

我们检测到你可能使用了 AdBlock 或 Adblock Plus，它的部分策略可能会影响到正常功能的使用（如关注）。
你可以设定特殊规则或将知乎加入白名单，以便我们更好地提供服务。（为什么？）

代数线性代数抽象代数群论


关注者164被浏览35,739

如何（直观地）的理解同态和同构？

初学代数，不太理解同态和同构的含义和作用。比如什么叫保持运算的映射，同构的群本质是同一个群，等等。有没有比较好的理解方式和例子？

关注问题写回答邀请回答2 条评论分享

查看全部 17 个回答

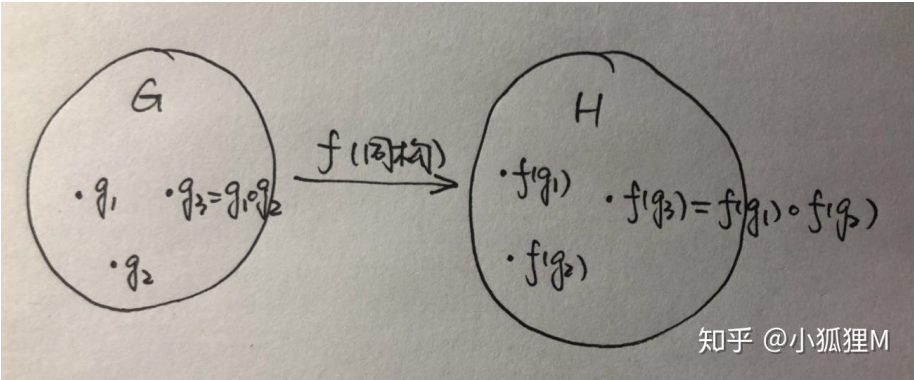


小狐狸M
移动机器人 / 非线性控制 / 道德表演艺术家

110 人赞同了该回答

我们若想研究某一未知代数体系的结构，一个自然的想法是，通过建立这个未知代数体系与某一已知代数体系之间的联系进行研究，而这种联系就刻画了这两个代数体系之间的相似程度。

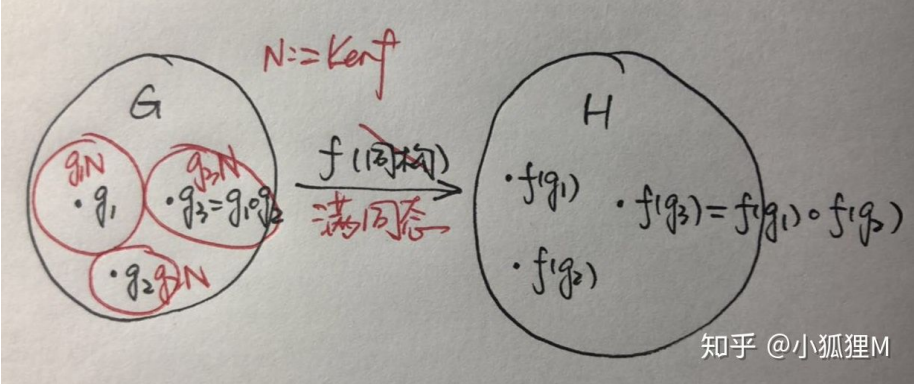
我们所能提出的最高的要求，就是让这两个代数体系的结构完全一致，这时这两个代数体系的联系就用“同构”进行刻画。举个例子，群 G 和群 H 之间若建立了同构映射，那么不仅群 G 中的每个元素在群 H 中都有一一对应，而且对于群 G 中的两个元素 g_1, g_2 ，在群运算 \circ 下得到的元素 $g_3 = g_1 \circ g_2$ 也在这个映射下保持一一对应，如下图所示。



知乎 @小狐狸M

Fig.1 群同构

同构是两个代数体系之间最精细的刻画，然而一般情况下，同构映射很难找到，于是我们退而求其次，提出一个比同构弱一些的要求：同态。也就是说，我们不要求这个映射是双射，那此时对这两个代数体系联系刻画的精细程度就低了很多。继续上边的例子，比如我现在要求这个映射只是满同态，那么由同态基本定理有： $G/\text{Ker}f \simeq H$ 。也就是说 G 对同态核的商群与 H 是同构的。我们知道商群中的元素是左陪集，而左陪集的运算归结为代表元的运算，我们用一张图来表示这种关系，如下。



知乎 @小狐狸M

Fig. 2 群的满同态

美阅教育

好用的一站式
线上课堂搭建工具

支持视频、音频、图文直播和录播课程
一对一、小班课、大班课

免费体验

广告

关于作者



小狐狸M
移动机器人 / 非线性控制 / ...

