直线极化波：

散度为0.

圆极化波：$\varphi_y - \varphi_x = \pm\frac{\pi}{2}$

$\nabla \cdot B(r) = 0$ 磁通连续性原理

椭圆极化波：$-\pi < \varphi < 0$.

无孤立磁荷存在.

$F = -\nabla \cdot u(r) + \nabla \times A(r)$

电磁波恒定相位点

推进的速度

梯度的性质 ① ② ③ P13

安培力定律：

散度定理：(高斯定理) 通量和散度

斯托克斯：环流与旋度

亥姆霍兹定理：任一矢量场、散度、旋度、边界条件

格林定理：

点电荷：P35

电荷、电荷密度：q、ρ 、电荷守恒定律

电流 电流密度：I J 电流连续方程

垂直入射：
- 导电媒质
- 导体平面
- 理想介质分界面

唯一确定

斜入射：
- 理想介质分界面
- 理想导体平面：垂直极化、平行极化

静电场：(散度、与旋度) 高斯定理，点电荷电场强度 / 旋度为0.

$\nabla \cdot D(r) = \rho$.

恒定磁场(散度、与旋度) → 安培环路定理. B

极化强度 $P(r)$ ：电位移矢量 D 和电介质中的高斯定理. $\oint_S D\, ds = \int_V \rho\, dV$

磁化强度 M ：磁场强度 H 和磁介质的安培环路定理. $\nabla \cdot H(r) = J$

电磁感应定律：回路所围的面积磁通，时变 C 产生电场 $\oint_C H(r) \cdot dl = \int_S J\, ds$

位移电流：(麦提出) → 时变电场下的电流连续方程.

麦克斯韦方程组：含义.

波动方程：

达朗贝尔方程：

坡印廷定理

均匀平面波：

电磁波的极化：

趋肤深度：

布儒斯特角：极化角.

色散.

反射定律、折射定律.

反射系数、反射系数

全反、全透

电磁场

一、填空题

1、如果两个不等于零的矢量的 点乘 等于零，则此两个矢量必然相互垂直。

2、已知电荷体密度为 ρ，其运动速度为 $\bar{v}$，则电流密度矢量 $\bar{J}$ 的表达式为 $\vec{J}=\rho\vec{v}$。

3、设线性各向同性的均匀媒质中电位为 φ，媒质的介电常数为 ε，电荷体密度为 ρ，电位所满足的泊松方程为 $\nabla^2\varphi=-\frac{\rho}{\varepsilon}$

4、在静电场中，线性介质是指介质的参数不随______而改变。

5、均匀平面波在等相位面上各点的场强 相等 。

6、电磁波的相速就是 等相位面 传播的速度。

7、若电磁波的电场强度 $\bar{E}$ 的方向随时间变化所描绘的轨迹是直线，则该电磁波称为 线 极化。

8、在导电媒质中，电磁波的相速随频率改变的现象称为 色散 这样的媒质称为色散媒质。

9、坡印廷矢量 $\bar{S}=\bar{E}\times\bar{H}$ 的方向表示 能量 的传输方向。它的大小表示单位时间通过与能流方向相垂直的单位面积的电磁能量。

10、金属矩形波导只能传输 TE 模和 TM 模的电磁波。

二、问答题

1、什么是恒定磁场？写出其基本方程的微分形式？

2、极化强度是如何定义的？极化电荷体密度 ρ_P 与极化强度 $\bar{P}$ 的关系如何？

3、写出时变电磁场中，在任意两种介质 1 和 2 分界面上，电场强度 $\bar{E}$ 和电位移矢量 $\bar{D}$ 所满足的边界条件。

4、解释电磁辐射中滞后位的意义，写出滞后位的表达式。

三、证明题

1、（1）写出非限定形式的麦克斯韦方程组的微分式；（2）证明麦克斯韦方程组隐含着电流连续性方程 $\nabla\cdot\bar{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$。

2、由麦克斯韦方程组证明：$\nabla^2\bar{H}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\bar{H}}{\partial t^2}=-\nabla\times\bar{J}$。

$\nabla^2\vec{H}=\nabla(\nabla\cdot\vec{H})-\nabla\times\nabla\times\vec{H}$

四、计算题

1、已知 $\bar{H} = \hat{e}_x H_x e^{j2\pi z} = \hat{e}_x H_0 e^{j2\pi z}$ 为真空中均匀平面电磁波的磁场强度的复矢量（真空中的本征阻抗 $\eta_0 = 120\pi$），试求：

