'D' + AB'C'D' + ABC'D' + ABCD'$$

$$= m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_8 + m_{12} + m_{14}$$

$$= \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 14)$$

标准或与式

$$Y(A, B, C, D)$$

$$= (A + B' + C + D') \cdot (A + B' + C' + D)$$

$$\cdot (A + B' + C' + D') \cdot (A' + B + C + D') \cdot (A' + B + C' + D)$$

$$\cdot (A' + B + C' + D') \cdot (A' + B' + C + D') \cdot (A' + B' + C' + D')$$

$$= M_5 + M_6 + M_7 + M_9 + M_{10} + M_{11} + M_{13} + M_{15}$$

$$= \prod M(5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 15)$$

练习1

$$Y(A, B, C, D) = A'B' + A'C'D' + ABD' + AB'C'D'$$

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	0

$$Y = A'B' + C'D' + ABD'$$

最简与或式

圈1，圈最大，圈最少

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	0

$$Y = (B' + D') \cdot (A' + D') \cdot (A + B' + C') \cdot (A' + B + C')$$

最简或与式

圈0，圈最大，圈最少

练习2 $Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 5, 8, 9, 10, 12, 14)$

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	0	0
11	1	0	0	1
10	1	1	0	1

$$Y = B'D' + AD' + B'C' + A'C'D$$

最简与或式

圈1, 圈最大, 圈最少

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	0	0
11	1	0	0	1
10	1	1	0	1

$$Y = (C' + D')(A' + B' + D')(A + B' + D')$$

最简或与式

圈0, 圈最大, 圈最少

2.5.2 含有约束项的逻辑函数化简

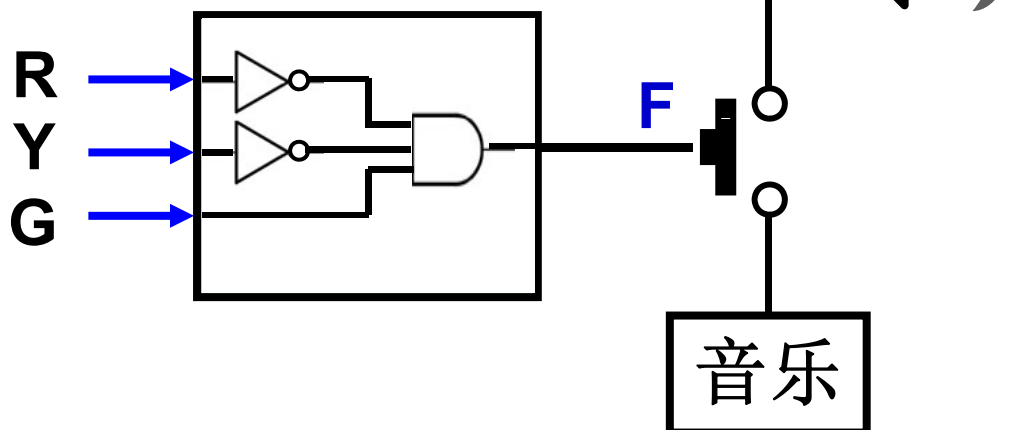
例5 用基本逻辑门设计一个路口通行声音提示器。

$F=1$, 开关闭合, 播音乐提示。 $F=0$, 开关打开, 音乐停止

R	Y	G	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

最简单的内部电路?

$$F = R'Y'G$$

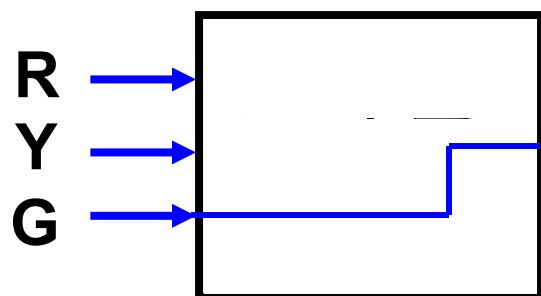


000, 011, 101,
110, 111
这五种输入组合
通常不会许出现

R	Y	G	F
0	0	0	x
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	x
1	0	0	0
1	0	1	x
1	1	0	x
1	1	1	x

