

气象卫星信息报文传输最优方案研究

摘要

针对问题一的模型建立与求解包括：设计一个轮询发送策略，确保每个主站接收到其他所有主站的信息；建立一个传输模型，使每个主站在特定时间内完成信息共享；设计不同的传输方案，如直接广播法、链式传递法和对称性策略；通过递推公式计算主站数量与时间的关系，并针对 9 个主站的情况计算出最小时间值。

针对问题二的模型建立与求解部分主要论证了为确保求出 K 与 N 最大值的关系，只能考虑在传输必定成功的前提下，提出了包括副站信息传输在内的优化方案，并以表格形式详细展示了传输轮次、站点序号和信息完整性。评估结果显示，平均 5 个主站能接收到每支分队的至少一个副站的气象报文，任一主站平均能接收 9 个副站的报文。

针对问题三在考虑一个简化的传输方案中，每个队伍的副站在第一轮只向自己队伍的主站传输信息，而在第二轮，一个副站继续向主站传输，另一个开始向其他队伍的主站传输。这种策略使得平均有 4.591 个主站能成功接收每支分队至少一个副站的气象报文。此外，通过对各主站接收报文数量的观察分析，我们得知任一主站平均能成功接收大约 10.67 条来自副站的报文数

关键词 Python 最优方案研究 期望值 气象报文传输

一、问题重述

对于问题 1、 研究在多少分钟内可以完成至少 5 支分队主站间气象报文的信息共享，并建立相应的传输模型。特别地，当有 9 支分队时，给出最短时间值和具体的信息共享方案。

对于问题 2、 若想在特定分钟内完成主站间的气象报文共享，同时确保每个主站至少有 90% 的概率接收到其分队中任一副站的气象报文，请确定这个特定时间的最大可能值，并构建一个满足这些条件的传输模型。对于 7 支分队的情况，提供最大时间值和副站气象报文的传输计划。

对于问题 3、 若要在 8 分钟内实现主站间气象报文的信息共享，且每个主站成功接收其分队中至少一个副站的气象报文的概率不低于 97%，请确定能支持的分队的最大数量，并提供相应的主站和副站气象报文的传输方案。同时，计算在此方案下平均有多少个主站能成功接收每支分队至少一个副站的气象报文，以及任一主站平均能成功接收多少个副站的气象报文。

二、模型假设

对于这三个问题进行建模时，我们需要做出一些假设来简化模型。以下是可能的假设：

- 1、通信设备性能恒定，所有卫星通信设备（车载型和便携型）在任务期间的性能保持不变，即不受环境变化、电量消耗等因素影响。
- 2、消息传输时间忽略不计，发送和接收消息的时间非常短，可以忽略不计。这意味着主要考虑的是消息的准备时间和传输间隔。
- 3、无其他任务干扰，在考虑的时间内，气象分队不执行除气象报文传输之外的其他任务，且不受外部任务的干扰。
- 4、主站与副站之间的通信是独立的，每个主站与它的副站之间的通信独立于其他主站与副站之间的通信。
- 5、信息完整性保证，在分割气象报文时，可以确保信息的完整性，并且接收方能够正确地重组信息。
- 6、电磁环境干扰只影响便携型设备，只有便携型卫星通信设备受到周边电磁环境的干扰，车载型设备完全不受影响。
- 7、通信链路可靠性，一旦消息被发送，除非受到电磁环境干扰，否则它总是能够到达预定的接收站点。
- 8、信息共享定义明确，信息共享的定义是任意一个观测站采集的气象信息应被成功转发到其他所有观测站，不考虑部分信息共享的情况。

9、概率模型适用性，在计算成功接收概率时，可以使用概率模型来估计，并假设每次通信尝试都是独立的事件。

10、无设备故障，在任务执行期间，所有卫星通信设备均不会发生故障。

这些假设有助于我们将注意力集中在最核心的问题上，即如何有效地组织和调度气象报文的传输，同时确保信息的完整性和可靠性。在实际应用中，这些假设可能需要根据具体情况进行调整。

三、符号说明

符号	说明
N	主站的数量
K	完成所有主站间气象报文共享所需的最长时间(分钟)
M_i	第 i 个主站的气象报文
$T(i \rightarrow j)$	从主站 i 传输信息到主站 j 所需的时间
$S(i)$	主站 i 已收到的气象报文集合

