第二章
电磁场的基本规律

§ 2.1 电荷守恒定律

一、电荷及电荷密度

1.物质中存在两种电荷：正电荷和负电荷。电荷的最小量度是单个电子的电量 $e = 1.602\times10^{-19}$C。

- 微观上看，电荷在空间是离散分布的。
- 工程或宏观观点，我们讨论的是大量离散分布的电荷共同作用产生的总体效应，是统计平均的结果。这样的场被称为宏观电磁场。对于宏观电磁场，可以将电荷看成是连续分布的。连续分布的电荷用电荷密度描述。

§ 2.1 电荷守恒定律

2.电荷体密度

$$\rho(\vec{r}') = \lim_{\Delta V'\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V'} = \frac{dq}{dV'} \quad C/m^3$$

$\rho(\vec{r}')$为空间位置的函数，是一个标量场。

- 要计算某一体积内的电荷总量，可使用体积分方法：

$$q = \int_V \rho(\vec{r}')dV'$$

§ 2.1 电荷守恒定律

3.电荷面密度

- 在有些情况下，电荷连续分布在可以忽略厚度的曲面上时，用面密度来描述电荷分布。

$$\rho_S(\vec{r}') = \lim_{\Delta S'\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta S'} = \frac{dq}{dS'} \quad C/m^2$$

- 要计算任意曲面上的电荷总量，可以使用面积分方法：

$$q = \int_S \rho_S(\vec{r}')dS'$$

§ 2.1 电荷守恒定律

4.电荷线密度

- 当仅考虑细线外电场，场点距细线的距离要比细线的直径大得多，而不分析线内的电场时，可将线的直径忽略，认为电荷是线分布。

$$\rho_l(\vec{r}') = \lim_{\Delta l'\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta l'} = \frac{dq}{dl'} \quad C/m$$

- 要计算任意细线上的电荷总量，可以使用线积分方法：

$$q = \int_l \rho_l(\vec{r}')dl'$$

§ 2.1 电荷守恒定律

5.点电荷

- 理论分析电磁场时，点电荷是一个非常重要的概念。
- 当某一电荷q被想象地集中于一个几何点时，称为点电荷。
- 用体积分布的概念衡量，电荷体密度在r点时无限大，表示r点有一个点电荷，但对整个空间而言，电荷的总电量仍为q：

$$\rho(\vec{r}) = \lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V} \to \infty$$

§ 2.1 电荷守恒定律

- 可用δ函数来描述点电荷的电荷密度：

$$\rho(\vec{r}) = q\delta\left(\vec{r}-\vec{r}'\right)$$

$$\delta(\vec{r}-\vec{r}') = \begin{cases} 0 & r \neq \vec{r}' \\ \infty & r = \vec{r}' \end{cases}$$

$$\int_V \delta(\vec{r}-\vec{r}')dV = \begin{cases} 0 & \text{积分区域不含}\vec{r}=\vec{r}'\text{点} \\ 1 & \text{积分区域含}\vec{r}=\vec{r}'\text{点} \end{cases}$$

§ 2.1 电荷守恒定律

二、电流及电流密度

- 电荷定向流动才有电流存在。

1.任取一个面积S，如果Δt时间内穿过S的电荷量为Δq,则电流为

$$i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \qquad (A)$$

- 若电荷流动的速度不随时间改变，则电流为恒定电流I。
- 电流是一个代数量。

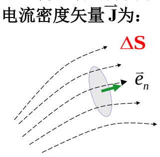
§ 2.1 电荷守恒定律

2. 体电流

- 体电流：电荷在某一体积内定向运动所形成的电流。
- 电流密度$\vec{J}$（体积电流密度）

描述电流在空间体积中流动情况，在垂直于电荷流动的方向取一面积元ΔS，若流过ΔS的电流为Δi，则电流密度矢量$\vec{J}$为：

$$\vec{J} = \vec{e}_n \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta S} = \vec{e}_n \frac{di}{dS} \qquad (A/m^2)$$



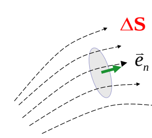
§ 2.1 电荷守恒定律

$$\vec{J} = \vec{e}_n \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta S} = \vec{e}_n \frac{di}{dS} \qquad (A/m^2)$$

- $\vec{e}_n$为电流密度矢量$\vec{J}$的方向，为该点上正电荷运动的方向，也是面积元ΔS的正法线单位矢量。
- 通过任意截面S的电流为

$$i = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

- 电流为电荷流动场中电流密度矢量在某一面积上的通量。



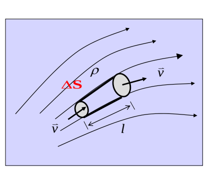
§ 2.1 电荷守恒定律

- 电流密度与该点的电荷密度、电荷运动速度之间的关系：

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

$\vec{v}$为电荷的运动速度；

ρ为该处运动电荷的体密度。



§ 2.1 电荷守恒定律

电流密度J=电流I/导体的横截面积ΔS。

假设导体内带电粒子以速度v移动，v=单位时间内带电粒子通过的距离/单位时间。

电流I=单位时间内通过导体横截面积的电量Q/单位时间

电流I=$Q*v$/单位时间内带电粒子通过的距离l

那么电流密度J=$Q*v/(l*\Delta S)$

而，$Q/(l*\Delta S)$=导体内电荷密度ρ 。

所以，电流密度J=$\rho*v$

§2.1 电荷守恒定律

3. 面电流

- 面电流：电荷在一个薄层内定向运动所形成的电流。
- 面电流密度矢量$\vec{J}_S$

取垂直于面电荷运动方向的线元$\Delta l_{\perp}$，如果穿过此线元的电流为Δi，则面电流密度$\vec{J}_S$为：

$$\vec{J}_S=\vec{e}_n \lim_{\Delta l_{\perp}\to 0}\frac{\Delta i}{\Delta l_{\perp}}=\vec{e}_n\frac{di}{dl} \quad A/m$$