（1）该平面波的波长 λ 和频率 f；

（2）该平面波的电场强度的复矢量 $\bar{E}(z)$；

（3）该平面波的电场强度的瞬时值 $\bar{E}(z,t)$；

（4）平均坡印廷矢量 $\bar{S}_{av}$。

2、已知均匀平面波的电场强度为：$\bar{E} = \left(j\hat{e}_x + j2\hat{e}_y + \sqrt{5}\hat{e}_z\right)e^{j(2x-y)}$，试求：

（1）设相对磁导率 $\mu_r = 1$，当 f=50MHz 时，求介质的相对介电常数 ε_r；

（2）判断该平面波的传播方向。

3、平面电磁波在 $\varepsilon_1 = 9\varepsilon_0$ 的媒质 1 中沿 $+z$ 方向传播，电场强度 $\bar{E}$ 沿着 x 方向，磁场强度 $\bar{H}$ 沿着 y 轴方向，在 $z = 0$ 处垂直入射到 $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_0$ 的媒质 2 中，已知 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$。试求：

（1）求出媒质 2 中电磁波的相速；

（2）透射系数。$T=$

4、已知 $\bar{E}_i = 5(\hat{e}_x + \hat{e}_z\sqrt{3})e^{j6(\sqrt{3}x-z)}$ 伏特/米，为均匀平面波由空气斜入射到理想导体表面 $(z=0)$ 的入射波电场强度，试：

（1）判断入射波是水平极化还是垂直极化？

（2）求反射波电场强度和磁场强度；

（3）求空气中的合成电场和合成磁场。

5、已知 $E_z = E_0 \sin\frac{\pi}{3}x \sin\frac{\pi}{3}y \cos(\omega t - \frac{\sqrt{2}}{3}\pi z)$ 为矩形波导中 TM 模的纵向电场，式中 x，y，z 的单位为 cm，试求：

（1）求截止波长和波导波长；

（2）如果此模为 TM_{32}，求波导的尺寸。

一、填空题

答案：

1、点乘（或点积）

2、$\bar{J} = \rho \bar{v}$

3、$\nabla^2 \varphi = -\rho / \varepsilon$

4、场量的量值变化

5、相等

6、等相位面

7、线极化

8、色散

9、能量

10、TM

二、问答题

1、答案：

恒定电流所产生的不随时间变化的磁场称为恒定磁场；

基本方程为：$\nabla \times \bar{H} = \bar{J}$；$\nabla \cdot \bar{B} = 0$　　恒定磁场基本方程微分式

2、答案：

单位体积中的分子电偶极矩的矢量和称为极化强度。

极化强度与极化电荷体密度的关系是：$\rho_P = -\nabla \cdot \bar{P}$　　$\rho_{sp} = \vec{P} \cdot \hat{n}$　　$\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$

3、答案：

电场强度的边界条件为：　$\hat{n} \times (\bar{E}_1 - \bar{E}_2) = 0$

电位移矢量的边界条件为：　$\hat{n} \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) = \sigma$

4、答案

滞后位的含义：

矢量位 $\bar{A}(r,t)$ 和标量位 $\varphi(r,t)$ 的值是由此时刻之前的电流 $\bar{J}\left(r',t-\frac{|r-r'|}{v}\right)$ 和电荷 $\rho\left(r',t-\frac{|r-r'|}{v}\right)$ 决定的，滞后的时间为 $|r-r'|/v$。

滞后位的表达式：

$$\varphi(r,t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_v\frac{\rho\left(r',t-\frac{|r-r'|}{v}\right)}{|r-r'|}dv'$$

$$\bar{A}(r,t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_v\frac{\bar{J}\left(r',t-\frac{|r-r'|}{v}\right)}{|r-r'|}dv'$$

三、证明题

1、答案：

（1）麦克斯韦方程组的微分式：

$$\nabla\times\bar{H}=\bar{J}+\frac{\partial\bar{D}}{\partial t};\quad \nabla\times\bar{E}=-\frac{\partial\bar{B}}{\partial t};\quad \nabla\cdot\bar{B}=0;\quad \nabla\cdot\bar{D}=\rho$$

（2）证明：

对第一式两边取散度，得

$$\underbrace{\nabla\cdot(\nabla\times\bar{H})}_{=0}=\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{J}}+\nabla\cdot\frac{\partial\bar{\boldsymbol{D}}}{\partial t}=\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{J}}+\frac{\partial(\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{D}})}{\partial t}$$

因为旋度的散度为零，所以 $\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{J}}+\frac{\partial(\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{D}})}{\partial t}=0$

将麦克斯韦方程组第四式 $\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{D}}=\rho$ 代入上式，

