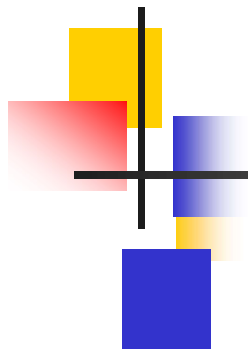


通信原理



通信原理

第8章 新型数字带通调制技术



第8章 新型数字带通调制技术

• 8.1 正交振幅调制(QAM)

■ 信号表示式:

这种信号的一个码元可以表示为

$$s_k(t) = A_k \cos(\omega_0 t + \theta_k) \quad kT < t \leq (k+1)T$$

式中, $k = \text{整数}$; A_k 和 θ_k 分别可以取多个离散值。

上式可以展开为

$$s_k(t) = A_k \cos \theta_k \cos \omega_0 t - A_k \sin \theta_k \sin \omega_0 t$$

$$\text{令 } X_k = A_k \cos \theta_k \quad Y_k = -A_k \sin \theta_k$$

则信号表示式变为

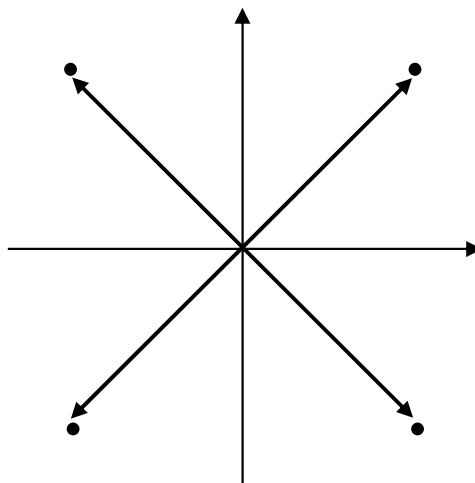
$$s_k(t) = X_k \cos \omega_0 t + Y_k \sin \omega_0 t$$

X_k 和 Y_k 也是可以取多个离散值的变量。从上式看出, $s_k(t)$ 可以看作是两个正交的振幅键控信号之和。

第8章 新型数字带通调制技术

■ 矢量图

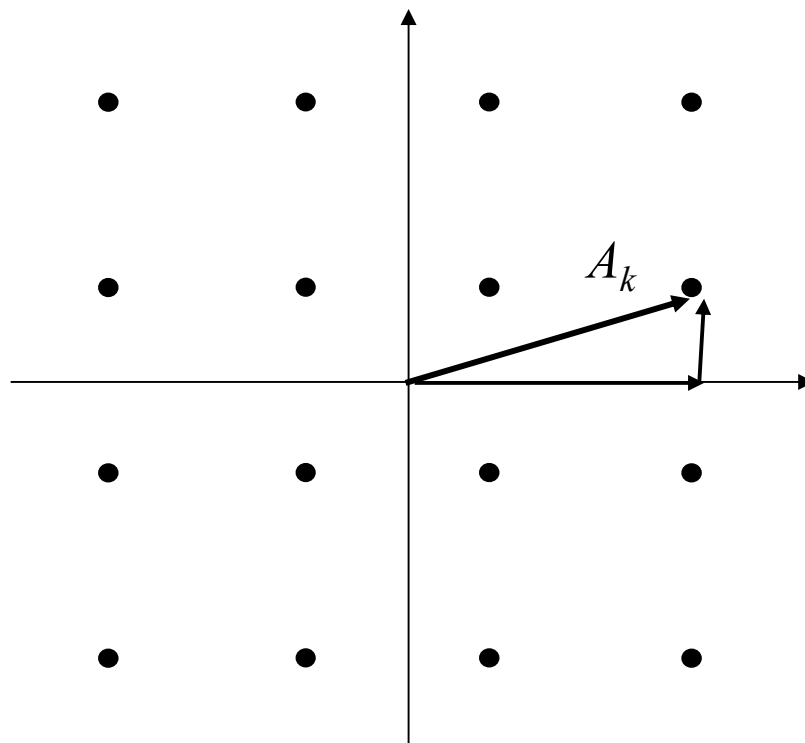
在信号表示式中，若 θ_k 值仅可以取 $\pi/4$ 和 $-\pi/4$ ， A_k 值仅可以取 $+A$ 和 $-A$ ，则此QAM信号就成为QPSK信号，如下图所示：



所以，QPSK信号就是一种最简单的QAM信号。

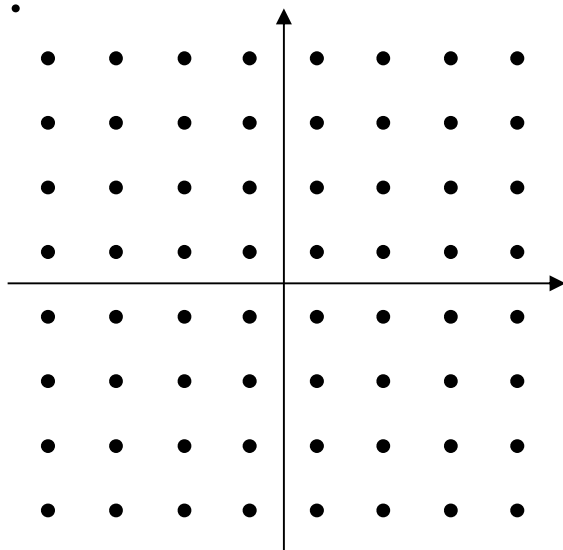
第8章 新型数字带通调制技术

有代表性的QAM信号是16进制的，记为16QAM，
它的矢量图示于下图中：

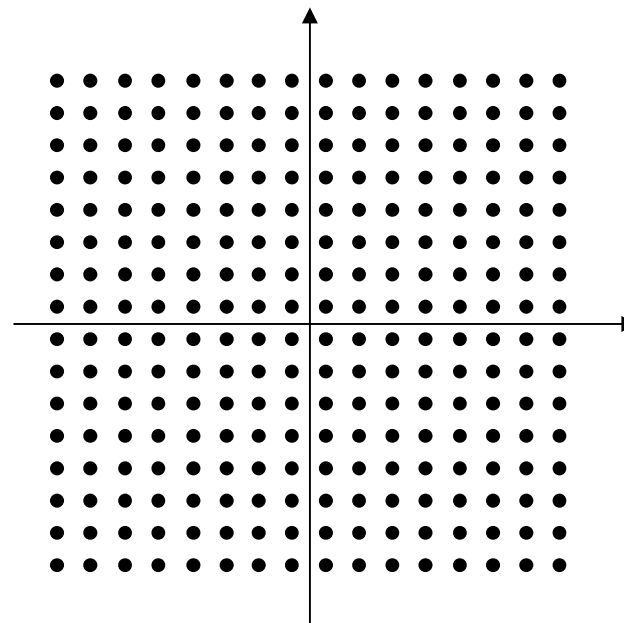


第8章 新型数字带通调制技术

类似地，有64QAM和256QAM等QAM信号，如下图所示：



64QAM信号矢量图



256QAM信号矢量图

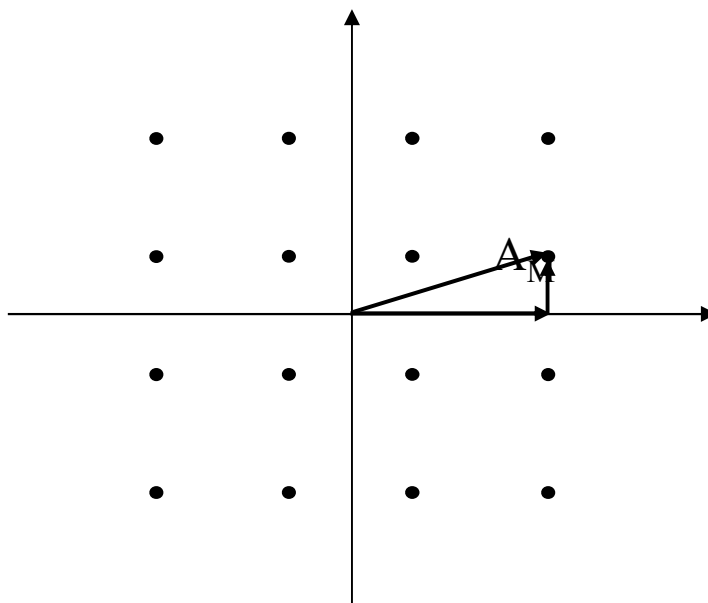
它们总称为MQAM调制。由于从其矢量图看像是星座，故又称**星座**调制。

第8章 新型数字带通调制技术

■ 16QAM信号

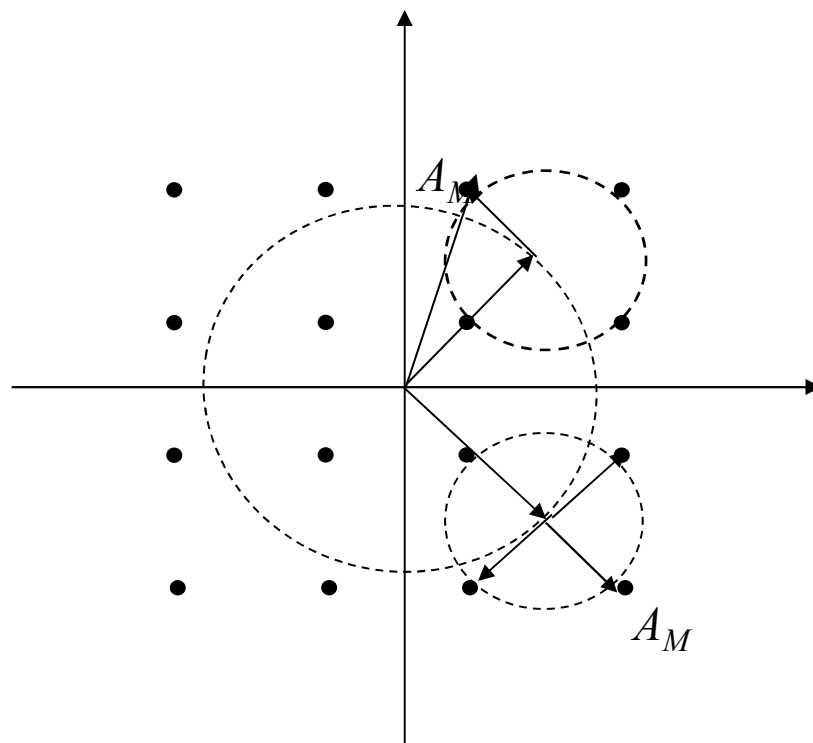
◆ 产生方法

- 正交调幅法：用两路独立的正交4ASK信号叠加，形成16QAM信号，如下图所示。



第8章 新型数字带通调制技术

- 复合相移法：它用两路独立的QPSK信号叠加，形成16QAM信号，如下图所示。



图中虚线大圆上的4个大黑点表示第一个QPSK信号矢量的位置。在这4个位置上可以叠加上第二个QPSK矢量，后者的位置用虚线小圆上的4个小黑点表示。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ 16QAM信号和16PSK信号的性能比较:

在下图中, 按最大振幅相等, 画出这两种信号的星座图。

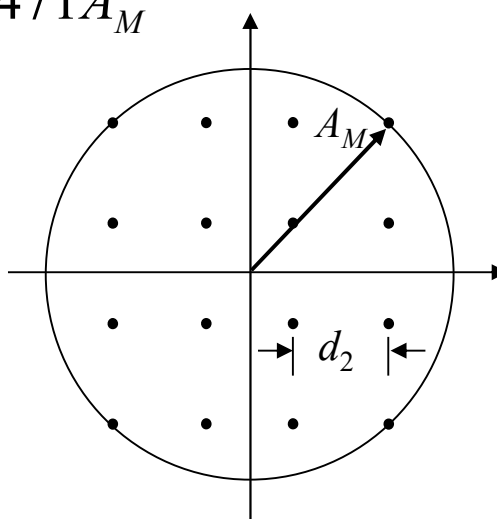
设其最大振幅为 A_M , 则16PSK信号的相邻矢量端点的欧氏距离等于

$$d_1 \approx A_M \left(\frac{\pi}{8} \right) = 0.393 A_M$$

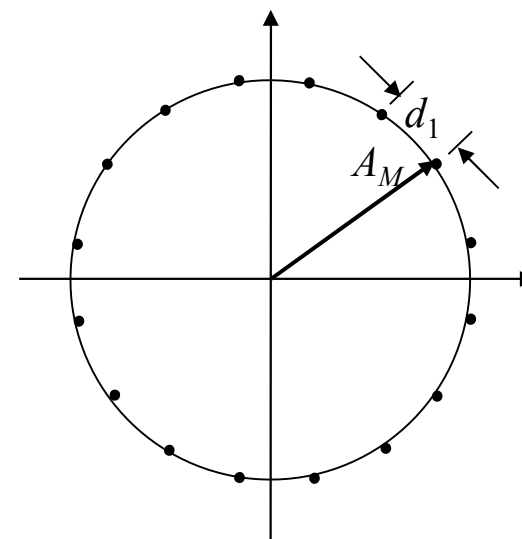
而16QAM信号的相邻点欧氏距离等于

$$d_2 = \frac{\sqrt{2} A_M}{3} = 0.471 A_M$$

d_2 和 d_1 的比值就代表这两种体制的噪声容限之比。



(a) 16QAM



(b) 16PSK



第8章 新型数字带通调制技术

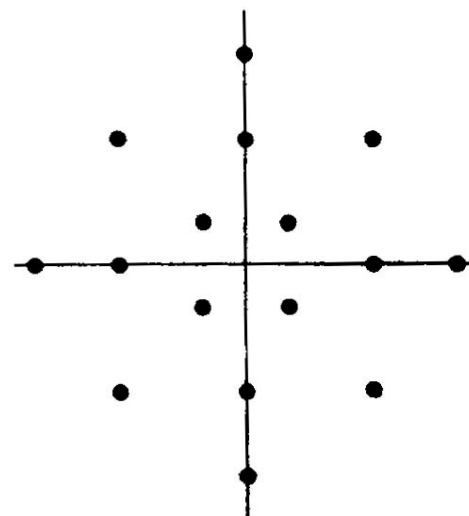
按上两式计算, d_2 超过 d_1 约1.57 dB。但是, 这时是在最大功率(振幅)相等的条件下比较的, 没有考虑这两种体制的平均功率差别。16PSK信号的平均功率(振幅)就等于其最大功率(振幅)。而16QAM信号, 在等概率出现条件下, 可以计算出其最大功率和平均功率之比等于1.8倍, 即2.55 dB。因此, 在平均功率相等条件下, 16QAM比16PSK信号的噪声容限大4.12 dB。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ 16QAM方案的改进:

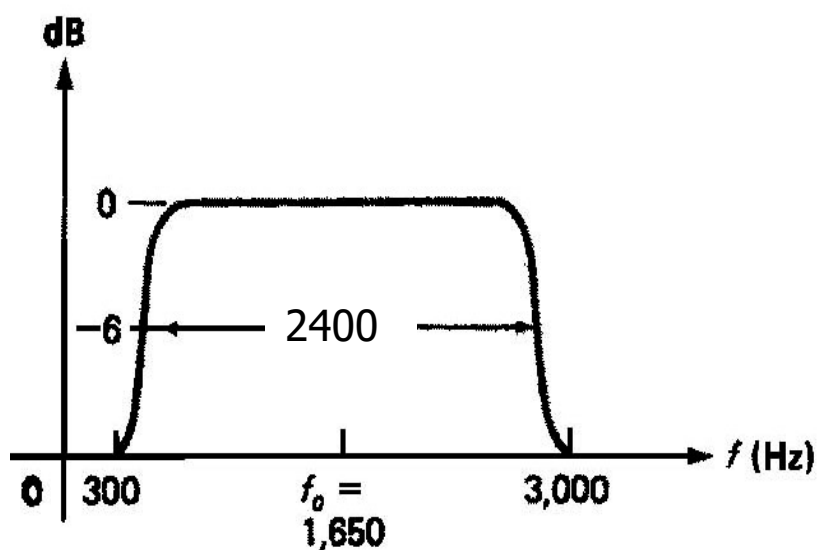
QAM的星座形状并不是正方形最好，实际上以边界越接近圆形越好。

例如，在下图中给出了一种改进的16QAM方案，其中星座各点的振幅分别等于 ± 1 、 ± 3 和 ± 5 。将其和上图相比较，不难看出，其星座中各信号点的最小相位差比后者大，因此容许较大的相位抖动。

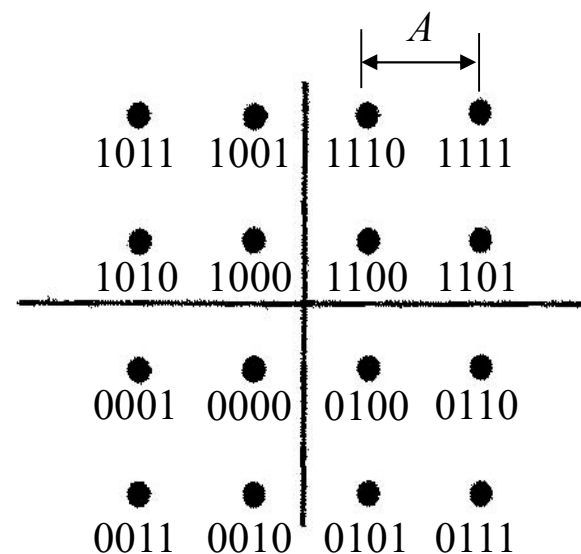


第8章 新型数字带通调制技术

- 实例：在下图中示出一种用于调制解调器的传输速率为9600 b/s的16QAM方案，其载频为1650 Hz，滤波器带宽为2400 Hz，滚降系数为10%。



(a) 传输频带

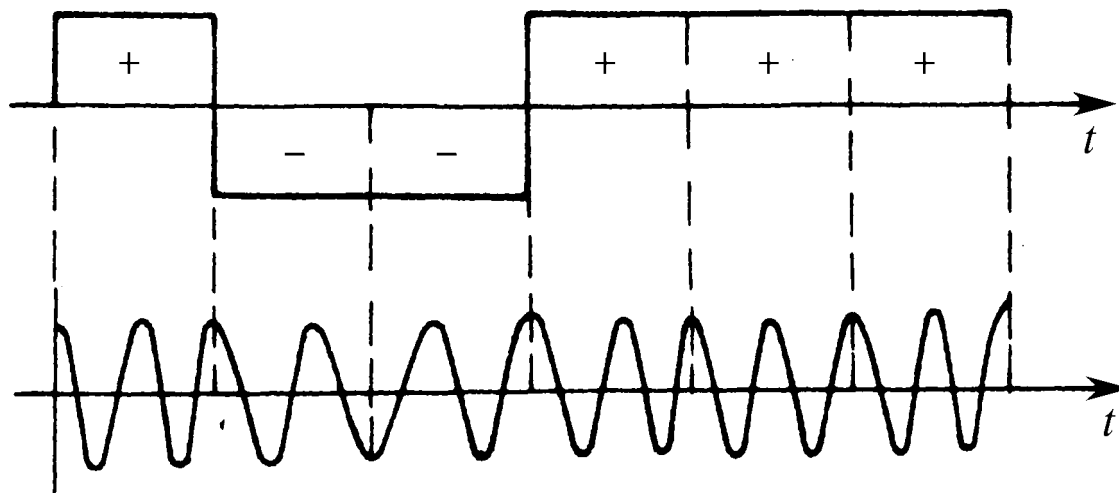


(b) 16QAM星座

第8章 新型数字带通调制技术

8.2 最小频移键控和高斯最小频移键控

- 定义：最小频移键控（MSK）信号是一种包络恒定、相位连续、带宽最小并且严格正交的2FSK信号，其波形图如下：





第8章 新型数字带通调制技术

8.2.1 正交2FSK信号的最小频率间隔

假设2FSK信号码元的表示式为

$$s(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_1 t + \varphi_1) & \text{当发送“1”时} \\ A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) & \text{当发送“0”时} \end{cases}$$

现在, 为了满足正交条件, 要求

$$\int_0^{T_s} [\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)] dt = 0$$

即要求

$$\frac{1}{2} \int_0^{T_s} \{ \cos[(\omega_1 + \omega_0)t + \varphi_1 + \varphi_0] + \cos[(\omega_1 - \omega_0)t + \varphi_1 - \varphi_0] \} dt = 0$$

上式积分结果为

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + \varphi_1 + \varphi_0]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \varphi_1 - \varphi_0]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}{\omega_1 + \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\omega_1 - \omega_0} = 0$$



第8章 新型数字带通调制技术

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + \varphi_1 + \varphi_0]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \varphi_1 - \varphi_0]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}{\omega_1 + \omega_0} - \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\omega_1 - \omega_0} = 0$$

假设 $\omega_1 + \omega_0 \gg 1$ ，上式左端第1和3项近似等于零，则它可以化简为

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0) \sin(\omega_1 - \omega_0)T_s + \sin(\varphi_1 - \varphi_0)[\cos(\omega_1 - \omega_0)T_s - 1] = 0$$

由于 φ_1 和 φ_0 是任意常数，故必须同时有

$$\sin(\omega_1 - \omega_0)T_s = 0 \quad \cos(\omega_1 - \omega_0)T_s = 1$$

上式才等于零。

为了同时满足这两个要求，应当令 $(\omega_1 - \omega_0)T_s = 2m\pi$

即要求 $f_1 - f_0 = m/T_s$

所以，当取 $m = 1$ 时是最小频率间隔。故最小频率间隔等于 $1/T_s$ 。



第8章 新型数字带通调制技术

上面讨论中，假设初始相位 φ_1 和 φ_0 是任意的，它在接收端无法预知，所以只能采用非相干检波法接收。对于相干接收，则要求初始相位是确定的，在接收端是预知的，这时可以令 $\varphi_1 - \varphi_0 = 0$ 。于是，下式

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_0)\sin(\omega_1 - \omega_0)T_s + \sin(\varphi_1 - \varphi_0)[\cos(\omega_1 - \omega_0)T_s - 1] = 0$$

可以化简为

$$\sin(\omega_1 - \omega_0)T_s = 0$$

因此，仅要求满足

$$f_1 - f_0 = n / 2T_s$$

所以，对于相干接收，保证正交的2FSK信号的最小频率间隔等于 $1 / 2T_s$ 。



第8章 新型数字带通调制技术

8.2.2 MSK信号的基本原理

◆ MSK信号的频率间隔

MSK信号的第 k 个码元可以表示为

$$s_k(t) = \cos(\omega_s t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k) \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

式中, ω_s - 载波角载频;

$a_k = \pm 1$ (当输入码元为 “1”时, $a_k = +1$;
当输入码元为 “0”时, $a_k = -1$) ;

T_s - 码元宽度;

φ_k - 第 k 个码元的初始相位, 它在一个码元宽度中是不变的。



第8章 新型数字带通调制技术

$$s_k(t) = \cos(\omega_s t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k) \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