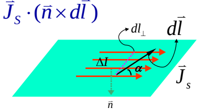
面电流密度的方向为正电荷运动的方向。

§2.1 电荷守恒定律

- 通过面电流场中任意有向曲线的电流为

$$I=\int_l \vec{n}\cdot(d\vec{l}\times\vec{J}_S)=\int_l \vec{J}_S\cdot(\vec{n}\times d\vec{l})$$

$\vec{n}$为薄导体层的法向单位矢量。



- 表面电流线密度与电荷面密度之间的关系：

$$\vec{J}_S=\rho_S\vec{v}$$

ρ_S为电荷面密度，$\vec{v}$运动电荷的速度。

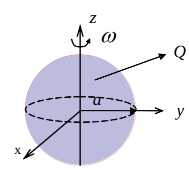
§2.1 电荷守恒定律

4. 线电流

- 电荷在一根很细地导线中流过或电荷通过的横截面很小时，可以把电流看作在一根无限细的线上流过，称为线电流。
- 电流元：长度元$d\vec{l}$中流过电流I，称$Id\vec{l}$为电流元。

§2.1 电荷守恒定律

练习1 一半径为 a的球内均匀分布总电荷量为Q的电荷，球体以匀角速度ω绕一个直径旋转，求球内的电流密度$\vec{J}$。



$$\vec{J}=\rho\vec{v}$$

$$\vec{J}=\hat{e}_{\varphi}\frac{3Q\omega}{4\pi a^3}r\sin\theta$$

§2.1 电荷守恒定律

练习2 已知面电流密度矢量场为：

$$\vec{J}_S(\vec{r})=(\vec{e}_x y+\vec{e}_y x)$$

计算穿过xoy表面两点(2,1)和(5,1)间的线段的电流。

$$I=\int_l \vec{n}\cdot(d\vec{l}\times\vec{J}_S)=\int_l \vec{J}_S\cdot(\vec{n}\times d\vec{l})$$

10.5A

§2.1 电荷守恒定律

三、电流连续性方程

1.电荷守恒定律：在一个与外界没有电荷交换的系统内，电荷的代数和在任何物理过程中始终保持不变。

2.单位时间内从闭合面内流出的电荷量应等于闭合面内的电荷减小量，有：

$$\oint_s \vec{J}(\vec{r},t)\cdot d\vec{S}=-\frac{dq}{dt}=-\frac{d}{dt}\int_V \rho dV$$

- 上述等式即为电流连续性方程的积分形式。

§ 2.1 电荷守恒定律

3.应用散度定理，则有：

$$\oint_s \vec{J}(\vec{r},t)\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dV$$

$$\Rightarrow \int_V \nabla\cdot\vec{J}dV = -\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dV$$

$$\Rightarrow \boxed{\nabla\cdot\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0}$$

- 上述等式即为电流连续性方程的微分形式。

§ 2.1 电荷守恒定律

4. 恒定电流场

- 对于恒定电流场，电流不随时间改变，$\rho(\vec{r})$和$\vec{J}(\vec{r})$都不是时间的函数，因此有：

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad \nabla\cdot\vec{J} = 0$$

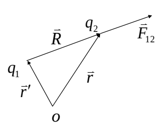
此等式为恒定电流场的电流连续性方程。左边为积分式，右边为微分式。

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

- 电量不变的静止电荷产生的电场称为静电场。

一、库仑定律（1785年、实验定律）

1.描述了真空中两个点电荷之间的相互作用力的规律。



两点电荷q_1和q_2相距R， q_2受到q_1的作用力为：

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\vec{e}_R = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\vec{R}}$$

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

其中，$\vec{e}_R$为从q_1指向q_2的单位矢量； $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$；$\varepsilon_0$为真空的介电常数，

$$\boxed{\varepsilon_0 = 1/(4\pi\times 9)\times 10^{-9} \approx 8.854\times 10^{-12}\,F/m}$$

2.静电力满足叠加定理

当有n个源点电荷存在时，场点r处的点电荷q_0所受到的作用力为由各源点电荷独自对q_0的作用力的矢量和，满足矢量相加。

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{R_i^2}\vec{e}_R$$

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

二、电场强度

1.在静止的源电荷周围空间内某点处一静止试验电荷q受到的静电力为 $\vec{F}$，该点的电场强度为：

$$\boxed{\vec{E} = \lim_{q\to 0}\frac{\vec{F}}{q} \quad (V/m)}$$

取极限$q\to 0$是为了使引入的静止试验电荷不致影响源电荷的状态。

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

- 电场强度为矢量函数。点电荷的电场强度大小为单位正电荷在该点所受的电场力的大小，方向与正电荷在该点所受电场力方向一致。

2.满足叠加定理

当有n个源点电荷存在时，场点r的场强为由各点电荷独自在该点形成的场强的矢量和，满足矢量相加。

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

三、分布电荷系统产生的电场

在无界真空中，如果电荷分布状态已确定，即已知源函数$\boldsymbol{\rho}(\vec{r'})$，$\boldsymbol{\rho_S}(\vec{r'})$ 或$\boldsymbol{\rho_l}(\vec{r'})$，则它们的电场分布可以通过计算确定。