可得电流连续性方程为 $\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{J}}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$

2、答案：

对麦克斯韦方程 $\nabla\times\bar{H}=\bar{J}+\varepsilon\frac{\partial\bar{E}}{\partial t}$ 两边取旋度得

$$\nabla\times\nabla\times\bar{H}=\nabla\times\bar{J}+\nabla\times\varepsilon\frac{\partial\bar{E}}{\partial t}$$

上式左边利用矢量恒等式 $\nabla\times\nabla\times\vec{A}=\nabla\nabla\cdot\vec{A}-\nabla^2\vec{A}$，

对于均匀介质，$\nabla\cdot\vec{H}=0$，$\nabla\times\varepsilon\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\varepsilon\dfrac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{E}$，

上式右端代入麦克斯韦方程 $\nabla\times\vec{E}=-\mu\dfrac{\partial\vec{H}}{\partial t}$，

得：$$\nabla^2\vec{H}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=-\nabla\times\vec{J}$$

四、计算题

1、答案：

（1）由 $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}=2\pi$ 得：$\lambda=1m$；　$f=c/\lambda=3\times10^8\,(Hz)$

（2）$\bar{E}=\eta_0\vec{H}\times\hat{k}=\eta_0\hat{e}_xH_0e^{j2\pi z}\times(-\hat{e}_z)=\hat{e}_y120\pi H_0e^{j2\pi z}$

（3）$\bar{E}(z,t)=\hat{e}_y120\pi H_0\cos(2\pi\times3\times10^8t+2\pi z)$

（4）$\bar{S}_{av}=\dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\bar{E}\times\vec{H}^*\right)=-\hat{e}_z60\pi H_0^2$

2、答案：

（1）由 $k=\sqrt{k_x^2+k_y^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

$k=\sqrt{5}=2\pi f\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}/c$，　$\mu_r=1$，

得 $\varepsilon_r=5\times(\dfrac{c}{2\pi f})^2=4.55$

（2）$\bar{E}=\left[j\left(\hat{e}_x+2\hat{e}_y\right)+\sqrt{5}\hat{e}_z\right]e^{j\sqrt{5}(\frac{2}{\sqrt{5}}\hat{e}_x-\frac{1}{\sqrt{5}}\hat{e}_y)\cdot\bar{r}}$，

传播方向：$\bar{e}_n=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}\bar{e}_x+\dfrac{1}{\sqrt{5}}\bar{e}_y$

3、答案：

（1）媒质 2 中电磁波的相速为：

$$v_{p2}=\frac{1}{\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}}=\frac{1}{2\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

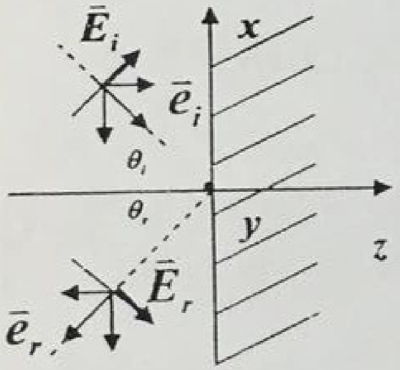
$$=\frac{c}{2}=1.5\times10^{8}\,\text{m/s}$$

（2）

$$\eta_1=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}}=\frac{120\pi}{3}=40\pi\text{；}\quad\eta_2=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_2}}=\frac{120\pi}{2}=60\pi$$

$$T=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}=\frac{120\pi}{60\pi+40\pi}=1.2$$

4、答案：



（1）由题意给的 $\bar{E}_i$ 可知，入射波是平行极化波，

（2）方法 1：如上图所示，可得：

入射波磁场：$\bar{H}_i=\bar{e}_y\dfrac{E_{im}}{\eta_0}e^{j6(\sqrt{3}x-z)}=\bar{e}_y\dfrac{10}{120\pi}e^{j6(\sqrt{3}x-z)}=\bar{e}_y\dfrac{1}{12\pi}e^{j6(\sqrt{3}x-z)}$，

反射波电场：$\bar{E}_r=5(-\bar{e}_x+\bar{e}_z\sqrt{3})e^{j6(\sqrt{3}x+z)}$

反射波磁场：$\bar{H}_r=\bar{e}_y\dfrac{1}{12\pi}e^{j6(\sqrt{3}x+z)}$，

方法 2：

$$\therefore k=\sqrt{k_x^2+k_z^2}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2+6^2}=12$$

得 $\cos\theta_i=\dfrac{k_z}{k}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}\qquad\therefore\theta_i=60^\circ$