由上式可以看出，当输入码元为“1”时， $a_k = +1$ ，故码元频率 f_1 等于 $f_s + 1/(4T_s)$ ；当输入码元为“0”时， $a_k = -1$ ，故码元频率 f_0 等于 $f_s - 1/(4T_s)$ 。所以， f_1 和 f_0 的差等于 $1/(2T_s)$ 。在8.2.1节已经证明，这是2FSK信号的最小频率间隔。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ MSK码元中波形的周期数

$$s_k(t) = \cos(\omega_s t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k) \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

可以改写为

$$s_k(t) = \begin{cases} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_k), & \text{当 } a_k = +1 \\ \cos(2\pi f_0 t + \varphi_k), & \text{当 } a_k = -1 \end{cases} \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

式中

$$f_1 = f_s + 1/(4T_s)$$

$$f_0 = f_s - 1/(4T_s)$$

由于MSK信号是一个正交2FSK信号，它应该满足正交条件，即

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + 2\varphi_k]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \varphi_k]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(2\varphi_k)}{(\omega_1 + \omega_0)} - \frac{\sin(0)}{(\omega_1 - \omega_0)} = 0$$



第8章 新型数字带通调制技术

$$\frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T_s + 2\varphi_k]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T_s + \varphi_k]}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(2\varphi_k)}{(\omega_1 + \omega_0)} - \frac{\sin(0)}{(\omega_1 - \omega_0)} = 0$$

上式左端4项应分别等于零，所以将第3项 $\sin(2\varphi_k) = 0$ 的条件代入第1项，得到要求

$$\sin(2\omega_s T_s) = 0$$

即要求 $4\pi f_s T_s = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

或 $T_s = n \frac{1}{4f_s} \quad n = 1, 2, 3, \dots$

上式表示，MSK信号每个码元持续时间 T_s 内包含的波形周期数必须是1 / 4周期的整数倍，即上式可以改写为

$$f_s = \frac{n}{4T_s} = \left(N + \frac{m}{4}\right) \frac{1}{T_s}$$

式中， N —正整数； $m = 0, 1, 2, 3$



第8章 新型数字带通调制技术

并有

$$f_1 = f_s + \frac{1}{4T_s} = \left(N + \frac{m+1}{4}\right) \frac{1}{T_s}$$

$$f_0 = f_s - \frac{1}{4T_s} = \left(N + \frac{m-1}{4}\right) \frac{1}{T_s}$$

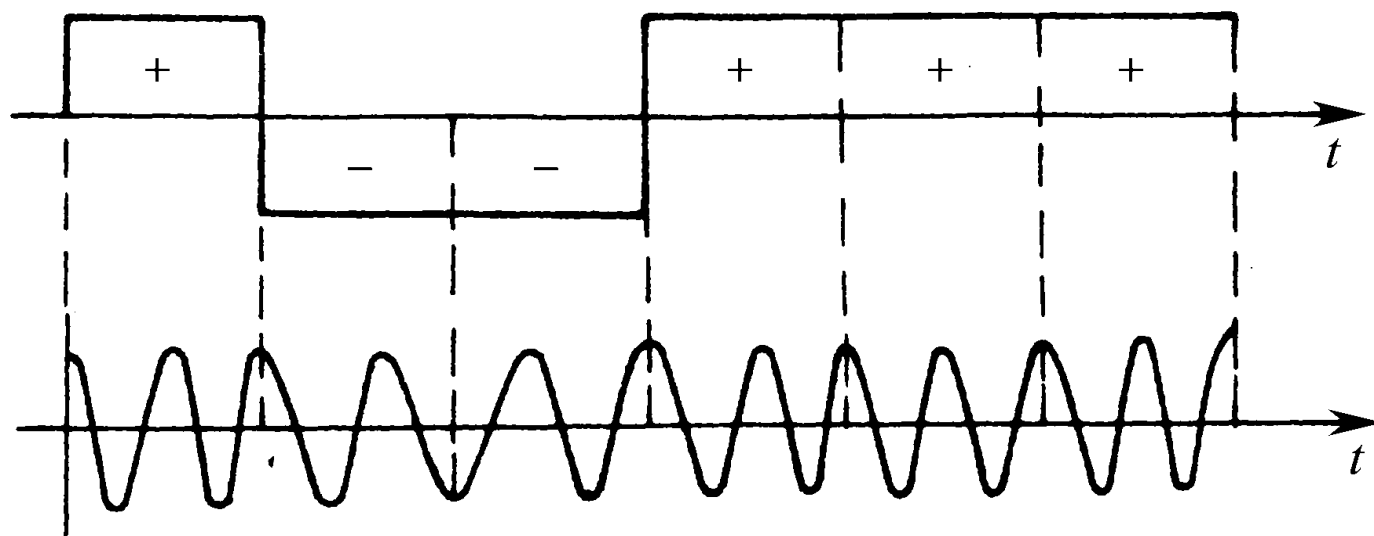
由上式可以得知：

$$T_s = \left(N + \frac{m+1}{4}\right) T_1 = \left(N + \frac{m-1}{4}\right) T_0$$

式中, $T_1 = 1 / f_1$; $T_0 = 1 / f_0$

上式给出一个码元持续时间 T_s 内包含的正弦波周期数。由此式看出, 无论两个信号频率 f_1 和 f_0 等于何值, 这两种码元包含的正弦波数均相差1/2个周期。例如, 当 $N=1$, $m=3$ 时, 对于比特“1”和“0”, 一个码元持续时间内分别有2个和1.5个正弦波周期。(见下图)

第8章 新型数字带通调制技术





第8章 新型数字带通调制技术

◆ MSK信号的相位连续性

波形（相位）连续的一般条件是前一码元末尾的总相位等于后一码元开始时的总相位，即

$$\omega_s kT_s + \varphi_{k-1} = \omega_s kT_s + \varphi_k$$

这就是要求

$$\frac{a_k \pi}{2T} \cdot kT_s + \varphi_{k-1} = \frac{a_{k+1} \pi}{2T} \cdot kT_s + \varphi_k$$

由上式可以容易地写出下列递归条件

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

由上式可以看出，第 k 个码元的相位不仅和当前的输入有关，而且和前一码元的相位有关。这就是说，要求MSK信号的前后码元之间存在相关性。



第8章 新型数字带通调制技术

在用相干法接收时，可以假设 φ_{k-1} 的初始参考值等于0。这时，由上式可知

$$\varphi_k = 0 \text{ 或 } \pi, \quad (\text{mod } 2\pi)$$

下式

$$s_k(t) = \cos(\omega_s t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k)$$

可以改写为

$$s_k(t) = \cos[\omega_s t + \theta_k(t)] \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

式中

$$\theta_k(t) = \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k$$

$\theta_k(t)$ 称作第 k 个码元的附加相位。



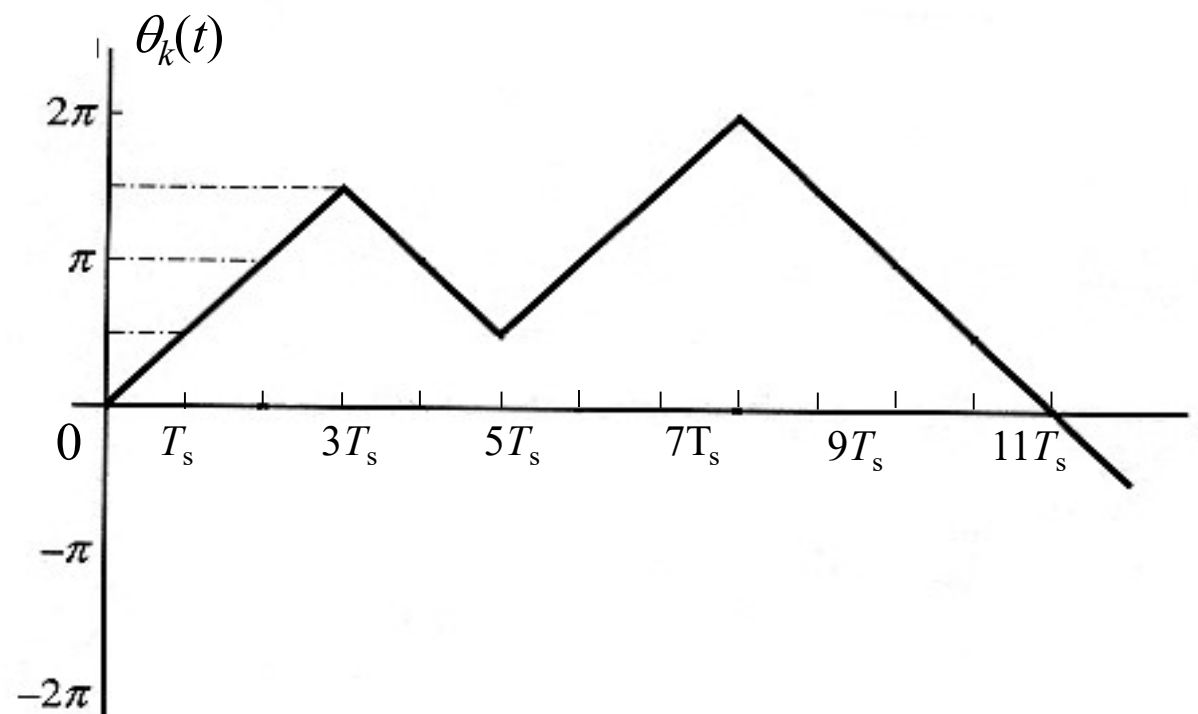
第8章 新型数字带通调制技术

$$\theta_k(t) = \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k$$

由上式可见，在此码元持续时间内它是 t 的直线方程。并且，在一个码元持续时间 T_s 内，它变化 $a_k \pi/2$ ，即变化 $\pm \pi/2$ 。按照相位连续性的要求，在第 $k-1$ 个码元的末尾，即当 $t = (k-1)T_s$ 时，其附加相位 $\theta_{k-1}(kT_s)$ 就应该是第 k 个码元的初始附加相位 $\theta_k(kT_s)$ 。所以，每经过一个码元的持续时间，MSK码元的附加相位就改变 $\pm \pi/2$ ；若 $a_k = +1$ ，则第 k 个码元的附加相位增加 $\pi/2$ ；若 $a_k = -1$ ，则第 k 个码元的附加相位减小 $\pi/2$ 。按照这一规律，可以画出MSK信号附加相位 $\theta_k(t)$ 的轨迹图如下：