1.体积V内电荷分布确定，已知源函数$\boldsymbol{\rho}(\vec{r'})$

a. 在V内任取一体积元dV′，则此处的电荷量为$\mathrm{dq} = \rho\left(\vec{r'}\right) dV'$；

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

b.源电荷dq在场点产生的电场为：

$$d\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{R}dq}{R^3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho(\vec{r}')\vec{R}dV'}{R^3}$$

c. 体积V内所有电荷在场点P所产生的总电场为：

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\frac{\vec{R}dq}{R^3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\frac{\rho(\vec{r}')\vec{R}dV'}{R^3}$$

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

2. 面电荷分布确定，已知源函数 $\boldsymbol{\rho_S}(\vec{r'})$ ，电场的分布可求：

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S\frac{\rho_S(\vec{r}')dS'}{R^2}\vec{e}_R=\frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S\rho_S(\vec{r}')\nabla(\frac{1}{R})dS'$$

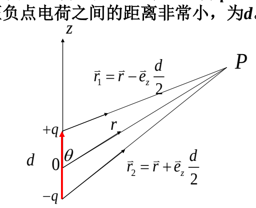
3. 线电荷分布确定，已知源函数 $\boldsymbol{\rho_l}(\vec{r'})$ ，电场的分布可求：

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l\frac{\rho_l(\vec{r}')dl'}{R^2}\vec{e}_R=\frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l\rho_l(\vec{r}')\nabla(\frac{1}{R})dl'$$

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

例2.2.1 求电偶极子的电场强度。

电偶极子：由两点电荷组成，一个正电荷*q*，一个负电荷-*q*，正负点电荷之间的距离非常小，为*d*。



§ 2.2 真空中静电场的基本规律

空间的场由场的定义和叠加原理得到。

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(3\frac{\vec{r}\cdot\vec{e}_z d}{r^2}\vec{r}-\vec{e}_z d)$$

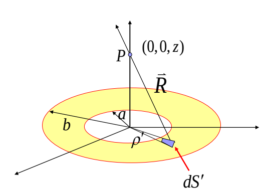
用电矩矢量来表示：

$$\vec{p}=\vec{e}_z qd$$

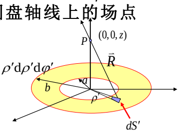
$$\Rightarrow\quad \vec{E}(\vec{r})=\frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r+\frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta$$

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

例2.2.2 计算均匀带电的环形薄圆盘轴线上任意点的电场强度。（内径为*a*，外径为*b*，电荷面密度为ρ_s）



- 在环形薄圆盘上取面积元$dS' = \rho' d\rho' d\phi'$，其位置矢量为$\vec{r}' = \vec{e}_\rho \rho'$，所带的电量为$dq = \rho_S dS' = \rho_S \rho' d\rho' d\phi'$。而薄圆盘轴线上的场点$P(0, 0, z)$的位置矢量为$\vec{r} = \vec{e}_z z$，因此有



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\rho_S(\vec{r}')\vec{R}}{R^3}\mathrm{d}S' = \frac{\rho_S}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b\int_0^{2\pi}\frac{\vec{e}_z z - \vec{e}_{\rho'}\rho'}{(z^2+\rho'^2)^{3/2}}\rho'\mathrm{d}\rho'\mathrm{d}\varphi'$$

由于 $\boldsymbol{e}_{\rho'} = \boldsymbol{e}_x\cos\varphi' + \boldsymbol{e}_y\sin\varphi'$

$$\int_0^{2\pi}\boldsymbol{e}_{\rho'}\mathrm{d}\varphi' = \int_0^{2\pi}(\boldsymbol{e}_x\cos\varphi' + \boldsymbol{e}_y\sin\varphi')\mathrm{d}\varphi' = 0$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_S}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b\int_0^{2\pi}\frac{\vec{e}_z z - \vec{e}_\rho\rho'}{(z^2+\rho'^2)^{3/2}}\rho'\mathrm{d}\rho'\mathrm{d}\varphi'$$

$$= \boldsymbol{e}_z\frac{\rho_S z}{2\varepsilon_0}\int_a^b\frac{\rho'\mathrm{d}\rho'}{(z^2+\rho'^2)^{3/2}} = \boldsymbol{e}_z\frac{\rho_S z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(z^2+a^2)^{1/2}} - \frac{1}{(z^2+b^2)^{1/2}}\right]$$

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

四、静电场的散度和旋度

1.静电场的散度和高斯定律：

a.
$$\nabla\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

这是真空中静电场的高斯定律微分形式。表明静电场是有散矢量场，空间任一点的散度与该处的电荷密度相关，通量源是静电荷。

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

b.利用散度定理有：

$$\oint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \nabla\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

