安徽大学 2011—2012 学年第 1 学期

《信息论》考试试卷（AB 合卷）

院/系____________年级________专业____________姓名_____________学号____________

题　号	一	二	三	四	五	总 分
得　分						

得 分	

一、填空题

1、接收端收到 y 后，获得关于发送的符号是 x 的信息量是____________________。

2、香农信息的定义____。

3、在已知事件 $z \in Z$ 的条件下，接收到 y 后获得关于事件 x 的条件互信息 $I(x;y|z)$ 的表达式为____。

4、通信系统模型主要分成五个部分分别为：____________________________________。

5、研究信息传输系统的目的就是要找到信息传输过程的共同规律，以提高信息传输的可靠性、有效性、__________和__________，使信息传输系统达到最优化。

6、某信源 S 共有 32 个信源符号，其实际熵 H_∞=1.4 比特/符号，则该信源剩余度为 ________________。

7、信道固定的情况下，平均互信息 $I(X;Y)$ 是输入信源概率分布 $P(x)$ 的____型凸函数。

信源固定的情况下，平均互信息 $I(X;Y)$ 是信道传递概率 $P(y|x)$ 的____型凸函数。

8、当信源与信道连接时，若信息传输率达到了信道容量，则称此信源与信道达到匹配。

信道剩余度定义为_________________________。

9、已知信源 X 的熵 $H(X)$=0.92 比特/符号,则该信源的五次无记忆扩展信源 X^5 的信息熵 $H(X^5)=$______________。

10、将H_∞，H_6，H_0，H_4，H_1从大到小排列为______________________________。

11、根据香农第一定理，对于离散无记忆信源S，用含r个字母的码符号集对N长信源符号序列进行变长编码，总能找到一种无失真的唯一可译码，使每个信源符号所需平均码长满足：____。

12、多项式剩余类环$F_q[x]/(f(x))$是域的充要条件为______________________________。

13、多项式剩余类环$F_q[x]/(x^n-1)$的任一理想的生成元$g(x)$与x^n-1关系为____________________。

14、有限域$F_{2^{12}}$的全部子域为____。

15、国际标准书号（ISBN）由十位数字$a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}$组成（诸$a_i\in F_{11}$，满足：$\sum_{i=1}^{10} ia_i\equiv 0(\mathrm{mod}11)$），其中前九位均为 0-9，末位 0-10，当末位为 10 时用 X 表示。《Handbook of Applied Cryptography》的书号为 ISBN：7-121-01339-_____,《Coding and Information Theory》的书号为 ISBN：7-5062-3392-_____。

二、判断题

得 分	

1、互信息$I(x;y)$与平均互信息$I(X;Y)$都具有非负性质。 （　　）

2、离散信源的信息熵是信源无失真数据压缩的极限值。 （　　）

3、对于无噪无损信道，其输入和输出有确定的一一对应关系。 （　　）

4、对于有噪无损信道，其输入和输出有确定的一一对应关系。 （　　）

5、设有噪信道的信道容量为 C，若信息传输率$R>C$，只要码长 n 足够长，必存在一种信道编码和相应的译码规则，使译码平均错误概率P_E为任意小。反之，若$R<C$则不存在以 R 传输信息而P_E为任意小的码。 （　　）

6、在任何信息传输系统中，最后获得的信息至多是信源所提供的信息。如果一旦在某一过程中丢失一些信息，以后的系统不管如何处理，如不触及到丢失信息过程的输入端，就不能再恢复已丢失的信息。 （　　）

7、对于离散信道$[X, p(y|x), Y]$，有$H(X|Y) \le H(P_E) + P_E \log(r-1)$，并且不管采用什么译码规则，上述费诺不等式成立。 （ ）

8、码 C={0,10,1100,1110,1011,1101}是唯一可译码。 （ ）

9、一定存在码长分别为 1，2，3，3，3，4，5，5 的二元即时码。 （ ）

三、计算题

得分	

1、设

$$X \sim \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}，Y \sim \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}，$$

$$Z \sim \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 & c_7 & c_8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \end{pmatrix}。$$

计算$H(X),\ H(Y),\ H(Z)$。

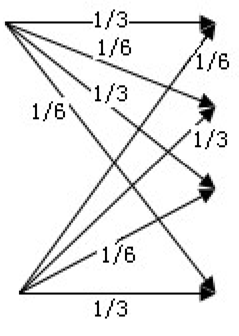
当X, Y, Z为统计独立时，计算$H(XYZ)$。

2、有一离散无记忆信源

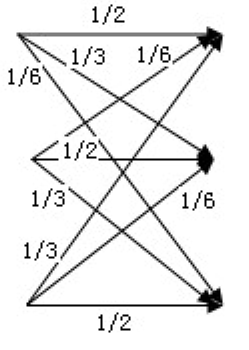
$$\begin{pmatrix} X \\ P(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ \dfrac{2}{3} & \dfrac{1}{6} & \dfrac{1}{6} \end{pmatrix} \text{，} \quad \sum_{i=1}^{3} p(x_i) = 1 \text{。}$$