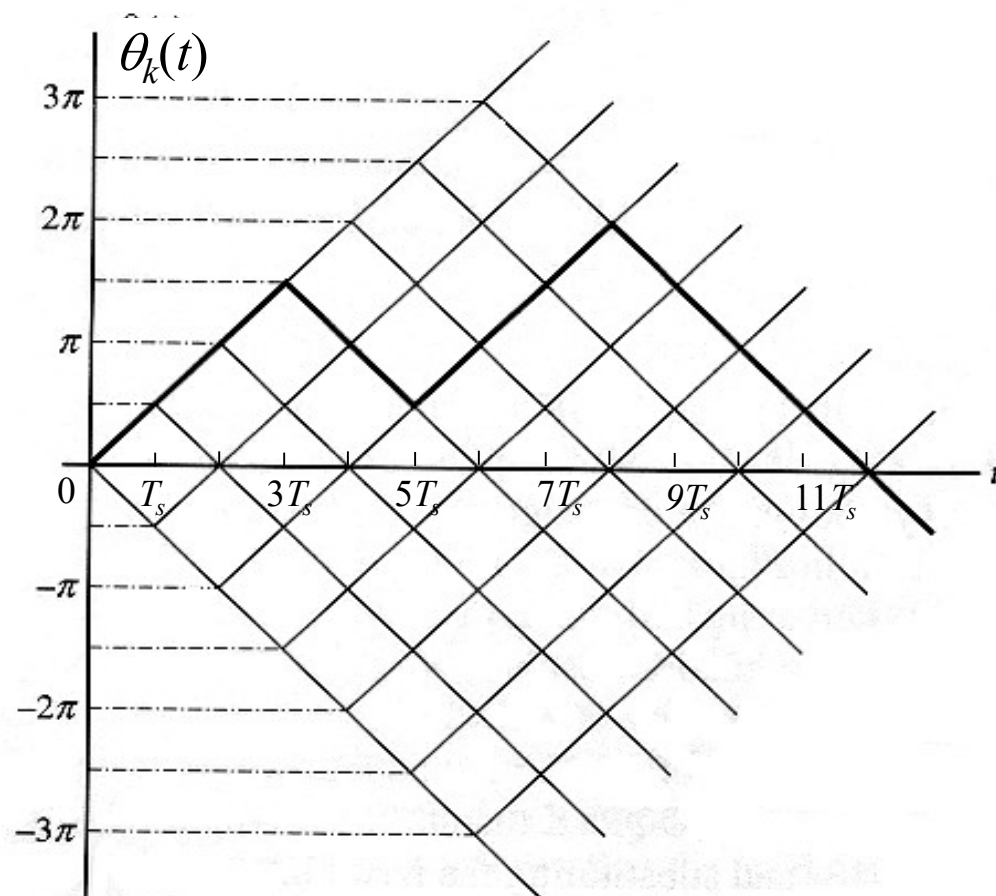
第8章 新型数字带通调制技术

图中给出的曲线所对应的输入数据序列是： $a_k = +1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1, -1$



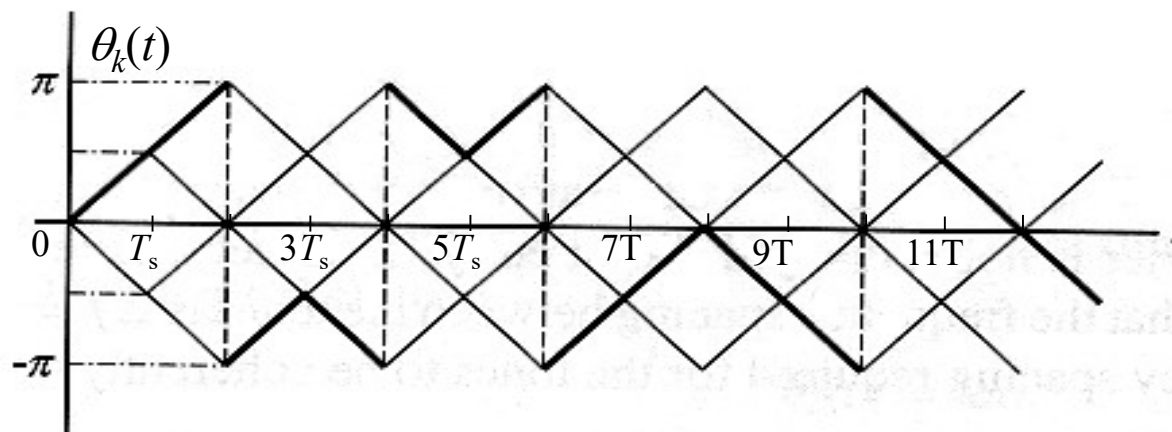
第8章 新型数字带通调制技术

附加相位的全部可能路径图：



第8章 新型数字带通调制技术

模 2π 运算后的附加相位路径:





第8章 新型数字带通调制技术

◆ MSK信号的正交表示法

下面将证明

$$s_k(t) = \cos\left(\omega_s t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k\right)$$

可以用频率为 f_s 的两个正交分量表示。

将

$$s_k(t) = \cos\left(\omega_s t + \frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k\right) \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

用三角公式展开：

$$\begin{aligned} s_k(t) &= \cos\left(\frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k\right) \cos \omega_s t - \sin\left(\frac{a_k \pi}{2T_s} t + \varphi_k\right) \sin \omega_s t \\ &= \left(\cos \frac{a_k \pi t}{2T_s} \cos \varphi_k - \sin \frac{a_k \pi t}{2T_s} \sin \varphi_k \right) \cos \omega_s t - \left(\sin \frac{a_k \pi t}{2T_s} \cos \varphi_k + \cos \frac{a_k \pi t}{2T_s} \sin \varphi_k \right) \sin \omega_s t \end{aligned}$$

第8章 新型数字带通调制技术

考虑到有 $\sin \varphi_k = 0$, $\cos \varphi_k = \pm 1$

以及

$$a_k = \pm 1, \quad \cos \frac{a_k \pi}{2T_s} t = \cos \frac{\pi t}{2T_s}, \quad \text{及} \quad \sin \frac{a_k \pi}{2T_s} t = a_k \sin \frac{\pi t}{2T_s}$$

上式变成

$$s_k(t) = \cos \varphi_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_s t - a_k \cos \varphi_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_s t$$

$$= p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_s t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_s t \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

式中

$$p_k = \cos \varphi_k = \pm 1 \quad q_k = a_k \cos \varphi_k = a_k p_k = \pm 1$$

上式表示, 此信号可以分解为同相 (I) 和正交 (Q) 分量两部分。I分量的载波为 $\cos \omega_s t$, p_k 中包含输入码元信息, $\cos(\pi t/2T_s)$ 是其正弦形加权函数; Q分量的载波为 $\sin \omega_s t$, q_k 中包含输入码元信息, $\sin(\pi t/2T_s)$ 是其正弦形加权函数。 30



第8章 新型数字带通调制技术

虽然每个码元的持续时间为 T_s ，似乎 p_k 和 q_k 每 T_s 秒可以改变一次，但是 p_k 和 q_k 不可能同时改变。因为仅当 $a_k \neq a_{k-1}$ ，且 k 为奇数时， p_k 才可能改变。但是当 p_k 和 a_k 同时改变时， q_k 不改变；另外，仅当，且 k 为偶数时， p_k 不改变， q_k 才改变。换句话说，当 k 为奇数时， q_k 不会改变。所以两者不能同时改变。

此外，对于第 k 个码元，它处于 $(k-1)T_s < t \leq kT_s$ 范围内，其起点是 $(k-1)T_s$ 。由于 k 为奇数时 p_k 才可能改变，所以只有在起点为 $2nT_s$ (n 为整数)处，即 $\cos(\pi t/2T_s)$ 的过零点处 p_k 才可能改变。

同理， q_k 只能在 $\sin(\pi t/2T_s)$ 的过零点改变。

因此，加权函数 $\cos(\pi t/2T_s)$ 和 $\sin(\pi t/2T_s)$ 都是正负符号不同的半个正弦波周期。这样就保证了波形的连续性。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ MSK信号举例

□ 取值表

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t	$(-T_s, 0)$	$(0, T_s)$	$(T_s, 2T_s)$	$(2T_s, 3T_s)$	$(3T_s, 4T_s)$	$(4T_s, 5T_s)$	$(5T_s, 6T_s)$	$(6T_s, 7T_s)$	$(7T_s, 8T_s)$	$(8T_s, 9T_s)$
a_k	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1
b_k	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
φ_k	0	0	0	π	π	π	π	π	π	0
p_k	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1
q_k	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1

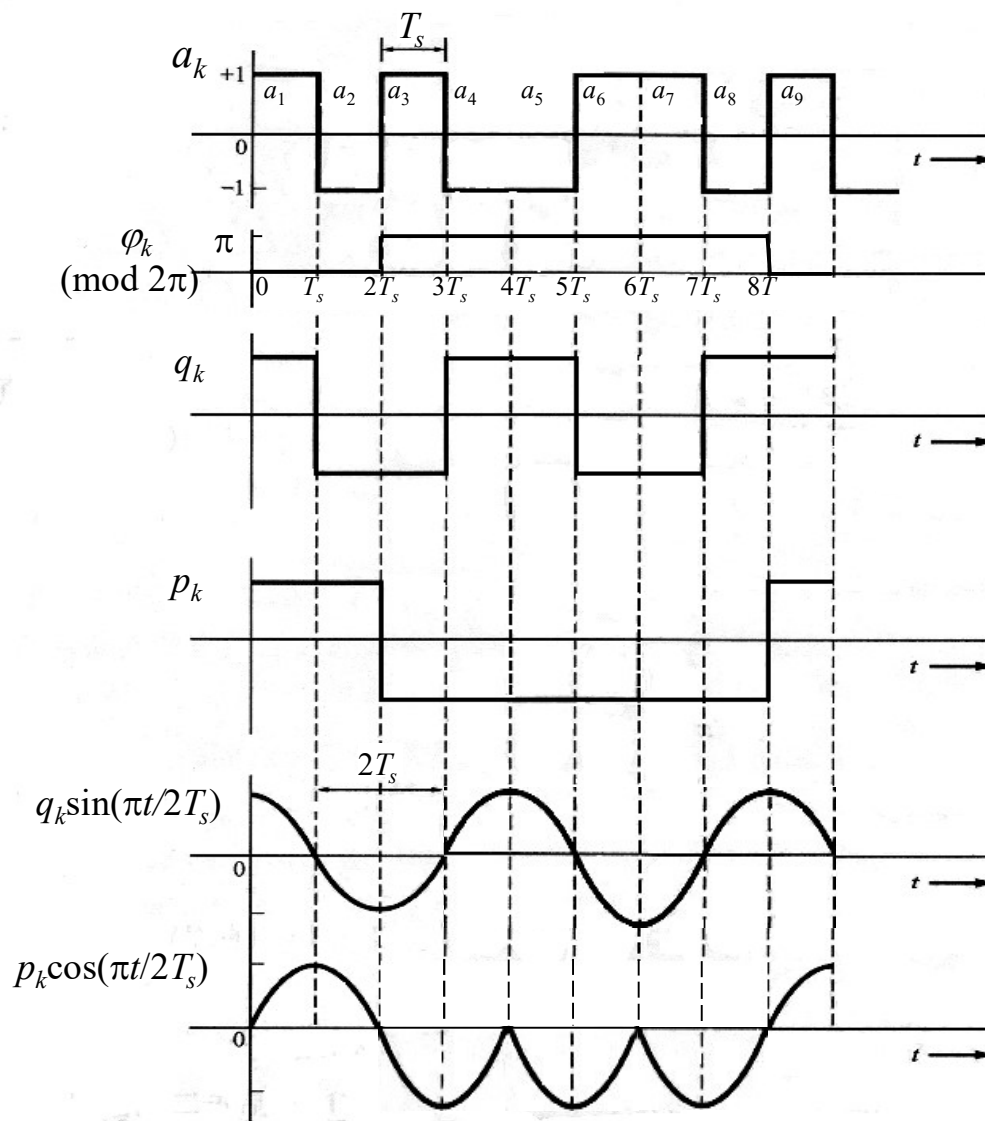
设 $k=0$ 时为初始状态，输入序列 a_k 是：+1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, +1。