为真空中静电场的高斯定律积分形式。

- 高斯定律积分形式表明，电场强度矢量穿过闭合曲线S的通量等于该闭合面所包围的总电荷与ε_0之比。

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

2.静电场的旋度和守恒定理：

a.
$$\nabla\times\vec{E}(\vec{r}) = 0$$

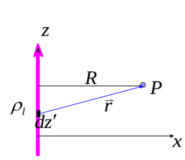
b.利用斯托克斯公式，可有：

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

称为静电系统的守恒定理。静电场为无旋场，沿任意闭合路径的积分恒为零，为保守场。

§ 2.2 真空中静电场的基本规律

练习 求线密度为ρ、长为l的均匀电荷在空间中产生的电场强度。



§ 2.2 真空中静电场的基本规律

* 无限长均匀分布的线电荷 ρ_l 产生的电场为：

$$\vec{E}(\vec{R}) = \vec{e}_R\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

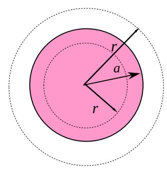
课堂测验

半径为a的球形带电体，电荷总量Q均匀分布在球体内。

求：$\vec{E}(\vec{r})$　　$\nabla\cdot\vec{E}(\vec{r})$

分析：电场方向垂直于球面。

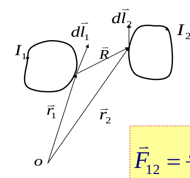
电场大小只与r有关。



§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

- 恒定电流产生的磁场称为恒定磁场。

一、安培力定律（1820年、实验定律）



1. 真空中两个线电流回路C_1和C_2，$I_1 d\vec{l}_1$和$I_2 d\vec{l}_2$分别为C_1和C_2回路上的电流元，C_1回路对C_2回路的安培作用力为：

$$\vec{F}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{c_2}\oint_{c_1}\frac{I_2 d\vec{l}_2\times(I_1 d\vec{l}_1\times\vec{e}_R)}{R^2}$$

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

$$\vec{F}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{c_2}\oint_{c_1}\frac{I_2 d\vec{l}_2\times(I_1 d\vec{l}_1\times\vec{e}_R)}{R^2}$$

式中，

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}(H/m)$为真空中的磁导率；

$\vec{e}_R=\frac{\vec{R}}{R}$为$\vec{R}$方向上的单位矢量，$\vec{R}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

2. 若要求回路C_2对回路C_1的安培作用力，只需将公式中的下标1和2对调，改变$\vec{e}_R$的方向即可。

$$\vec{F}_{21}=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{c_1}\oint_{c_2}\frac{I_1 d\vec{l}_1\times(I_2 d\vec{l}_2\times\vec{e}_R')}{R^2}$$

$\vec{e}_R=\frac{\vec{R}'}{R}$为单位矢量，$\vec{R}'=\vec{r}_1-\vec{r}_2$为$\vec{R}$的反方向。

满足牛顿第三定律，有：$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

3. 将安培力的公式改写为：

$$\vec{F}_{12}=\oint_{c_1}\oint_{c_2}d\vec{F}_{12}$$

其中：$$d\vec{F}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}I_2 d\vec{l}_2\times(\frac{I_1 d\vec{l}_1\times\vec{e}_R}{R_{12}{}^2})$$

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

$$\Rightarrow\quad d\vec{F}_{12}=I_2 d\vec{l}_2\times(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 d\vec{l}_1\times\vec{e}_R}{R_{12}{}^2})$$

$$=I_2 d\vec{l}_2\times d\vec{B}$$

有：$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}(\frac{I_1 d\vec{l}_1\times\vec{e}_R}{R_{12}{}^2})=\frac{\mu_0}{4\pi}(\frac{Id\vec{l}\times\vec{e}_R}{R^2})$$

- 将$Id\vec{l}$代替$I_1 d\vec{l}_1$，主要是为了表示位于任何电流元$Id\vec{l}$周围的场点受到的磁场的影响。
- 为任意电流元 $Id\vec{l}$ 产生的磁场定义式。

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

二、磁感应强度

- $\vec{B}$代表磁场，称为磁感应强度或磁通密度，单位为T（特斯拉）或 Wb/m^2。
- $d\vec{B}$的方向一定垂直于$Id\vec{l}$和$\vec{R}$，这三个矢量组成一个右螺旋关系。
- 磁感应强度

$$\vec{B}=\int_c d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_c \frac{Id\vec{l}'\times\vec{e}_R}{R^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_c \frac{Id\vec{l}'\times\vec{R}}{R^3}$$

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

三、分布电流产生的磁场

- 已知体电流密度

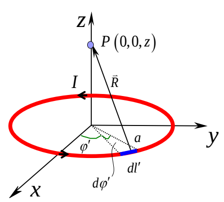
$$\vec{B}(\vec{r})=\int_V d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}dV'$$

- 已知面电流密度

$$\vec{B}(\vec{r})=\int_S d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_S \frac{\vec{J}_S(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}dS'$$

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

例2.3.1 计算线电流圆环轴线上任意一点的磁感应强度。



§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

四、恒定磁场的散度与旋度

1.恒定磁场的散度和磁通连续性原理

$$\nabla\cdot\vec{B}(\vec{r})=0$$

$$\oint_S \vec{B}(\vec{r})\cdot d\vec{S}=0$$

- 磁场是无散场，无通量源；磁力线是闭合线；磁通连续性原理表明自然界中无孤立的磁荷存在。

§ 2.3 真空中恒定磁场的基本规律

2.恒定磁场的旋度和安培环路定理

$$\nabla\times\vec{B}(\vec{r})=\mu_0\vec{J}(\vec{r})$$

$$\oint_C \vec{B}(\vec{r})\cdot d\vec{l}=\mu_0 I$$

- 恒定磁场是有旋场，恒定电流是产生恒定磁场的旋涡源。恒定磁场的磁感应强度在闭合曲线上的环流量等于闭合曲线交链的恒定电流的代数和与μ_0的乘积。

§ 2.4 媒质的电磁特性

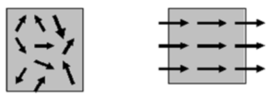
- 媒质中的电磁场
- 当物质引入电磁场时，将和电磁场产生相互作用改变电磁场的状态。
- 宏观而言，物质对电磁场的响应分为极化、磁化和传导。
  - 电介质中，极化是主要现象；
  - 磁介质中，磁化是主要现象；
  - 导体中，传导是主要现象。