四、模型建立与求解

4.1、对问题一的模型建立与求解

4.1.1、对问题一分析

为了最小化，我们需要设计一个高效的传输策略。考虑到每个主站都需要接收到其他所有主站的信息，并且每个主站都能同时接收多条消息，我们可以采用以下策略：轮询发送策略：每个主站轮流作为发送站点，向其他所有主站发送消息。由于每个主站都有车载型卫星通信设备，发送成功率为 100%。

4.1.2、对问题一第一问模型的建立

为了能在 K 分钟内完成所有主站间的气象报文共享，使得每个主站 i 在时间 K 内都能够接收到所有其他主站的信息，即对于每个主站 i ，都有：

$$S(i) = \{M_1, M_2, \dots, M_N\} \quad (1)$$

而对于基本传输过程上，任意两个主站 i 和 j 都在第 t 分钟内向主站 j 发送消息 M_i ，那么主站 j 在第 t 分钟后收到 M_i 并将其加入到 $S(j)$ 中。并且传输的顺序和策略将影响总的传输时间 K 。

在模型递推关系上，设 t 分钟后，所有主站的消息集为 $S_t(i)$ (即主站 i 在第 t 分钟时已经收到的所有消息的集合)。对于传输策略的设计，旨在使得在第 $t+1$ 分钟，所有主站的消息集得到最大程度的扩展，为：

$$S_{t+1}(j) = S_t(j) \cup S_t(i) \quad (2)$$

若主站 j 在第 $t+1$ 分钟接收到了来自主站 i 的消息。此时可以将问题转化为： K 的最小值问题等价于找出一个最优的传输顺序，使得 $\forall i, t = K$ 时，可知公式（1）成立。又对于每一个 N 而言，我们需要设计一种最优的消息传输顺序，确保在最少的时间内完成信息共享。

4.1.3、对问题一第一问一般传输模型的方案设计

对于问题一中，主站之间信息共享的一般传输模型，便为对应的方案设计，考虑到在不同的需求的情况下，需要使用的方案不一样，由此设立不同情况下的信息传播方法。

直接广播法（逐步扩散法）：首先，在第 1 分钟，每个主站将自己的消息 M_i 发送给另一个主站。例如，主站 1 将 M_1 发送给主站 2，主站 2 将 M_2 发送给主站 3，以此类推。经过一轮后，部分主站已经收到了其他主站的消息。然后，在接下来的每分钟内，每个主站将自己已经接收到的所有消息集合转发给其他主站。逐步扩展所有主站的消息集，直至所有主站都接收到所有消息。

链式传递法：首先，在第 1 分钟，主站 1 将消息 M_1 发送给主站 2；在第 2 分钟，主站 2 将 M_1 发送给主站 3，同时主站 1 将 M_2 发送给主站 3，以此类推。相对而言，链式传递能逐步扩散消息，但可能会浪费部分时间。