由此例可以看出， p_k 和 q_k 不可能同时改变符号。

第8章 新型数字带通调制技术

□ 波形图

由此图可见，MSK信号波形相当于一种特殊的OQPSK信号波形，其正交的两路码元也是偏置的，特殊之处主要在于其包络是正弦形，而不是矩形。



第8章 新型数字带通调制技术

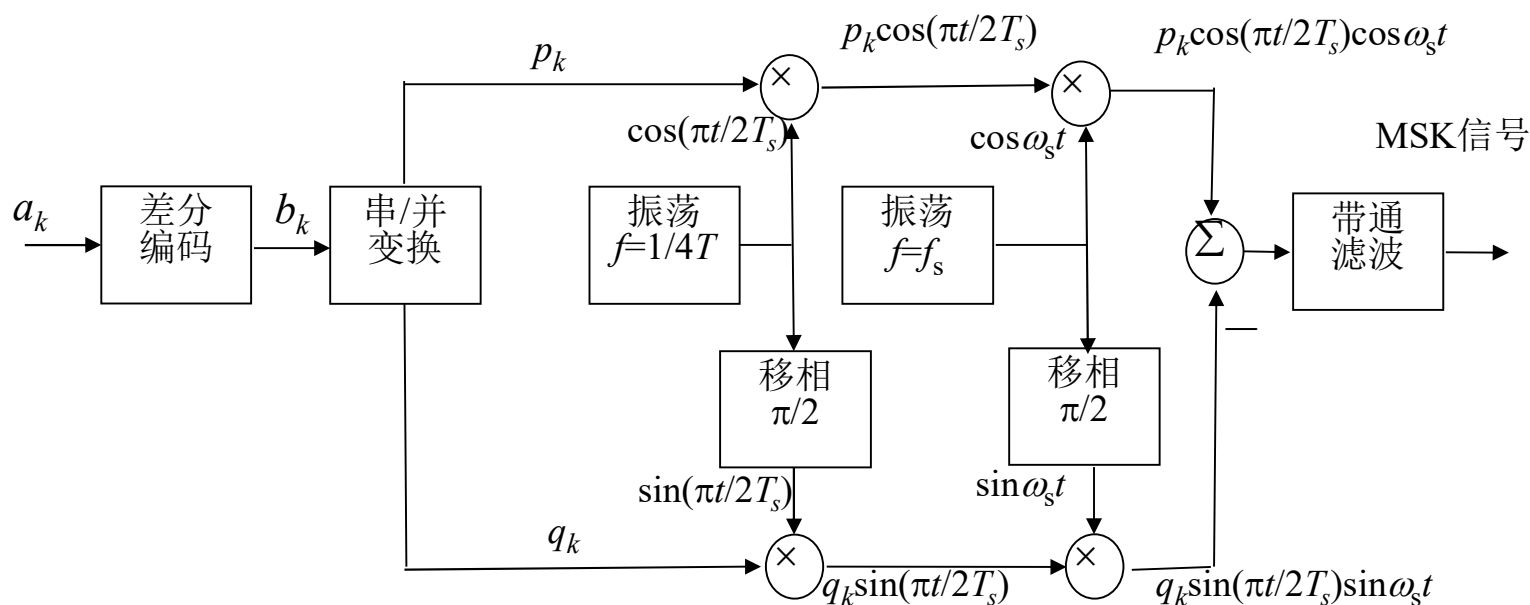
8.2.3 MSK信号的产生和解调

◆ MSK信号的产生方法

MSK信号可以用两个正交的分量表示：

$$s_k(t) = p_k \cos \frac{\pi t}{2T_s} \cos \omega_s t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_s} \sin \omega_s t \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s$$

根据上式构成的方框图如下：





第8章 新型数字带通调制技术

方框图原理举例说明：

输入序列： $a_k = a_1, a_2, a_3, a_4, \dots = +1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, +1$

它经过差分编码器后得到输出序列：

$$b_k = b_1, b_2, b_3, b_4, \dots = +1, -1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1$$

序列 b_k 经过串/并变换，分成 p_k 支路和 q_k 支路：

$$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \dots = p_1, q_2, p_3, q_4, p_5, q_6, \dots$$

串/并变换输出的支路码元长度为输入码元长度的两倍，若仍然采用原来的序号 k ，将支路第 k 个码元长度仍当作为 T_s ，则可以写成

$$b_1 = p_1 = p_2, \quad b_2 = q_2 = q_3, \quad b_3 = p_3 = p_4, \quad b_4 = q_4 = q_5, \dots$$

这里的 p_k 和 q_k 的长度仍是原来的 T_s 。换句话说，因为 $p_1 = p_2 = b_1$ ，所以由 p_1 和 p_2 构成一个长度等于 $2T_s$ 的取值为 b_1 的码元。 p_k 和 q_k 再经过两次相乘，就能合成MSK信号了。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ a_k 和 b_k 之间是差分编码关系的证明

因为序列 b_k 由 $p_1, q_2, p_3, q_4, \dots, p_{k-1}, q_k, p_{k+1}, q_{k+2}, \dots$ 组成, 所以按照差分编码的定义, 需要证明仅当输入码元为“-1”时, b_k 变号, 即需要证明当输入码元为“-1”时, $q_k = -p_k - 1$, 或 $p_k = -q_k - 1$ 。

➤ 当 k 为偶数时, 下式

$$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \dots = p_1, q_2, p_3, q_4, p_5, q_6, \dots$$

右端中的码元为 q_k 。由递归条件

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

可知, 这时 $p_k = p_{k-1}$, 将其代入

$$q_k = a_k \cos \varphi_k = a_k p_k = \pm 1$$

得到 $q_k = a_k p_k = a_k p_{k-1}$

所以, 当且仅当 $a_k = -1$ 时, $q_k = -p_{k-1}$, 即 b_k 变号。



第8章 新型数字带通调制技术

➤ 当 k 为奇数时, 下式

$$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \dots = p_1, q_2, p_3, q_4, p_5, q_6, \dots$$

右端中的码元为 p_k 。由递归条件

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2}(a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1}, & \text{当 } a_k = a_{k-1} \text{ 时} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi, & \text{当 } a_k \neq a_{k-1} \text{ 时。} \end{cases}$$

可知, 此时若 a_k 变号, 则 φ_k 改变 π , 即 p_k 变号, 否则 p_k 不变号, 故有

$$p_k = (a_k \cdot a_{k-1})p_{k-1} = a_k(a_{k-1}p_{k-1}) = a_k q_{k-1}$$

将 $a_k = -1$ 代入上式, 得到

$$p_k = -q_{k-1}$$

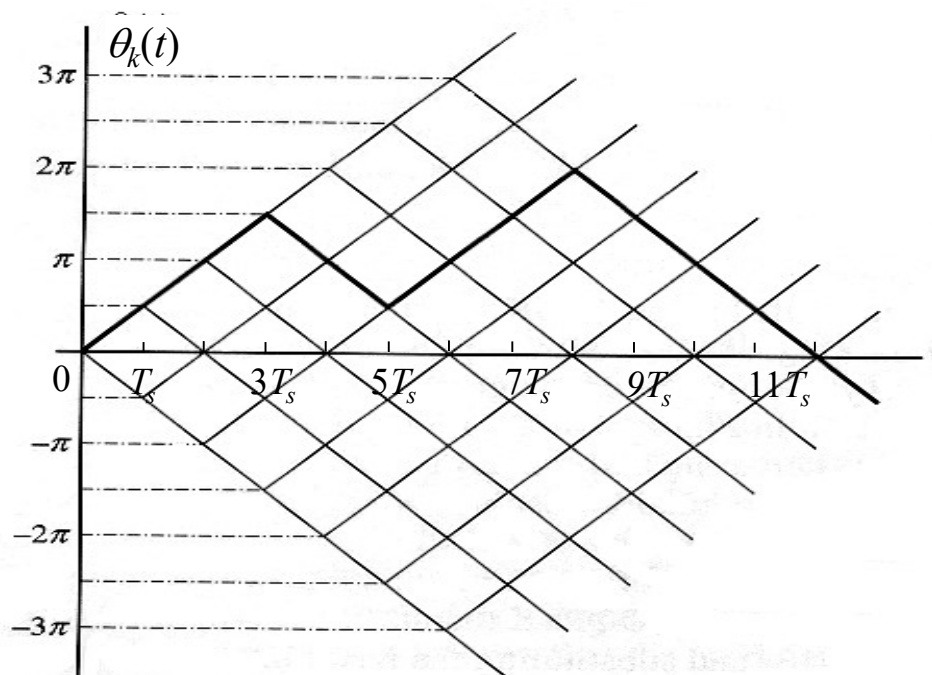
上面证明了 a_k 和 b_k 之间是差分编码关系。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ MSK信号的解调方法

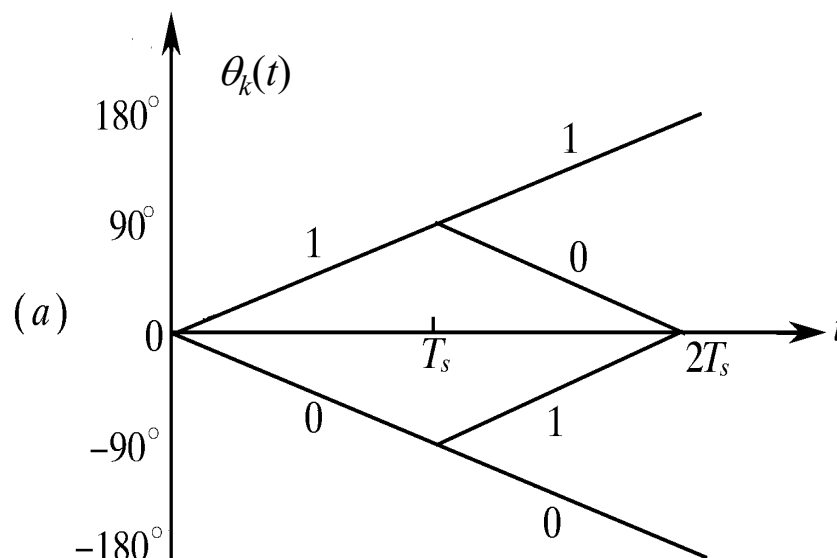
□ 延时判决相干解调法的原理

现在先考察 $k = 1$ 和 $k = 2$ 的两个码元。设 $\varphi_1(t) = 0$ ，则由下图可知，



在 $t = 2T$ 时， $\theta_k(t)$ 的相位可能为0或 $\pm\pi$ 。将这部分放大画出如下：

第8章 新型数字带通调制技术



在解调时，若用 $\cos(\omega_s t + \pi/2)$ 作为相干载波与此信号相乘，则得到

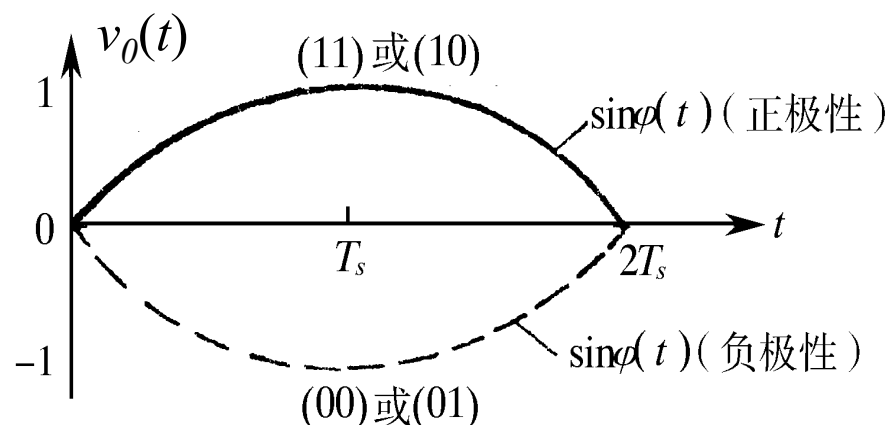
$$\cos[\omega_s t + \theta_k(t)] \cos(\omega_s t + \pi/2) = \frac{1}{2} \cos[\theta_k(t) - \frac{\pi}{2}] + \frac{1}{2} \cos[2\omega_s t + \theta_k(t) + \frac{\pi}{2}]$$