§ 2.4 媒质的电磁特性

一、电介质的极化

1.极化

- 讨论物质的电效应时，将物质统称为电介质。
- 电介质中电子和原子核结合得很紧密，电子被原子核紧紧地束缚住，电介质中的电荷称为束缚电荷。
- 有外电场时：介质中带电粒子产生位移或附加运动。



§ 2.4 媒质的电磁特性

- 这种现象称为介质的极化，此时束缚电荷也称为极化电荷。
- 电介质中的电场强度为自由电荷产生的外电场$\vec{E}_0$与极化电荷所产生的附加场$\vec{E}'$的叠加。

$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$$

2. 极化强度

- 不同电介质的极化程度不一样
- 对于线性和各向同性电介质，极化强度和电介质中的合成电场强度之间的关系有：

$$\vec{P}(\vec{r})=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}(\vec{r})$$

χ_e为电介质的电极化率。

§ 2.4 媒质的电磁特性

3.极化电荷密度

限定体积内极化电荷体密度有：

$$\rho_P=-\nabla\cdot\vec{P}$$

4.电位移矢量和介质中的高斯定律

电介质中，极化电荷也是产生电场的通量源。

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho+\rho_P}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow\quad\nabla\cdot(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P})=\rho$$

§ 2.4 媒质的电磁特性

令电位移矢量为$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$

则有 $\nabla\cdot\vec{D}=\rho$

- 为电介质中高斯定律的微分形式。

应用散度定理有

$$\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=q$$

- 电介质中高斯定律的积分形式，表明电位移矢量穿过任一闭合面的通量等于该闭合面内的自由电荷的代数和。

§ 2.4 媒质的电磁特性

- 电介质中的电场基本方程：

$$\begin{cases}\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=q\\ \oint_C\vec{E}\cdot d\vec{l}=0\end{cases}\qquad\begin{cases}\nabla\cdot\vec{D}=\rho\\ \nabla\times\vec{E}=0\end{cases}$$

5.电介质的本构关系

线性和各向同性介质中，满足

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0\vec{E}+\chi_e\varepsilon_0\vec{E}=(1+\chi_e)\varepsilon_0\vec{E}$$
$$=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

ε_r称为介质的相对介电常数。真空中有$\varepsilon_r=1$，

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$$

§ 2.4 媒质的电磁特性

例2.4.1 半径为a的球形区域内（真空）充满分布不均匀的体密度电荷，其体密度为$\rho(\vec{r})$。已知电场分布为

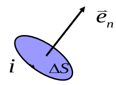
$$\vec{E}=\begin{cases}\vec{e}_r(r^3+Ar^2) & r\le a\\ \vec{e}_r(a^5+Aa^4)r^{-2} & r>a\end{cases}$$

求电荷体密度。

§ 2.4 媒质的电磁特性

二、磁介质的磁化

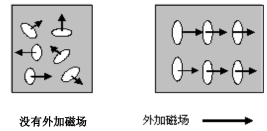
1.磁化



- 磁偶极子：微小环形电流

  磁偶极矩：$\vec{P}_m = i\Delta\vec{S}$
- 介质中分子或原子内的电子运动形成分子电流，微观上形成不规则分布的磁偶极矩。在外磁场力作用下，磁偶极矩定向排列，形成宏观上的磁偶极矩，这种现象称为介质的磁化。

§ 2.4 媒质的电磁特性



（c）微观磁偶极矩，在外磁场力的作用下发生定向排列

- 外加磁场使磁介质中的分子磁矩沿外磁场取向，磁介质被磁化；被磁化的磁介质要产生附加磁场，从而使原有磁场分布发生变化。

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

§ 2.4 媒质的电磁特性

2.磁化强度矢量

- 为了描述介质在外加磁场作用下磁化程度，引入磁化强度$\vec{M}$，定义为单位体积中的磁偶极矩的矢量和。
- 磁介质被磁化后，其内部和表面会出现宏观电流分布，称为磁化电流I_M。

3.磁化电流密度

- 磁介质内磁化体电流密度与磁化强度的关系式

$$\boxed{\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M}}$$

§ 2.4 媒质的电磁特性

4.磁场强度和磁介质中的安培环路定理

- 磁化电流也激发磁感应强度，磁介质中的磁感应强度是所有电流源激励的结果：

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \vec{J}_M) = \mu_0(\vec{J} + \nabla \times \vec{M})$$

$$\Rightarrow \quad \nabla \times \left[\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right] = \vec{J}$$