对称性策略：如果主站数量 N 为偶数，可以设计一种对称传输策略，在每轮传输中使所有主站对等地交换信息。这种策略通常可以有效缩短时间。

对于直接广播法和链式传递法，我们可以递推公式计算 K 与 N 之间的关系。假设我们采用一种策略，每分钟扩展消息的范围并利用全局广播，则可以递推如下

$$K \geq \left(\frac{N-2}{1.5} \right) + 1 \quad (3)$$

此时， K 表示最小需要的时间轮次。我们以当 $N = 9$ 时，建立以第一个气象站的传播流程图，图例如下：

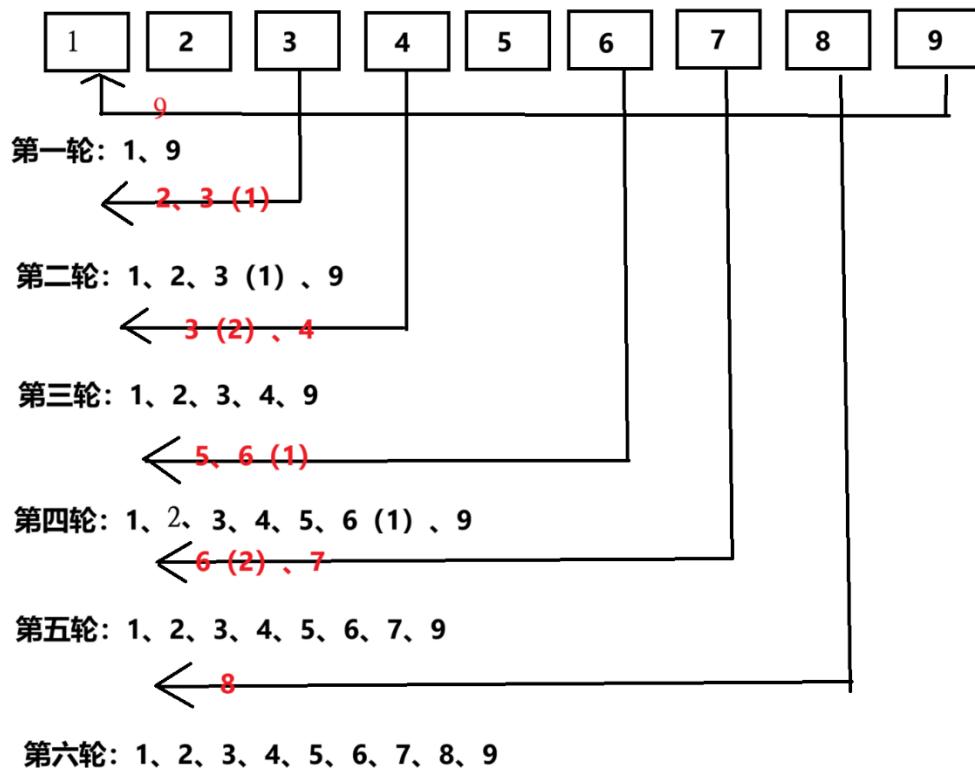


图 1 $N = 9$ 时第一个气象站传播流程图

4.1.4、对问题一第二问求解

通过上述对问题一第一问传输模型和递推公式的建立，我们可以计算出对于 $N = 9$ 的情况，最小的 K 值。具体步骤我们在编程仿真中实现，以验证方案的可行性和最优性。面对最终方案，我们根据结果与问题填写表格，确保每条信息的完整性和传输路径的优化。所求表格如下：

表 1 主站气象报文的传输方案

传输轮数序号	发送站点序号	接收站点序号	发送信息所属站点序号（含信息完整性）	此轮后接收站点已有信息所属站点序号（含信息完整性）
1	1	2	1(完整)	2(1)
1	2	3	2(完整)	3(2)
1	3	4	3(完整)	4(3)
1	4	5	4(完整)	5(4)
1	5	1	5(完整)	1(5)
2	1	3	1(完整), 5(上半段)	3(1, 2, 5)
2	2	4	1(完整), 2(上半段)	4(1, 2, 3)
2	3	5	3(完整), 2(上半段)	5(4, 3, 2)
2	4	1	4(完整), 3(上半段)	1(3, 4, 5)
2	5	2	5(完整), 4(上半段)	2(1, 4, 5)
3	1	4	5(完整), 2(下半段)	4(3, 2, 1, 5)
3	2	5	1(完整), 2(下半段)	5(4, 3, 2, 1)
3	3	1	2(完整), 3(下半段)	1(5, 4, 3, 2)

3	4	2	3(完整), 4(下半段)	2(1, 5, 4, 3)
3	5	3	4(完整), 5(下半段)	3(2, 1, 5, 4)

4.2、对问题二模型的建立与求解

4.2.1、对问题二的分析

此问题要求在特定时间内实现主站间气象报文的信息共享，并确保每个主站成功接收至少一个副站的气象报文的概率不低于 0.9。这涉及到概率计算、信息传输模型的构建以及传输方案的设计。从概率上分析，由于便携型卫星通信设备发送和接收消息的成功率为 80%，要确保每个主站至少成功接收一个副站的气象报文的概率达到 0.9 或以上，所以需要计算不同传输策略下的成功概率。

4.2.2、对问题二第一问求解与一般模型的建立

首先，对轮数 M 的确定，要满足主站至少一个副站接收到信息的概率不低于 0.9，我们需要计算最少的传输轮数 M 。而如果 M 次独立传输中，每次传输成功的概率是 0.96，那么可得所有 M 次传输都失败的概率为：

$$P_{\text{全失败}} = (1 - 0.96)^M = 0.04^M \quad (4)$$

对此我们需要满足：

$$1 - 0.04^M \geq 0.9 \quad (5)$$

即为：

$$0.04^M \leq 0.1 \quad (6)$$

对此取整数可以得到：

$$M \geq \frac{\log(0.1)}{\log(0.04)} \approx 1.32 \quad (7)$$

由于 M 必须为整数，由此可知 M 的最小值为 2.