而$E_{r0} = E_{i0} = \sqrt{E_x^2 + E_z^2} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2} = 10$；$\theta_r = \theta_i = 60^\circ$

反射波传播方向的单位矢量：$\hat{e}_r = -\hat{e}_x \sin\theta_i - \hat{e}_z \cos\theta_i$

$$\bar{E}_r = E_{r0}(-\hat{e}_x \cos\theta_r + \hat{e}_z \sin\theta_r)e^{j6(\sqrt{3}x+z)}$$

代入 $E_{r0} = 10$, $\theta_r = 60^\circ$，得：

$$\bar{E}_r = 5(-\hat{e}_x + \hat{e}_z\sqrt{3})e^{j6(\sqrt{3}x+z)} \text{ V/m}$$

$$\bar{H}_r = \frac{1}{z_0}\hat{e}_r \times \bar{E}_r = \hat{e}_y \frac{1}{12\pi} e^{j6(\sqrt{3}x+z)}$$

(3) 空气中的合成磁场

“$-\hat{e}_x \cdot j \cdot \sin 6z$”[illegible]对的

$$\bar{E} = \bar{E}_i + \bar{E}_r = 10(\underbrace{\hat{e}_x j\sin 6z}_{\text{此处有误}} + \hat{e}_z\sqrt{3}\cos\theta_i)e^{j6\sqrt{3}x} \text{ V/m}$$

空气中的合成电场

$$\bar{H} = \bar{H}_i + \bar{H}_r = \hat{e}_y \frac{1}{6\pi}\cos 6z e^{j6\sqrt{3}x} \text{ A/m}$$

5、答案：

（1）由E_z的表达式知：

$k_x = k_y = \dfrac{\pi}{3}$，故，$k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi$；另，$\beta = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi$

截止波长：$\lambda_c = \dfrac{2\pi}{k_c} = 3\sqrt{2}$ cm

波导波长：$\lambda_g = \dfrac{2\pi}{\beta} = 3\sqrt{2}$ cm

（2）若此模为TM_{32}，则有：

$\dfrac{m\pi}{a} = \dfrac{3\pi}{a} = \dfrac{\pi}{3}$；$\dfrac{n\pi}{b} = \dfrac{2\pi}{b} = \dfrac{\pi}{3}$，故得$a = 9$ cm；$b = 6$ cm

得分	评卷人

五、证明题：（5 分）

极化电荷

证明介质内部的束缚电荷体密度 ρ_p 与自由电荷体密度 ρ 的关系为 $\rho_p=-(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon})\rho$ 。其中 ε 、 ε_0 分别为介质和真空的介电常数。

得分	评卷人

六、计算题 1（5 分）

一个点电荷 q 位于一无限宽和厚的导电板上方，如图 1 所示。

1. 计算任意一点的 $P(x,y,z)$ 的电位
2. 写出 $z=0$ 的边界上电位的边界条件

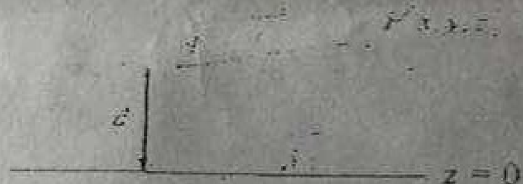


图1

$\frac{kq}{r^2}$ $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon}$

$\varphi(\vec{r})=\frac{q}{4\pi\varepsilon|\vec{r}-\vec{r}'|}+C$

$\varphi(\vec{r})=\frac{q}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$\varphi(\vec{r})=\frac{q}{4\pi\varepsilon|\vec{r}-\vec{r}'|}+C$

$\varphi_1=\varphi_2$

$\rho_s=0$: $\varepsilon_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial n}=\varepsilon_2\frac{\partial\varphi_2}{\partial n}$

$\rho_s\neq0$: $\begin{cases}\varphi=常数\\ \varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n}=-\rho_s\end{cases}$

书P75

得分	评卷人

七、计算题2(5分)

设沿 $+z$ 方向传播的均匀平面电磁波垂直入射到理想导体，如图2所示，入射波电场的表达式为 $\vec{E}_i=\vec{e}_x E_0 e^{-j\beta z}$

1. 试画出入射波磁场的方向
2. 求出反射波电场表达式。

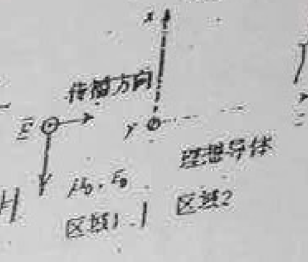


图2

理想导体 $\eta_c=0$

$\begin{cases}\Gamma=-1\\ \tau=0\end{cases}$

$\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

$\vec{H}=\frac{1}{\eta}\,\hat{e}_z\times\vec{E}$

得分	评卷人

八、计算题3(10分)

