

# 陈斌广相 18 春期末题回忆

2018 年 6 月 23 日

- I. 已知一个球坐标下的度规  $ds^2 = A(r)dr^2 + B(r)d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$ , 算几个表面积啊体积啊什么的。
- II. 史瓦西度规下, 一艘飞船沿径向飞向黑洞中心。给出了飞船在飞行过程中速度与位置的关系  $dr/dt = -f(r)$  ( $f(r)$  是一个给出的一个帮你凑好的并不复杂的关系)。验证飞船的世界线确实是类时的, 并计算飞船从  $8GM$  处飞到黑洞中心的固有时。判断飞船是自由下落还是开了助推器。
- III. 史瓦西度规下, 一个光源从无穷远静止下落 (♪让爱~坠入~这深渊里♪)。光源发出的光沿着径向。
- 第一问算  $R_0$  处的 4-速度。
  - 第二问求  $R_0$  处发出的光子在  $36R_s$  处静止观察者看来的红移。
  - 第三问求  $R_0$  处发出的光子在  $6R_s$  出的圆周轨道上的运动观察者看来的红移。
- IV. 科尔度规下, 赤道面上圆轨道。
- 第一问: 用能量 ( $p_t$ ) 和角动量 ( $p_\phi$ ) 表示  $p^t$  和  $p^\phi$ 。
  - 第二问: 求 (有质量) 粒子的圆轨道周期与半径的关系 (给了 Hint: 用  $r$ -分量的测地线方程)
- V. 详细阐述真空中传播引力波的物理性质。结合守恒量, 说明产生引力辐射的必要条件。计算一个两体的简谐振动系统的质量四极矩和辐射功率 (公式均给出)。