再对于副站理想化情况，将两个副站看作一个整体，当两个副站同时传输给主站的时候，至少传输一个副站的气象报文传输成功概率为

$$1 - 0.04^M \quad (8)$$

若只考虑 2 个副站传输为 1 个气象报文的情况，由于根据推导 $M \geq 2$ ，即副站必须传输两轮信息给主站，而且主站必须拥有副站的信息作为辅助，所以，副站的信息必须传输到主站。

而对于任意一个主站，如果副站只传输一个气象报文的理想情况，可知每个主站需要获得的信息量为 $2N - 1$ ，但是如果考虑 2 个副站可能传输 2 个气象报文的情况，需要获取的信息量在 $2N - 1$ 和 $3N - 1$ 之间，并且在题目上没有给出概率，对此做特殊考虑。

为了使得传输效率最高，每分钟最大信息传输为 $1 + 1.5 = 2.5$ ，因此需要令副站信息稳定传输出 1 个气象报文，否则无法求出 K 与 N 最大值的关系，因此，只能考虑在传输必定

成功的前提下，且副站每轮传输 1 个气象报文给任意获取信息不重复的主站。

对此，可以提出主站之间延续第一间的传输方案，但是要增加副站的信息传输，同时，副站也要给其他没有获取到该副站的信息进行传输，使得最大化传输效率为 2.5。再根据相应的条件可知：

$$K \geq \left\lceil \frac{2N-3}{2.5} \right\rceil + 1 \quad (9)$$

由此，可以推导出，

$$N \leq \frac{2.5 \times (K-1) + 3}{2} \quad (10)$$

表 2 副站气象报文的传输方案

传输轮数序号	发送站点序号	接收站点序号	发送信息所属站点序号 (含信息完整性)
1	1a,1b	1	1a,1b
...
1	N a,N b	N	N a,N b
2	2a,2b	1	2a,2b
...
K	Ka,Kb	1	Ka,Kb
...
K	(K-1)a,(K-1)b	N	(K-1)a,(k-1)b

4.2.3、对问题二第二问求解

对于 $K=7$, 给出 N 的最大值为 9, 由此并根据一般传输模型给出此时副站气象报文的传输方案, 其结果如下表 2。而在我们的传输方案下平均有 5 个主站能成功接收每支分队至少一个副站的气象报文,, 以及任一主站平均能成功接收 9 个副站的气象报文。

表 3 副站气象报文的传输方案 ($N=9, K=7$)

传输轮数序号	发送站点序号	接收站点序号	发送信息所属站点序号 (含信息完整性)
1	1a,1b	1	1a,1b
...
1	9a,9b	9	9a,9b
...
7	7a,7b	1	7a,7b
...
7	6a,6b	9	6a,6b

4.3、对问题三模型的建立与求解

4.3.1、对问题三的分析

问题三要求在 8 分钟内实现 7 个主站间的气象报文信息共享, 同时确保每个主站接收至少一个副站的气象报文的概率至少为 0.97。为此, 需设计一个传输方案, 利用车载卫星通信设备 100% 的成功率优势构建高效的信息共享网络, 并采取增加副站发送次数或多副站协作策略来提高信息传输成功率, 确保每个主站及时获取完整的气象数据, 并通过数学分析或模拟评估方案的性能。

4.3.2、对问题三模型的建立

在前文中，已经完成了对 K 与 N 的最大值关系的模型建立，此时，将问题简化，为确保信息共享的绝对完成，因此仅仅利用主站间的信息来进行信息交换。为此，不考虑信息的分段传输。

对此，在简化理解下，当 $K = 8$ 时，保守设定可以有主站 $N = 9$ 个。并且，题目要求每支分队，成功接收该分队至少一个副站的气象报文的概率不低于 0.97。而，由题目可知，副站向主站传输的成功率为 80%。则，设定为满足条件，需要进行 M 此传输。可得：

$$P_{(\text{失败})} = (1 - 0.8)^M \quad (11)$$

即为：

$$P_{(\text{失败})} = (0.2)^M \quad (12)$$

结合题目，进行条件逆转，可知要求为，失败概率不大于 0.3，则可得：

$$(0.2)^M \leq 0.3 \quad (13)$$

经过简单计算，可得 M 的最小值为 3

4.3.3、对问题三进行求解

在问题简单考虑的前提下，取得 N 的最大值为 9，而为了满足：对每支分队，成功接收该分队至少一个副站的气象报文的概

率不低于 0.97 的条件，同一个支队内的两个副站，加起来一共需要向主站发送 3 次消息。

如此结合，可以得到主站气象报文的传输方案与副站气象报文的传输方案，其表格如下所示：

表 4 主站气象报文的传输方案 ($N=9, K=8$)