R \ YG				
	00	01	11	10
0	x	1	x	0
1	0	x	x	x

最简与或式 $F = G$

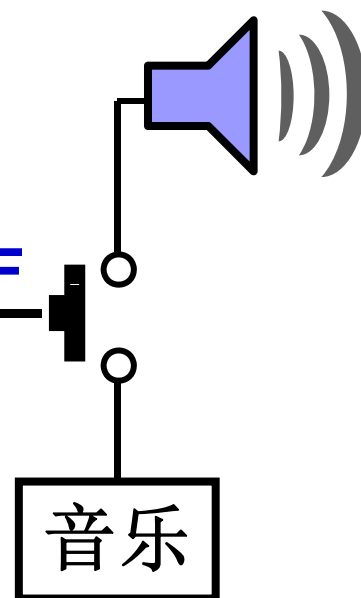


最简单内部电路

标准与或式

$$F(R,Y,G) = R'Y'G + d(0,3,5,6,7)$$

无关项



2.5.2 含有约束项的逻辑函数化简

R	Y	G	F
0	0	0	x
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	x
1	0	0	0
1	0	1	x
1	1	0	x
1	1	1	x

行
停

停

不允许两个灯及两个以上的灯一起亮；
即000, 011, 101, 110, 111三种输入组合不允许出现。

等价描述

$R'Y'G'=0$; $RY'G'=0$; $RY'G=0$; $RYG'=0$;
 $RYG=0$;

约束项

等价描述

$R'Y'G'+RY'G'+RY'G+RYG'+RYG=0$;

2.5.2 含有约束项的逻辑函数化简

R	Y	G	F
0	0	0	x
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	x
1	0	0	0
1	0	1	x
1	1	0	x
1	1	1	x

行
停

停

R \ YG				
	00	01	11	10
0	x	1	x	0
1	0	x	x	x

无关项
既可做0
又可做1

$$F(R,Y,G) = G$$

化简

$$F(R,Y,G) = R'Y'G + d(0,3,5,6,7)$$

无关项

2.5.2 含有约束项的逻辑函数化简

例5：化简逻辑函数

$$Y(A,B,C,D) = \sum m(2,4,6,8) + \textcolor{red}{d}(10,11,12,13,14,15)$$

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	0	0	1
11	x	x	x	x
10	1	0	x	x

$$Y = \textcolor{red}{CD}' + \textcolor{blue}{BD}' + \textcolor{purple}{AD}'$$

含有约束项的逻辑函数化简

练习3 化简逻辑函数

$$Y(A,B,C,D) = \sum m(3,5,6,7,10) + \textcolor{red}{d}(0,1,2,4,8)$$

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	X	X	1	X
01	0	1	1	1
11	0	0	0	X
10	X	0	0	1

$$\textcolor{red}{X} A'D + A'C + CD'$$

含有约束项的逻辑函数化简 千万. 千万别填错

练习3 化简逻辑函数

$$Y(A,B,C,D) = \sum m(3,5,6,7,10) + d(0,1,2,4,8)$$

数对个

CD \ AB	00	01	11	10
00	x	x	1	x
01	x	1	1	1
11	0	0	0	0
10	x	0	0	1

Y

最简与或式

$$Y = A' + B'D'$$

圈1, 圈最大, 圈最少

CD \ AB	00	01	11	10
00	x	x	1	x
01	x	1	1	1
11	0	0	0	0
10	x	0	0	1

Y

最简或与式

$$Y = (A' + B') \cdot (A' + D)$$

圈0, 圈最大, 圈最少

数!
背二进制表!

K图运算

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	1	0	x	x
1	1	0	0	1

F_1

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	0	0	x
1	1	0	1	x

F_2

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	1	0	x	x
1	1	0	1	1

$F_a = F_1 + F_2$

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	0	0	x
1	1	0	0	x

$F_b = F_1 \cdot F_2$

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	1	0	x	x
1	0	0	1	x

$F_c = F_1 \oplus F_2$

作业

2.16, 一般函数→ (K图化简) 最简与或式, 最简或与式(增加)

2.17 (1)(3)(5), 一般函数→ 最简与或式 (方法不限)

2.18 (a) (d), 逻辑图→ 逻辑式 →最简与或式

2.20 一般函数→ 最简与或式 (约束项)

2.21 一般函数→ 最简与或式 (约束项)