- 令磁场强度为

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

§ 2.4 媒质的电磁特性

则有 $\boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{J}}$

- 为磁介质中的安培环路定理的微分形式。

  应用斯托克斯定理有：

$$\boxed{\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I}$$

- 为磁介质中安培环路定理的积分形式。
- 磁介质的磁场基本方程

$$\boxed{\begin{cases} \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{cases}}$$

§ 2.4 媒质的电磁特性

5.磁介质的本构关系

- 线性和各向同性磁介质中有

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

由

$$\vec{H} = \vec{B}/\mu_0 - \vec{M}$$

$$\boxed{\Rightarrow \quad \vec{B} = (1+\chi_m)\mu_0\vec{H} = \mu_r\mu_0\vec{H} = \mu\vec{H}}$$

μ_r为相对磁导率，真空中有$\vec{B} = \mu_0\vec{H}$。非铁磁性物质，通常认为$\mu_r \approx 1$。

§ 2.4 媒质的电磁特性

三、媒质的传导特性

1.欧姆定律

- 导电媒质内部有许多能自由运动的带电粒子，它们在外电场的作用下可以定向运动形成电流。
- 对于线性和各向同性的导电媒质，有

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$$

- 欧姆定律的微分形式，σ为媒质的电导率。

§ 2.4 媒质的电磁特性

2.焦耳定律

- 电场对单位体积提供的功率为

$$p = \vec{J}\cdot\vec{E}$$

- 整个体积内的导电媒质消耗的功率为

$$P = \int_V \vec{J}\cdot\vec{E}dV$$

- 媒质的特性包括极化特性、磁化特性和导电特性，分别用介电常数、磁导率和电导率来描述。

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

一、法拉第电磁感应定律（1831年，实验定律）

- 大量实验发现：当穿过闭合导体回路的磁通量发生变化时，回路中会出现感应电动势，引起感应电流。

1.感应电动势

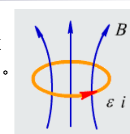
a.大小

感应电动势与穿过回路的磁通量的时间变化率成正比。

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

b.方向

规定感应电动势的参考方向与穿过该回路的磁通量符合右手螺线关系。



c.公式

$$\boxed{\mathcal{E}_{in} = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}}$$

- “-”号表示回路中产生的感应电动势的作用总是要阻止回路磁通量的改变。

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

2.法拉第电磁感应定律的表达式

a.积分形式

回路中出现感应电动势，表明导体内存在感应电场。

感应电动势与感应电场的关系：

$$\mathcal{E}_{in} = \oint_c \vec{E}_{in}\cdot d\vec{l}$$

如果空间中还存在静止电荷产生的电场$\vec{E}_c$，则总电场为

$$\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_{in}$$

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

有：

$$\left.\begin{aligned} \oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = \oint_c \vec{E}_c\cdot d\vec{l} + \oint_c \vec{E}_{in}\cdot d\vec{l} &= \oint_c \vec{E}_{in}\cdot d\vec{l} \\ \mathcal{E}_{in} &= \oint_c \vec{E}_{in}\cdot d\vec{l} \\ \mathcal{E}_{in} = -\frac{d\psi}{dt} &= -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}}$$

- 法拉第电磁感应定律的积分形式。

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

b.微分形式

- 如果回路是静止的，穿过回路的磁通变化是由磁场随时间变化引起的，则由：

$$\left.\begin{aligned}&\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\\ &\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_S \nabla\times\vec{E}\cdot d\vec{S}\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow\quad \int_S \nabla\times\vec{E}\cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

$$\Rightarrow\quad \boxed{\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

- 即法拉第电磁感应定律的微分形式。

法拉第电磁感应定律：

$$\boxed{\begin{cases}\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\\ \nabla\times\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\end{cases}}$$

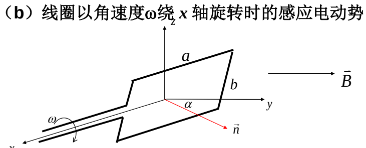
说明：变化的磁场产生电场。

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

例2.5.1 一个$a\times b$的矩形线圈放在时变磁场$\vec{B} = \vec{e}_y B_0 \sin\omega t$中。初始，线圈面的法线与$y$轴成$\alpha$角。求：

（a）线圈静止时的感应电动势；

（b）线圈以角速度ω绕 x 轴旋转时的感应电动势。

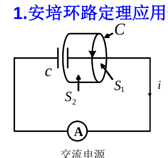


§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

二、位移电流

- 主要阐述变化的电场产生磁场。

1.安培环路定理应用于时变场的矛盾



安培环路定理积分形式：

$$\oint_c \vec{H}\cdot d\vec{l} = I$$

穿过S_1的电流为 i；

穿过S_2的电流为0。

安培环路定理积分形式在时变场不成立。

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

- 微分形式的安培环路定理在时变场中与电荷守恒定律相矛盾。

$$\left.\begin{aligned}&\nabla\times\vec{H} = \vec{J} \Rightarrow\quad \nabla\cdot\nabla\times\vec{H} = \nabla\cdot\vec{J} = 0\\ &\nabla\cdot\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow\quad \nabla\cdot\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \quad 矛盾$$

2.矛盾的解决

- 由电流连续性方程和高斯定律

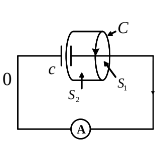
$$\nabla\cdot\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = \nabla\cdot\vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\vec{D}) = \nabla\cdot(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}) = 0$$