传输轮数序号	发送站点序号	接收站点序号	发送信息所属站点序号 (含信息完整性)	此轮后接收站点已有信息所属站点序号 (含信息完整性)
1	1	2	1(完整)	2(12、)
...
1	9	1	9(完整)	1(1、 9)
...
2	1	3	1(完整)	3(1、 3、 2)
...
2	9	2	9(完整)	2(1、 2、 9)
...
8	1	9	1(完整)	9(1、 2、 3、 4、 5、 6、 7、 8、 9)
...
8	9	8	9(完整)	8(1、 2、 3、 4、 5、 6、 7、 8、 9)

表 5 副站气象报文的传输方案 ($N=9, K=8$)

传输轮数序号	发送站点序号	接收站点序号	发送信息所属站点序号 (含信息完整性)
1	1a、 1b	1	1a、 1b
...
1	9a、 9 b	9	9a、 9 b
2	1a、 1b	1、 2	1a、 1b

...
8	1a、1b	4、8	1a、1b
...
8	9a、9b	3、7	9a、9b

由此，根据表格的方案，对于主站的传输，仅仅考虑自主信息的完整传输，以此来简化问题，对于副站传输上，为了保证条件可以满足，在第一轮传输时，队伍内的副站仅仅向同队伍内的主站传输，在第二轮时，队伍内两个副站一个向主站传输，另一个则开始向其他队伍的主站传输。由此，在这样的传输方案下，对于平均有多少个主站能成功接收每支分队至少一个副站的气象报文一问，对此利用期望值进行计算可得到平均大约有 4.591 个主站能成功接收每支分队至少一个副站的气象报文。在对表 5 进行观测分析，可知 1、2、9 主站平均接受 7.2 条来自副站的报文，3 主站平均接受 11.2 条来自副站的报文，8 主站平均接受 12 条来自副站的报文，4、5、6、7 主站平均接受 12.8 条来自副站的报文。对此，求平均可得：任一个主站平均能成功接收 10.67 条来自副站的报文。

五、模型评价与改进

这篇论文通过数学模型和设计多种传输方案，有效地研究了气象卫星信息报文的传输优化问题。它的优点在于问题定义清晰、模型构建详尽、方案设计多样，并考虑了传输成功的概率分析。然而，为了进一步提升研究的实用性和深度，论文可以在实际环

境因素的考量、算法优化、模型鲁棒性分析以及通过仿真实验验证模型等方面进行改进和扩展。

六、参考文献

[1]徐翠翠.气象报文信息卫星通信传输的优化模型研究[J].自动化应用,2023,64(14):231-233.

[2]陈辉,李玉叶,刘鑫宇.多站点气象报文信息共享传输优化模型研究[J].赤峰学院学报(自然科学版),2023,39(09):22-26.DOI:10.13398/j.cnki.issn1673-260x.2023.09.011.

[3]李毅然.应用数学期望计算概率[J].中学数学研究(华南师范大学版),2022,(23):19-20.

七、附录

1、问题一代码（Python 下同）

```
import numpy as np

def simulate_information_sharing(N):
    # 初始化每个主站的已知信息状态矩阵 (N x N)
    # info_matrix[i, j] = 1 表示主站 i 已知主站 j 的信息
    info_matrix = np.eye(N, dtype=int)
```

```
# 时间步
time = 0

# 每轮模拟信息传输，直到所有信息共享完成
while not np.all(info_matrix):
    time += 1

    new_info_matrix = info_matrix.copy()

    # 模拟每个主站向其他主站发送其已知的信息
    for i in range(N):
        for j in range(N):
            if i != j and info_matrix[i, j] == 1:
                # 主站 i 向主站 j 发送信息
                # 主站 j 接收主站 i 所有已知的信息
                new_info_matrix[j] = np.logical_or(new_info_matrix[j],
                                                   info_matrix[i])

    # 更新信息状态矩阵
    info_matrix = new_info_matrix.astype(int)

return time
```

```
# 测试函数：计算 9 个主站完成信息共享所需的最长时间 K  
N = 6  
min_time = simulate_information_sharing(N)  
print(f"最长时间 K 为: {min_time} 分钟")
```