上式中右端第二项的频率为 $2\omega_s$ 。将它用低通滤波器滤除，并省略掉常数(1/2)后，得到输出电压

$$v_0 = \cos[\theta_k(t) - \frac{\pi}{2}] = \sin \theta_k(t)$$

第8章 新型数字带通调制技术

按照输入码元 a_k 的取值不同，输出电压 v_0 的轨迹图如下：



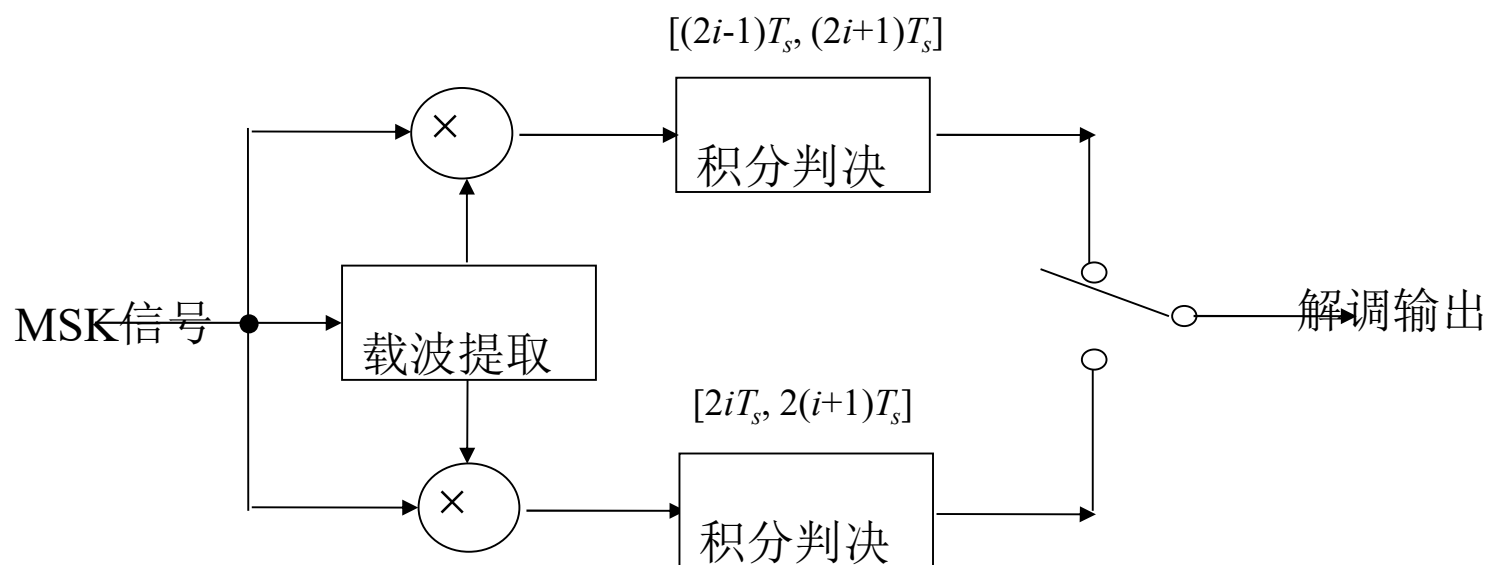
若输入的两个码元为 “+1, +1”或 “+1, -1”，则 $\theta_k(t)$ 的值在 $0 < t \leq 2T_s$ 期间始终为正。若输入的一对码元为 “-1, +1”或 “-1, -1”，则 $\theta_k(t)$ 的值始终为负。

因此，若在此 $2T_s$ 期间对上式积分，则积分结果为正值时，说明第一个接收码元为 “+1”；若积分结果为负值，则说明第1个接收码元为 “-1”。按照此法，在 $T_s < t \leq 3T_s$ 期间积分，就能判断第2个接收码元的值，依此类推。 40

第8章 新型数字带通调制技术

用这种方法解调，由于利用了前后两个码元的信息对于前一个码元作判决，故可以提高数据接收的可靠性。

■ MSK信号延迟解调法方框图



图中两个积分判决器的积分时间长度均为 $2T_s$ ，但是错开时间 T_s 。上支路的积分判决器先给出第 $2i$ 个码元输出，然后下支路给出第 $(2i+1)$ 个码元输出。

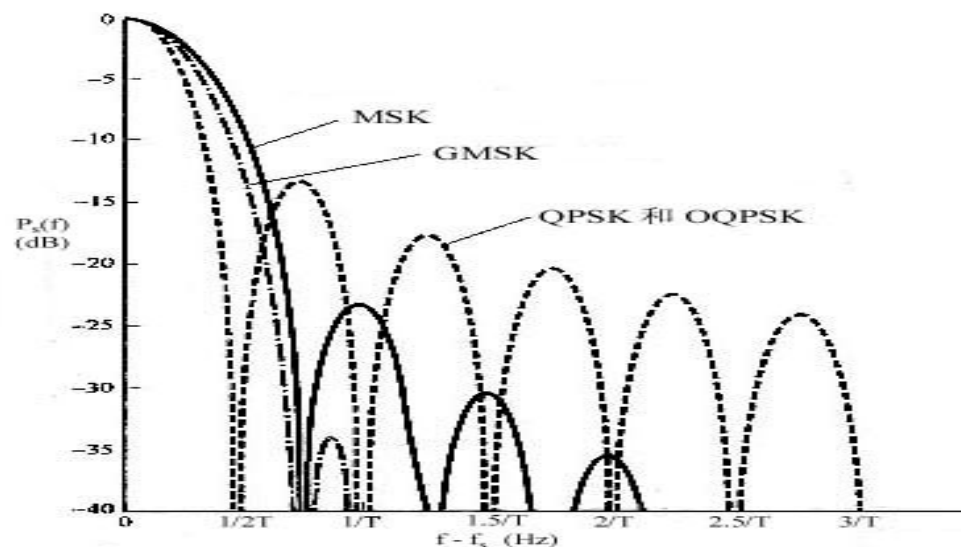
第8章 新型数字带通调制技术

8.2.4 MSK信号的功率谱

MSK信号的归一化（平均功率 = 1 W时）单边功率谱密度 $P_s(f)$ 的计算结果如下

$$P_s(f) = \frac{32T_s}{\pi^2} \left[\frac{\cos 2\pi(f - f_s)T_s}{1 - 16(f - f_s)^2 T_s^2} \right]^2$$

按照上式画出的曲线在下图中用实线示出。应当注意，图中横坐标是以载频为中心画的，即横坐标代表频率 $(f - f_s)$ 。





第8章 新型数字带通调制技术

由此图可见，与QPSK和OQPSK信号相比，MSK信号的功率谱密度更为集中，即其旁瓣下降得更快。故它对于相邻频道的干扰较小。

计算表明，包含90%信号功率的带宽 B 近似值如下：

对于QPSK、OQPSK、MSK： $B \cong 1/T_s$ Hz；

对于BPSK： $B \cong 2/T_s$ Hz；

而包含99%信号功率的带宽近似值为：

对于 MSK： $B \cong 1.2/T_s$ Hz

对于 QPSK及OPQSK： $B \cong 6/T_s$ Hz

对于 BPSK： $B \cong 9/T_s$ Hz

由此可见，MSK信号的带外功率下降非常快。



第8章 新型数字带通调制技术

■ 8.2.5 MSK信号的误码率性能

MSK信号是用极性相反的半个正（余）弦波形去调制两个正交的载波。因此，当用匹配滤波器分别接收每个正交分量时，MSK信号的误比特率性能和2PSK、QPSK及OQPSK等的性能一样。但是，若把它当作FSK信号用相干解调法在每个码元持续时间 T_s 内解调，则其性能将比2PSK信号的性能差3dB。



第8章 新型数字带通调制技术

8.2.6 高斯最小频移键控

- ◆ 在进行MSK调制前将矩形信号脉冲先通过一个高斯型的低通滤波器。这样的体制称为**高斯最小频移键控(GMSK)**。
- ◆ 此高斯型低通滤波器的频率特性表示式为：

式中, $B^H(f)$ 滤波器的3 dB带宽。

将上式作逆傅里叶变换, 得到此滤波器的冲激响应 $h(t)$:

式中

$$h(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \exp\left(-\frac{\pi}{\alpha} t\right)^2$$

$\alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} \frac{1}{B}$
由于 $h(t)$ 为高斯特性, 故称为高斯型滤波器。



第8章 新型数字带通调制技术

- ◆ GSMK信号的功率谱密度很难分析计算，用计算机仿真方法得到的结果也示于上图中。仿真时采用的 $BT_s = 0.3$ ，即滤波器的3 dB带宽 B 等于码元速率的0.3倍。在GSM制的蜂窝网中就是采用 $BT_s = 0.3$ 的GMSK调制，这是为了得到更大的用户容量，因为在那里对带外辐射的要求非常严格。GMSK体制的缺点是有码间串扰。 BT_s 值越小，码间串扰越大。



第8章 新型数字带通调制技术

• 8.3 正交频分复用

■ 8.3.1 概述

◆ 单载波调制和多载波调制比较

- 单载波体制：码元持续时间 T_s 短，但占用带宽 B 大；由于信道特性 $|C(f)|$ 不理想，产生码间串扰。
- 多载波体制：将信道分成许多子信道。假设有10个子信道，则每个载波的调制码元速率将降低至1/10，每个子信道的带宽也随之减小为1/10。若子信道的带宽足够小，则可以认为信道特性接近理想信道特性，码间串扰可以得到有效的克服。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ 多载波调制原理