§ 2.5 电磁感应定律和位移电流

- 若将安培环路定理修正为

$$\nabla\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

则有： $\nabla\cdot\nabla\times\vec{H} = \nabla\cdot(\vec{J} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}) = 0$



$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}$$

$$= \begin{cases}\int_{S_1} \vec{J}\cdot d\vec{S} = i\\ \int_{S_2} \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S} = \dfrac{\partial q}{\partial t} = i\end{cases}$$

§2.5 电磁感应定律和位移电流

3.安培环路定理在时变场中的表达式

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_s (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

说明：真实电流和变化的电场都是产生磁场的源。

4.位移电流密度

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

- 电位移矢量随时间的变化率，能像电流一样产生磁场，故称“位移电流”。位移电流只表示电场的变化率，与传导电流不同，它不产生热效应。

§2.5 电磁感应定律和位移电流

例2.5.2 自由空间的磁场强度为：

$$\vec{H} = \vec{e}_x H_m \cos(\omega t - kz) \quad A/m$$

求：位移电流密度和电场强度。（k为常数，自由空间传导电流密度为0。）

§2.6 麦克斯韦方程组

- 1864年，麦克斯韦全面总结了电磁现象的基本规律。

一、麦克斯韦方程组

1.积分形式

$$\oint_c \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S} \quad (1)$$

$$\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \quad (2)$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \quad (3)$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q \quad (4)$$

§2.6 麦克斯韦方程组

2.微分形式

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (4)$$

§2.6 麦克斯韦方程组

3.物理意义

- 安培环路定律—麦克斯韦第一方程，表明传导电流和变化的电场都能产生磁场；
- 电磁感应定律—麦克斯韦第二方程，表明变化的磁场能产生电场；
- 磁通连续性原理—表明磁场是无散场，磁力线总是闭合曲线；
- 高斯定律——表明电荷能产生磁场。
- 适用范围：一切宏观电磁现象。

§2.6 麦克斯韦方程组

- 时变电场的激发源除了电荷以外，还有变化的磁场；而时变磁场的激发源除了传导电流以外，还有变化的电场。电场和磁场互为激发源，相互激发。
- 时变电磁场的电场和磁场不再相互独立，而是相互关联，构成一个整体——电磁场。电场和磁场分别是电磁场的两个分量。
- 在离开辐射源（如天线）的无源空间中，电荷密度和电流密度矢量为零，电场和磁场仍然可以相互激发，从而在空间形成电磁振荡并传播，这就是电磁波。

§ 2.6 麦克斯韦方程组

4.从麦克斯韦方程组可推导出电流连续性方程

§ 2.6 麦克斯韦方程组

4.从麦克斯韦方程组可推导出电流连续性方程

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$$

$$\Rightarrow \quad 0 = \nabla \cdot (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$$

$$\Rightarrow \quad \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{D}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

§ 2.6 麦克斯韦方程组

二、媒质的本构关系

- 麦克斯韦第一、二方程是独立方程，不可能利用两个矢量方程（前两个方程）求解出4个未知矢量，必须用媒质的本构关系作补充。
- 各向同性线性媒质的本构关系为：

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

§ 2.6 麦克斯韦方程组

- 在线性和各向同性媒质中，麦克斯韦方程组可仅用电场强度和磁场强度表示：

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1) \qquad \nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0 \quad (3) \qquad \nabla \cdot \varepsilon \vec{E} = \rho \quad (4)$$

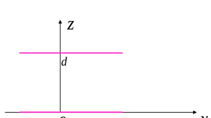
- 称为麦克斯韦方程组的限定形式。
- 静电场和恒定磁场的基本方程是麦克斯韦方程组的特例。

§ 2.6 麦克斯韦方程组

例2.6.1　在两导体平板（$z=0$和$z=d$）之间的空气中传播的电磁波，已知其电场强度为

$$\vec{E} = \vec{e}_y E_0 \sin\left(\frac{\pi}{d} z\right) \cos(\omega t - kx)$$

k为常数，求磁场强度。

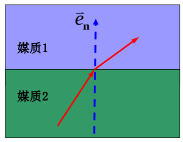


§ 2.6 麦克斯韦方程组

例2.6.2　在无源电介质中($\vec{J} = 0, \rho = 0, \sigma = 0$)，已知矢量$\vec{E} = \vec{e}_x E_m \cos(\omega t - kz)$，问什么条件下，可能为电场强度矢量？求出其他场量。

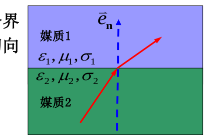
§ 2.7 电磁场的边界条件

- 实际电磁场问题都是在一定的空间内发生的，涉及到不同媒质所构成的区域，不同介质的分界面上电磁场构成了边界条件。
- 所谓边界条件，即电磁场在边界上服从的条件，也可以理解为界面两侧的相邻点在无限趋近时所要满足的约束条件。



§ 2.7 电磁场的边界条件

- 由于在分界面两侧介质的特性参数发生突变，场在界面两侧也发生突变。麦克斯韦方程组的微分形式在分界面两侧失去意义（因为微分方程要求场量连续可微），积分方程则不要求电磁场量连续，从积分形式的麦克斯韦方程组出发，可导出电磁场的边界条件。
- 分析过程中将场矢量在分界面上分解为法向分量和切向分量。