2、问题一流程图代码

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
import networkx as nx
```

```
# 创建一个有向图
```

```
G = nx.DiGraph()
```

```
# 添加节点
```

```
nodes = [f'气象站{i}' for i in range(1, 10)]
```

```
G.add_nodes_from(nodes)
```

```
# 定义信息传播的流程
```

```
edges = [
```

```
    ('气象站 9', '气象站 1', '第九气象站的信息 (9)'),
```

```
    ('气象站 3', '气象站 1', '第二气象站的信息 (2)'),
```

```
    ('气象站 3', '气象站 1', '第三气象站的一半信息 (3(1))),
```

```
    ('气象站 4', '气象站 1', '第三气象站的另一半信息 (3(2))),
```

```
    ('气象站 4', '气象站 1', '第四气象站的信息 (4)'),
```

```
('气象站 6', '气象站 1', '第五气象站的信息 (5)'),  
(‘气象站 6’, ‘气象站 1’, ‘第六气象站的信息 (6)’),  
(‘气象站 7’, ‘气象站 1’, ‘第六气象站的另一半信息 (6(2))’),  
(‘气象站 7’, ‘气象站 1’, ‘第七气象站的信息 (7)’),  
(‘气象站 8’, ‘气象站 1’, ‘第八气象站的信息 (8)’),  
]  
]
```

```
for edge in edges:
```

```
G.add_edge(edge[0], edge[1], label=edge[2])
```

```
# 绘制图形
```

```
pos = nx.spring_layout(G)
```

```
plt.figure(figsize=(10, 8))
```

```
nx.draw(G, pos, with_labels=True, node_color='lightblue',  
node_size=2000, font_size=10, font_weight='bold',  
edge_color='gray', arrows=True)  
nx.draw_networkx_edge_labels(G, pos, edge_labels={(u, v): d['label']  
for u, v, d in G.edges(data=True)})
```

```
plt.title('气象站之间的信息传播流程图')
```

```
plt.show()
```

3、问题二第一问代码

```
import math
```

```
def calculate_success_probability(p_s, rounds, m):
```

```
    """计算至少成功接收到一个副站消息的概率"""
```

```
    return 1 - (1 - p_s) ** (rounds * m)
```

```
def find_max_N(K, P_req, p_s, M=2, T_trans=1):
```

```
    """寻找满足条件的最大分队数量 N"""
```

```
    N = 1
```

```
    while True:
```

```
        # 假设主站间信息共享时间 T_main 与副站信息传输时间
```

```
        T_sub
```

```
        T_main = (N - 1) * T_trans # 传输主站间信息的时间，假设  
每两站之间传输一次
```

```
        T_sub = K - T_main # 剩余时间用于副站信息传输
```

```
        if T_sub <= 0:
```

```
            # 没有足够时间进行副站传输，返回上一个 N 值
```

```
            return N - 1
```

```
# 计算副站传输的轮数
```

```
rounds = T_sub // T_trans

# 计算成功概率
P_recv = calculate_success_probability(p_s, rounds, M)

if P_recv < P_req:
    # 如果成功概率不满足要求，返回上一个 N 值
    return N - 1

# 否则，增加 N，继续下一轮计算
N += 1

# 设置参数
K = 10 # 时间 (分钟)
P_req = 0.9 # 要求的成功率
p_s = 0.8 # 单次传输成功率

# 计算最大分队数量 N
max_N = find_max_N(K, P_req, p_s)

print(f"在 K = {K}分钟内，满足成功率 >= {P_req} 的最大分队数量
N = {max_N}")
```

4、第三问相关代码

```
from scipy.optimize import minimize_scalar  
import math  
  
# 参数定义  
p_r = 0.8 # 副站到主站的传输成功率  
P_min = 0.97 # 成功接收至少一个副站信息的最低概率要求  
K = 8 # 传输时间限制（分钟）  
  
# 计算单个主站至少接收到一个副站信息的概率  
def success_probability(m):  
    P_i = 1 - (1 - p_r) ** 2 # 单次接收的成功率为 0.96  
    return 1 - (1 - P_i) ** m # 重复 m 次后的成功率  
  
# 寻找满足概率要求的最小传输轮次 m  
def find_minimum_m():  
    for m in range(1, K + 1):  
        if success_probability(m) >= P_min:  
            return m  
    return K # 如果 m 超过 K 分钟，就返回 K  
  
# 计算给定传输轮次下的最大分队数 N
```

```
def max_N_for_given_m(m):
    return K // m

# 主程序，寻找满足条件的最大 N

def find_maximum_N():
    min_m = find_minimum_m()
    max_N = max_N_for_given_m(min_m)
    return max_N, min_m

# 执行计算

max_N, min_m = find_maximum_N()
print(f"最大分队数 N: {max_N}, 所需的最小传输轮次 m: {min_m}")
```