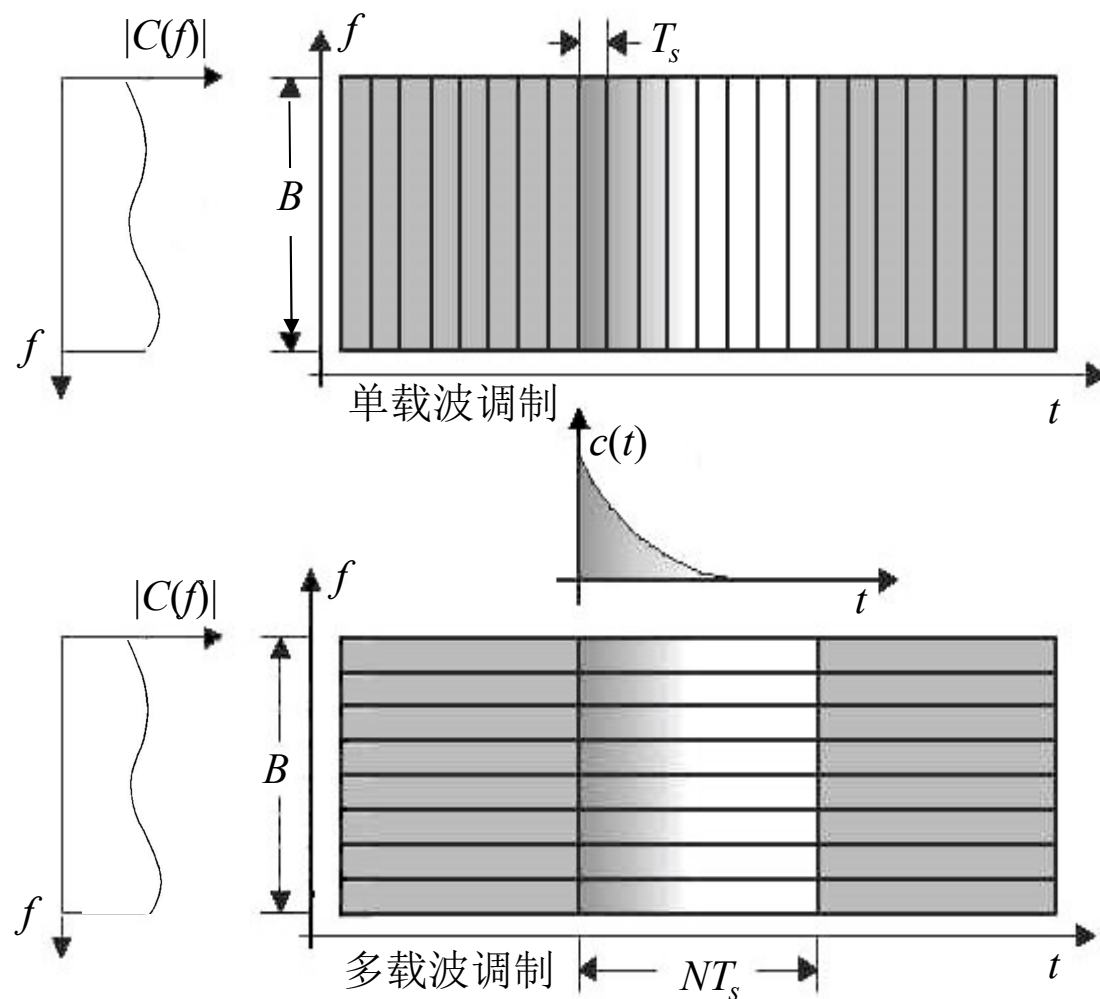


图8-12 13 多载波调制原理



第8章 新型数字带通调制技术

- ◆ 正交频分复用(OFDM)：一类多载波并行调制体制

- OFDM的特点：

- 为了提高频率利用率和增大传输速率，各路子载波的已调信号频谱有部分重叠；
 - 各路已调信号是严格正交的，以便接收端能完全地分离各路信号；
 - 每路子载波的调制是多进制调制；
 - 每路子载波的调制制度可以不同，根据各个子载波处信道特性的优劣不同采用不同的体制。并且可以自适应地改变调制体制以适应信道特性的变化。

- OFDM的缺点：

- 对信道产生的频率偏移和相位噪声很敏感；
 - 信号峰值功率和平均功率的比值较大，这将会降低射频功率放大器的效率。



第8章 新型数字带通调制技术

8.3.2 OFDM的基本原理

◆ 表示式

设在一个OFDM系统中有 N 个子信道，每个子信道采用的子载波为

$$x_k(t) = B_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

式中， B_k - 第 k 路子载波的振幅，它受基带码元的调制

f_k - 第 k 路子载波的频率

φ_k - 第 k 路子载波的初始相位

则在此系统中的 N 路子信号之和可以表示为

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k)$$

上式可以改写成

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t + \varphi_k}$$



第8章 新型数字带通调制技术

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t + \varphi_k}$$

式中， B_k 是一个复数，为第 k 路子信道中的复输入数据。因此，上式右端是一个复函数。但是，物理信号 $s(t)$ 是实函数。所以若希望用上式的形式表示一个实函数，式中的输入复数据 B_k 应该使上式右端的虚部等于零。如何做到这一点，将在以后讨论。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ 正交条件

为了使这 N 路子信道信号在接收时能够完全分离，要求它们满足正交条件。在码元持续时间 T_s 内任意两个子载波都正交的条件是：

$$\int_0^T \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) dt = 0$$

上式可以用三角公式改写成

$$\begin{aligned} & \int_0^T \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^T \cos[(2\pi(f_k - f_i)t + \varphi_k - \varphi_i)] dt + \frac{1}{2} \int_0^T \cos[(2\pi(f_k + f_i)t + \varphi_k + \varphi_i)] dt = 0 \end{aligned}$$

它的积分结果为

$$\begin{aligned} & \frac{\sin[2\pi(f_k + f_i)T_s + \varphi_k + \varphi_i]}{2\pi(f_k + f_i)} + \frac{\sin[2\pi(f_k - f_i)T_s + \varphi_k - \varphi_i]}{2\pi(f_k - f_i)} - \\ & \frac{\sin(\varphi_k + \varphi_i)}{2\pi(f_k + f_i)} - \frac{\sin(\varphi_k - \varphi_i)}{2\pi(f_k - f_i)} = 0 \end{aligned}$$



第8章 新型数字带通调制技术

$$\frac{\sin [2 \pi (f_k + f_i) T_s + \varphi_k + \varphi_i]}{2 \pi (f_k + f_i)} + \frac{\sin [2 \pi (f_k - f_i) T_s + \varphi_k - \varphi_i]}{2 \pi (f_k - f_i)} - \frac{\sin (\varphi_k + \varphi_i)}{2 \pi (f_k + f_i)} - \frac{\sin (\varphi_k - \varphi_i)}{2 \pi (f_k - f_i)} = 0$$

令上式等于0的条件是：

$$(f_k + f_i) T_s = m \quad \text{和} \quad (f_k - f_i) T_s = n$$

其中 $m = \text{整数}$ 和 $n = \text{整数}$ ；并且 φ_k 和 φ_i 可以取任意值。

由上式解出，要求

$$f_k = (m + n)/2T_s, \quad f_i = (m - n)/2T_s$$

即要求子载频满足 $f_k = k/2T_s$ ，式中 $k = \text{整数}$ ；且要求子载频间隔 $\Delta f = f_k - f_i = n/T_s$ ，故要求的最小子载频间隔为

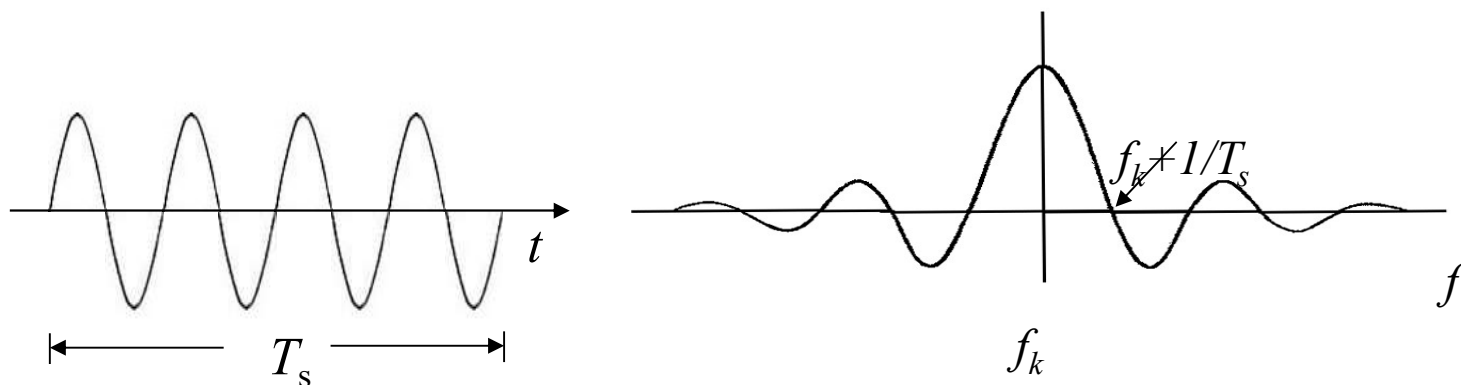
$$\Delta f_{\min} = 1/T_s$$

这就是子载频正交的条件。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ OFDM的频域特性

设在一个子信道中，子载波的频率为 f_k 、码元持续时间为 T_s ，则此码元的波形和其频谱密度画出如下图：

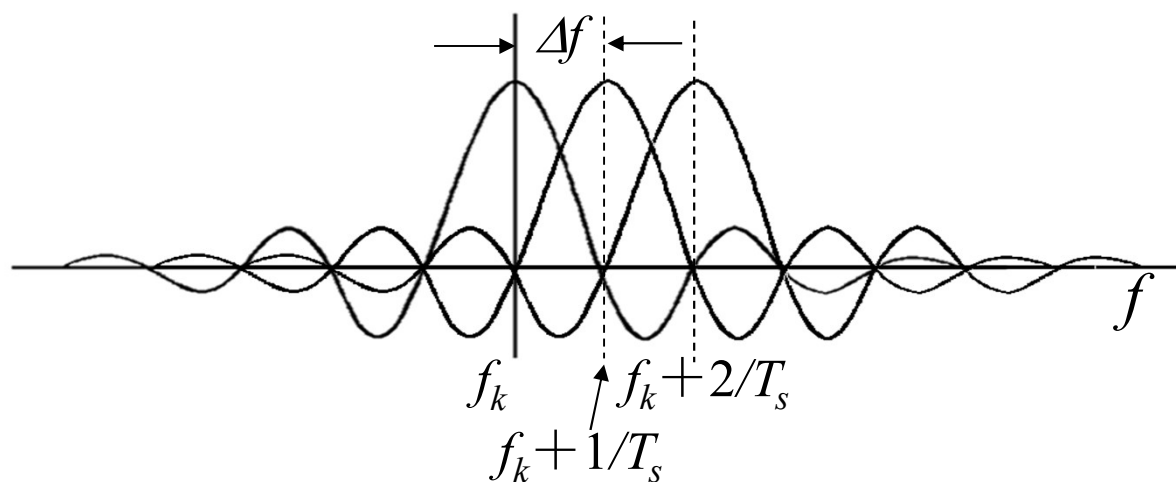


第8章 新型数字带通调制技术

在OFDM中，各相邻子载波的频率间隔等于最小容许间隔

$$\Delta f = 1/T_s$$

故各子载波合成后的频谱密度曲线如下图



虽然由图上看，各路子载波的频谱重叠，但是实际上在一个码元持续时间内它们是正交的。故在接收端很容易利用此正交特性将各路子载波分离开。采用这样密集的子载频，并且在子信道间不需要保护频带间隔，因此能够充分利用频带。这是OFDM的一大优点。



第8章 新型数字带通调制技术

在子载波受调制后，若采用的是BPSK、QPSK、4QAM、64QAM等类调制制度，则其各路频谱的位置和形状没有改变，仅幅度和相位有变化，故仍保持其正交性，因为 φ_k 和 φ_i 可以取任意值而不影响正交性。

各路子载波的调制制度可以不同，按照各个子载波所处频段的信道特性采用不同的调制制度，并且可以随信道特性的变化而改变，具有很大的灵活性。这是OFDM体制的又一个重要优点。



第8章 新型数字带通调制技术

◆ OFDM体制的频带利用率

设一OFDM系统中共有 N 路子载波，子信道码元持续时间为 T_s ，每路子载波均采用 M 进制的调制，则它占用的频带宽度等于

$$B_{OFDM} = \frac{N+1}{T_s}$$

频带利用率为单位带宽传输的比特率：

$$\eta_{B/OFDM} = \frac{N \log_2 M}{T_s} \cdot \frac{1}{B_{OFDM}} = \frac{N}{N+1} \log_2 M$$

当 N 很大时， $\eta_{B/OFDM} \approx \log_2 M$

若用单个载波的 M 进制码元传输，为得到相同的传输速率，则码元持续时间应缩短为 (T_s/N) ，而占用带宽等于 $(2N/T_s)$ ，故频带利用率为

$$\eta_{B/M} = \frac{N \log_2 M}{T_s} \cdot \frac{T_s}{2N} = \frac{1}{2} \log_2 M$$