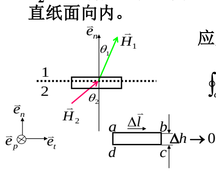


§ 2.7 电磁场的边界条件

一、边界条件的一般形式

a. $\vec{H}$ 的边界条件

1区媒质参数为ε_1、μ_1、σ_1，2区媒质参数为ε_2、μ_2、σ_2。磁场矢量在纸面上，分界面的面电流密度垂直纸面向内。



应用麦克斯韦第一方程式，

$$\oint_c \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}$$

§ 2.7 电磁场的边界条件

可得到边界条件：

$$\vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s$$
$$H_{1t} - H_{2t} = J_s$$

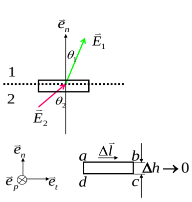
- 磁场强度在穿过存在面电流的分界面时，其切向分量不连续。
- 如果分界面上不存在传导电流，则有：

$$\vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0$$
$$H_{1t} = H_{2t}$$

- $\vec{e}_n$ 的方向由媒质2指向媒质1。

§ 2.7 电磁场的边界条件

b. $\vec{E}$的边界条件



应用麦克斯韦第二方程式，

$$\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

可以得到边界条件：

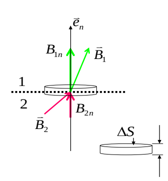
即：

$$\vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$$
$$E_{1t} = E_{2t}$$

§ 2.7 电磁场的边界条件

c. $\vec{B}$的边界条件

应用麦克斯韦第三方程式：



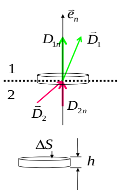
$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

可得到边界条件：

$$\vec{e}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$$
$$B_{1n} = B_{2n}$$

§ 2.7 电磁场的边界条件

d. $\vec{D}$的边界条件



应用麦克斯韦第四方程式：

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

可得到边界条件：

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S \\ &D_{1n} - D_{2n} = \rho_s \end{aligned}}$$

如果分界面上无自由电荷，则有：

$$\vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0 \qquad D_{1n} - D_{2n} = 0$$

§ 2.7 电磁场的边界条件

■ 时变电磁场的边界条件：

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \\ &\vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\ &\vec{e}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ &\vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S \end{aligned}} \quad \text{或} \quad \boxed{\begin{aligned} &H_{1t} - H_{2t} = J_s \\ &E_{1t} = E_{2t} \\ &B_{1n} = B_{2n} \\ &D_{1n} - D_{2n} = \rho_S \end{aligned}}$$

§ 2.7 电磁场的边界条件

二、两种特殊情况下的边界条件

1.理想介质和理想导体的分界面

设媒质1为理想介质，则σ_1=0，媒质2为理想导体，$\sigma_2=\infty$，有$\boldsymbol{E}_2 = 0$、$\boldsymbol{B}_2 = 0$、$\boldsymbol{H}_2 = 0$，则边界条件为：

$$\begin{aligned} &\vec{e}_n \times \vec{H}_1 = \vec{J}_s \\ &\vec{e}_n \times \vec{E}_1 = 0 \\ &\vec{e}_n \cdot \vec{B}_1 = 0 \\ &\vec{e}_n \cdot \vec{D}_1 = \rho_S \end{aligned} \quad \text{或} \quad \begin{aligned} &H_{1t} = J_s \\ &E_{1t} = E_{2t} = 0 \\ &B_{1n} = B_{2n} = 0 \\ &D_{1n} = \rho_S \end{aligned}$$

* 金属表面可以用理想导体表面代替。

§ 2.7 电磁场的边界条件

2.理想介质表面上的边界条件

这时有$\sigma_1=\sigma_2$=0，在分界面上不存在自由电荷和面电流，则边界条件为：

$$\begin{aligned} &\vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \\ &\vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \\ &\vec{e}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \\ &\vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0 \end{aligned} \quad \text{或} \quad \begin{aligned} &H_{1t} = H_{2t} \\ &E_{1t} = E_{2t} \\ &B_{1n} = B_{2n} \\ &D_{1n} = D_{2n} \end{aligned}$$

§ 2.7 电磁场的边界条件

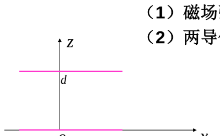
例2.7.1 在两导体平板（z＝0和z＝d）之间的空气中传播的电磁波，已知其电场强度为

$$\vec{E} = \vec{e}_y E_0 \sin(\frac{\pi}{d} z) \cos(\omega t - kx)$$

k为常数。求：

（1）磁场强度；

（2）两导体表面上的面电流密度。



§ 2.7 电磁场的边界条件

例2.7.2 在z<0和z>0的区域分别有媒质1和媒质2. 媒质参数分别为$\varepsilon_1=\varepsilon_0$、$\mu_1=\mu_0$、$\sigma_1$=0；$\varepsilon_2=5\varepsilon_0$、$\mu_2=20\mu_0$、$\sigma_2$=0 。媒质1中的电场强度为

$$\vec{E}_1 = \vec{e}_x [60\cos(15\times10^8 t - 5z) + 20\cos(15\times10^8 t + 5z)]$$

媒质2中的电场强度为

$$\vec{E}_2 = \vec{e}_x A\cos(15\times10^8 t - 50z)$$

求常数A的值。

§ 2.7 电磁场的边界条件

例2.7.3 有一半径为a的导体球，它的中心位于两个均匀半无限大电介质的分界面上。它们的介电常数分别为ε_1和ε_2，并设导体球上带的电荷量为q，求电场强度。