王赞 Maigo 也关注了他

回答63文章2关注者1,508

+ 关注他发私信

被收藏 65 次

数学理论

沈月 创建

8 人关注

区块链

何晔 创建

5 人关注

自我修养

pechpo 创建

0 人关注

开口

温麻老妖 创建

0 人关注

一个脚印分

Darren W 创建

0 人关注

相关问题

学习抽象代数需要忘记之前所学的一切代数内容？ 7 个回答

也就是说，我们虽然建立不了两个群中元素之间的一一对应，但是起码我们建立了已知群的一个子集和未知群中的一个元素之间的一一对应，我们对未知群了解的多少取决于这种刻画的精度，也就是取决于同态核的大小。这样我们对未知群的结构多少就有了一些了解。

发布于 2018-09-09

▲ 赞同 110 ▼

● 5 条评论

➦ 分享

★ 收藏

♥ 喜欢

...

收起 ^

更多回答



Yuhang Liu

数学、科研、高等数学 等 5 个话题的优秀回答者

278 人赞同了该回答

谢邀。

你可以定义一个二进制自然数到十进制自然数的映射，叫做“把一个数映到它自己”；然后这个映射是个（半环）同构，它保持加法保持乘法——意思是两个数在二进制下怎么加，在十进制下还是怎么加，加出来的结果还是能相互对应；还是个双射。然后你就相信了，二进制自然数和十进制自然数其实是同一个东西，这个世界上只有一种自然数，进制的不同并不会改变自然数半环本身的加法乘法结构以及序结构等等；但是一个小学生可能很难理解，他会觉得，二进制和十进制看起来如此不同，怎么能把他们看成同一个对象？

所以同构起到的就是这么个作用，它抓取一个数学对象最本质的信息（比如上面例子里的加法和乘法结构），而忽略其他没那么重要的信息（比如进制），然后把具有相同“本质信息”的对象视为一体。“同构”或者更一般地，“取等价类”这种思想观念其实在你学抽象代数之前早就有了。比如“三个苹果”和“三个香蕉”在只考虑数目的情况下“同构”，他们帮助你给出了3这个抽象的数学概念。再比如两个全等的三角形可以被视为一体，但是他们被摆放的位置明明不同，但是你知道，在很多情况下，位置的信息并不重要，重要的是三角形本身的几何信息，比如边长、内角等等。

至于同态，那比同构的含义更广一些。它是在两个本质不一定相同的数学对象之间建立联系；比如自然数半环包含进实数域的那个包含映射，就是一个（单的）半环同态，它告诉你自然数可以视为实数这个更大的结构的一部分——而不是说自然数和实数是一回事。所以同态相当于两个数学对象之间的“纽带”。

编辑于 2018-09-09

▲ 赞同 278 ▼

● 20 条评论

➦ 分享

★ 收藏

♥ 喜欢

...



qfzklm

物理学 话题的优秀回答者

18 人赞同了该回答

举个例子。。

第一个群是{一，二，三。。}，其中定义了一个运算叫“加法”。。

第二个群是{one,two three...}，其中定义了一个运算叫“plus”。。

你说这俩群是不是同构？实际上是不是同一个群？

保持运算的映射，说白了就是你知道“加法”和“plus”同一个运算，“一”和“one”是同一个东西。。

ㄟ (▽ ㄟ)

发布于 2018-10-09

▲ 赞同 18 ▼

● 4 条评论

➦ 分享

★ 收藏

♥ 喜欢

...

查看全部 17 个回答

为什么我们的代数和几何，方面的课很少，而分析方面的却很多，代数学了近代数之后应该如何学习？ 9 个回答

如何证明代数数是可列集？ 6 个回答

什么才是代数？ 24 个回答

为什么代数基本定理不能有纯代数的证明？ 7 个回答

相关推荐



谈抽象代数

包遵信

★★★★★ 697 人参与



《线性代数》中最重要的矩阵

★★★★★ 986 人参与



线性代数

同济大学数学系

195 人读过

阅读

刘看山 · 知乎指南 · 知乎协议 · 知乎隐私保护指引

应用 · 工作 · 申请开通知乎机构号

侵权举报 · 网上有害信息举报专区

京 ICP 证 110745 号

京 ICP 备 13052560 号 - 1

京公网安备 11010802010035 号

互联网药品信息服务资格证书

（京）- 非经营性 - 2017 - 0067

违法和不良信息举报：010-82716601

儿童色情信息举报专区

证照中心

联系我们 © 2020 知乎