OFDM和单载波体制相比，频带利用率大约增至两倍。



第8章 新型数字带通调制技术

8.3.3 OFDM的实现：以MQAM调制为例

◆ 复习DFT公式

设一个时间信号 $s(t)$ 的抽样函数为 $s(k)$ ，其中 $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$ ，则 $s(k)$ 的离散傅里叶变换(DFT)定义为：

$$S(n) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{-j(2\pi/K)nk} \quad (n = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

并且 $S(n)$ 的逆离散傅里叶变换(IDFT)为：

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} S(n) e^{j(2\pi/K)nk} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$



第8章 新型数字带通调制技术

若信号的抽样函数 $s(k)$ 是实函数，则其 K 点DFT的值 $S(n)$ 一定满足对称性条件：

$$S(K - k - 1) = S^*(k) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K - 1)$$

式中 $S^*(k)$ 是 $S(k)$ 的复共轭。

现在，令OFDM信号的 $\varphi_k = 0$ ，则式

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t + \varphi_k}$$

变为

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k e^{j2\pi f_k t}$$

上式和IDFT式非常相似。若暂时不考虑两式常数因子的差异以及求和项数(K 和 N)的不同，则可以将IDFT式中的 K 个离散值 $S(n)$ 当作是 K 路OFDM并行信号的子信道中信号码元取值 B_k ，而IDFT式的左端就相当上式左端的OFDM信号 $s(t)$ 。这就是说，可以用计算IDFT的方法来获得OFDM信号。下面就来讨论如何具体解决这个计算问题。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ OFDM信号的产生

- 码元分组：先将输入码元序列分成帧，每帧中有 F 个码元，即有 F 比特。然后将此 F 比特分成 N 组，每组中的比特数可以不同，如下图所示。

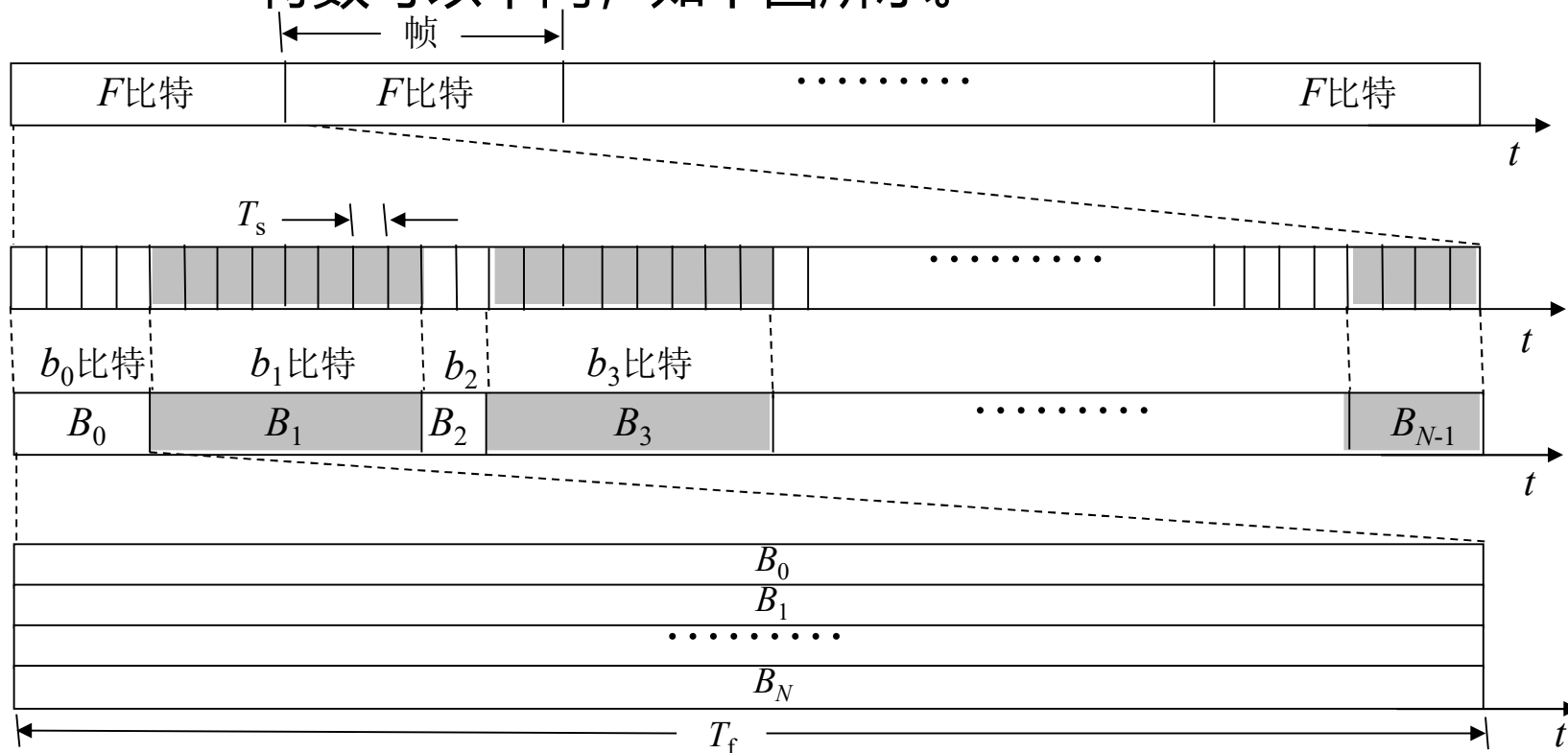


图8-165 码元的分组



第8章 新型数字带通调制技术

设第 i 组中包含的比特数为 b_i , 则有

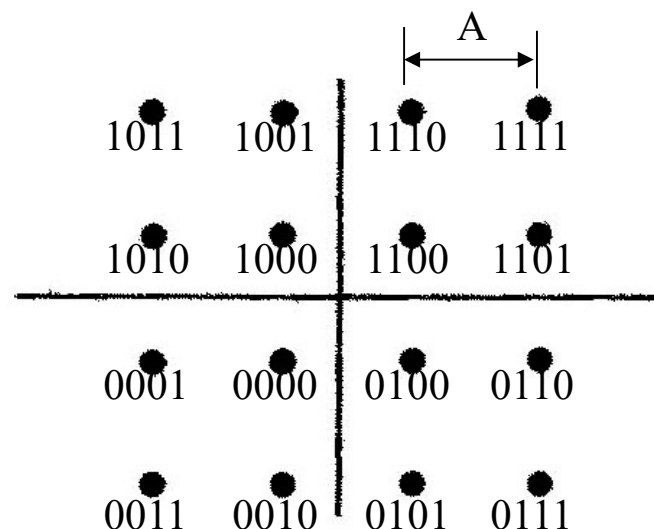
$$F = \sum_{i=1}^N b_i$$

将每组中的 b_i 个比特看作是一个 M_i 进制码元 B_i , 其中 $b_i = \log_2 M_i$, 并且经过串/并变换将 F 个串行码元 b_i 变为 N 个(路)并行码元 B_i 。各路并行码元 B_i 持续时间相同, 均为一帧时间 $T_f = F \cdot T_s$, 但是各路码元 B_i 包含的比特数不同。这样得到的 N 路并行码元 B_i 用来对于 N 个子载波进行不同的MQAM调制。这时的各个码元 B_i 可能属于不同的 M_i 进制, 所以它们各自进行不同的MQAM调制。

第8章 新型数字带通调制技术

MQAM调制中一个码元可以用平面上的一个点表示。而平面上的一个点可以用一个矢量或复数表示。下面用复数 B_i 表示此点。将 M_i 进制的码元 B_i 变成——对应的复数 B_i 的过程称为映射过程。例如，若有一个码元 B_i 是16进制的，它由二进制的输入码元“1100”构成，则它应进行16QAM调制。设其星座图如下图所示，则此16进制码元调制后的相位应该为 45° ，振幅为 $A/2^{1/2}$ 。此映射过程就应当将输入码元“1100”映射为

$$B_i = (A/\sqrt{2})e^{j\pi/4}$$





第8章 新型数字带通调制技术

为了用IDFT实现OFDM，首先令OFDM的最低子载波频率等于0，以满足下式

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} S(n) e^{j(2\pi/K)nk} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

右端第一项（即 $n = 0$ 时）的指数因子等于1。为了得到所需的已调信号最终频率位置，可以用上变频的方法将所得OFDM信号的频谱向上搬移到指定的高频上。



第8章 新型数字带通调制技术

其次，我们令 $K = 2N$ ，使IDFT的项数等于子信道数目 N 的两倍，并用对称性条件：

$$S(K - k - 1) = S^*(k) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K - 1)$$

由 N 个并行复数码元序列 $\{B_i\}$ ，(其中 $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$)，生成 $K = 2N$ 个等效的复数码元序列 $\{B'_n\}$ ，(其中 $n = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1$)，即令 $\{B'_n\}$ 中的元素等于：

$$B'_{K-n-1} = B_n^*, \quad n = 1, 2, \dots, N - 1$$

$$B'_{K-n-1} = B_n, \quad n = N, N + 1, N + 2, \dots, 2N - 2$$

$$B'_0 = \text{Re}(B_0)$$

$$B'_{K-1} = B'_{2N-1} = \text{Im}(B_0)$$

这样将生成的新码元序列 $\{B'_n\}$ 作为 $S(n)$ ，代入IDFT公式，得到

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} B'_n e^{j(2\pi/K)nk} \quad k = 0, 1, 2, \dots, K-1$$



第8章 新型数字带通调制技术

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}'_n e^{j(2\pi / K)nk}$$

式中

$$s(k) = s(kT_f / K)$$

它相当于OFDM信号 $s(t)$ 的抽样值。故 $s(t)$ 可以表示为

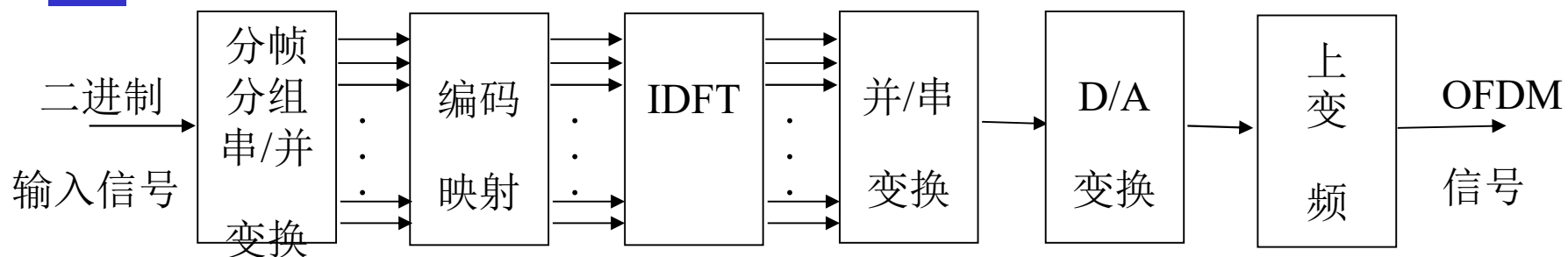
$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}'_n e^{j(2\pi / T_f)nt} \quad (0 \leq t \leq T_f)$$

子载波频率 $f_k = n/T_f$, ($n = 0, 1, 2, \dots, N-1$)。

离散抽样信号 $s(k)$ 经过D/A变换后就得到上式的OFDM信号 $s(t)$ 。

第8章 新型数字带通调制技术

◆ OFDM调制原理方框图





第8章 新型数字带通调制技术

• 8.4小结