求该信源的二次扩展信源，并计算二次扩展信源的信源熵。

3、求下述两信道的信道容量及其达到信道容量时的输入概率分布。



（1）

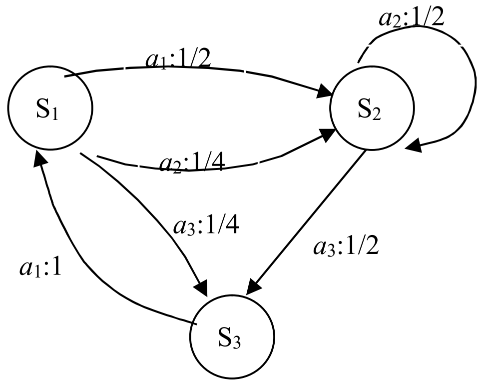


（2）

4、设二元对称信道的传递矩阵为$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$，求此信道的信道容量及相应的最佳输入概率分布。当输入概率分布为$P(0)=\frac{3}{4}$，$P(1)=\frac{1}{4}$时，求$H(X|Y)$和$I(X;Y)$。

5、设有一马尔可夫信源，其状态集为$\{S_1,S_2,S_3\}$，符号集为$\{\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3\}$。在某状态下发某符号的概率为$P(a_k\,|\,S_i),i,k=1,2,3$。见下图：

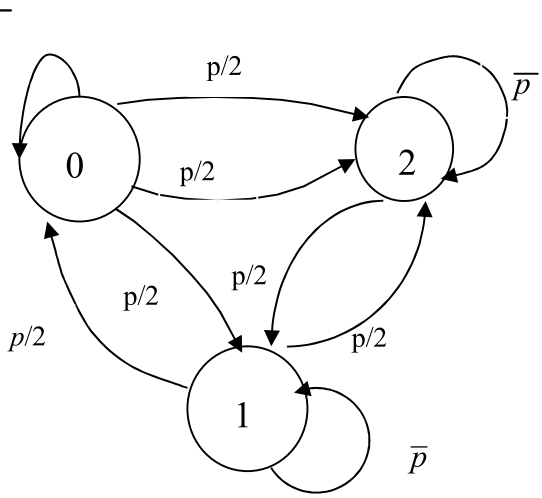
计算此马尔可夫信源熵$\boldsymbol{H}_\infty$。



6、一阶马尔可夫信源的状态图如下图所示，信源 X 的符号集为{0，1，2}并定义$\bar{p}=1-p$。

(1)求信源平稳后的概率分布$\boldsymbol{P}(0)$，$\boldsymbol{P}(1)$，$\boldsymbol{P}(2)$;

(2)求此信源的熵。



7、求以 $x+2$ 为生成多项式的长为 3 的三元循环码 C 的全体码字。

8、求以$x+1$为生成多项式的长为 3 的二元循环码 C 的全体码字。

四、综合题

得 分	

1、设有一离散信道，其信道传递矩阵为$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/2 \\ 1/2 & 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$，并设$P(x_1)=\frac{1}{2}$，$P(x_2)=P(x_3)=\frac{1}{4}$。

试分别按最小错误概率准则和最大似然译码准则确定译码函数，并计算相应的平均错误概率。

2、信源空间为 $\begin{pmatrix} S \\ P(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1, & s_2, & s_3, & s_4, & s_5, & s_6, & s_7, & s_8 \\ 0.4, & 0.2, & 0.1, & 0.1, & 0.05, & 0.05, & 0.05, & 0.05 \end{pmatrix}$，码符号为 $X = \{0,1,2\}$，试构造一种三元紧致码，并计算平均码长。

3、设 C 是二元$[6,3]$线性码，其校验矩阵为$H=\begin{pmatrix}1&0&0&1&1&0\\0&1&0&1&0&1\\0&0&1&0&1&1\end{pmatrix}$。试求全体码字，列简明译码表；当收到的字为$\beta=010011$，如何译码？

五、证明题

得 分	

1、证明：最大离散熵定理，即

$$H(p_1,p_2,\cdots,p_q)\le H(1/q,1/q,\cdots,1/q)=\log q\text{。}$$

2、证明：条件熵不大于无条件熵，即 $H(X_2 \mid X_1) \le H(X_2)$ 。

3、设 C 是 q 元 $[n,k]$ 线性码，证明：

$$d(C)=W(C),$$

其中 $d(C)=\min\{D(c_i,c_j)\,|\,c_i,c_j\in C,c_i\neq c_j\}$， $W(C)=\min\{W(c)\,|\,c\in C,c\neq 0\}$ 。

4、循环码 C 的对偶码 $C^{\perp}$ 仍为循环码。