$f_c \rightarrow \lambda$

$\lambda_c \quad \lambda_g \qquad \lambda_c=\frac{2\pi}{k_c}$

已知矩形波导中TM模的纵向电场为：

$E_z=E_0\sin\frac{\pi}{3}x\sin\frac{\pi}{3}y\cos(\omega t-\frac{\sqrt{2}}{3}\pi z)$，式中 x、y、z 的单位为cm，

1. 求截止波长和波导波长；
2. 如果此模为 TM_{32}，求波导的尺寸。

$\beta=\sqrt{k^2-k_c^2}$ ✓ $\qquad \beta=\frac{\sqrt{2}}{3}\pi \qquad \lambda_g=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi}{\frac{\sqrt{2}}{3}\pi}=3\sqrt{2}$

$\begin{cases}\frac{m\pi}{a}=\frac{\pi}{3}\\ \frac{n\pi}{b}=\frac{\pi}{3}\end{cases}$

1. $k_x=k_y=\frac{\pi}{3}$ $\quad\therefore k_c=\sqrt{k_x^2+k_y^2}=\frac{\sqrt{2}}{3}\pi \qquad \beta=\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$

截止波长：$\lambda_c=\frac{2\pi}{k_c}=3\sqrt{2}\,cm$

$k=\frac{}{3}$

波导波长：$\lambda_g=\frac{2\pi}{\beta}=3\sqrt{2}\,cm$

2. $m=3,\ n=2 \qquad k_c=\sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2+(\frac{n\pi}{b})^2}$

$\lambda_c=\frac{2\pi}{k_c}$ ✓ $\qquad (\frac{m\pi}{a})=\frac{\pi}{3}\ \therefore a=9\,cm \qquad (\frac{n\pi}{b})=\frac{\pi}{3}\ \therefore b=6\,cm$

$\lambda_g=\frac{2\pi}{\beta}$

得分	评

有以均匀

度为 $\vec{E}=$

试求：

1. 该电
2. 该电
3. 设介
4. E_{y0}
5. 该电
6. 该电

2. 若电磁波的电场强度矢量的方向随时间变化所描绘的轨迹是圆，则波称为 圆极化波

3. 时变电磁场中，坡印廷矢量的数学表达式为 $\vec{S}(\vec{r},t)=\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{H}(\vec{r},t)$ 。

4. 电磁波的相速就是 等相位面 传播的速度。

5. 对平面电磁波而言，其电场、磁场和波的 传播方向 三者符合右手螺旋关系。

得分	评卷人

四、简答题（10 分）（本题共 2 小题，第 1 小题 4 分，第 2 小题 6 分，共 10 分）

1. 简述静电场的性质，并写出静电场的两个基本方程(微分形式)。

$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

静电场是有源无旋场

静止电荷是产生静电场的通量源

电力线从正的静止电荷发出，终于负的静止电荷

$$\begin{cases}\nabla\cdot\vec{D}=\rho\\ \nabla\times\vec{E}=0\end{cases}$$

写出非限定形式的麦克斯韦方程组的微分式。

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0$$

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$$

限定形式的麦式：

$$\nabla\times\vec{H}=\sigma\vec{E}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{H}=0$$

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon}$$

例 6.1.2 一均匀平面波自空气中垂直入射到半无限大的无耗介质表面上，已知空气中合成波的驻波比为 3，介质内透射波的波长是空气中波长的 1/6，且介质表面上为合成波电场的最小点。求介质的相对磁导率 μ_r 和相对介电常数 ε_r。

驻波比

解：因为驻波比

$$S = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = 3$$

由此解出

$$|\Gamma| = \frac{1}{2}$$

由于界面上是合成波电场的最小点，故 $\Gamma = -\frac{1}{2}$。由于反射系数

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

式中 $\eta_1 = \eta_0 = 120\pi$，于是有

$$\eta_2 = \frac{1}{3}\eta_0$$

又因为

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}\eta_0$$

所以得到

$$\frac{\mu_r}{\varepsilon_r} = \frac{1}{9} \tag{1}$$

又因为媒质中的波长

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} = \frac{\lambda_0}{6}$$

得

$$\varepsilon_r \mu_r = 36 \tag{2}$$

联立求解(1)、(2)式，得

$$\mu_r = 2,\ \varepsilon_r = 18$$

6.2 均匀平面波对多层介质分界平面的垂直入射

如图 6.2.1 所示的三层不同的无损耗……
（参数为……