

# 深度学习

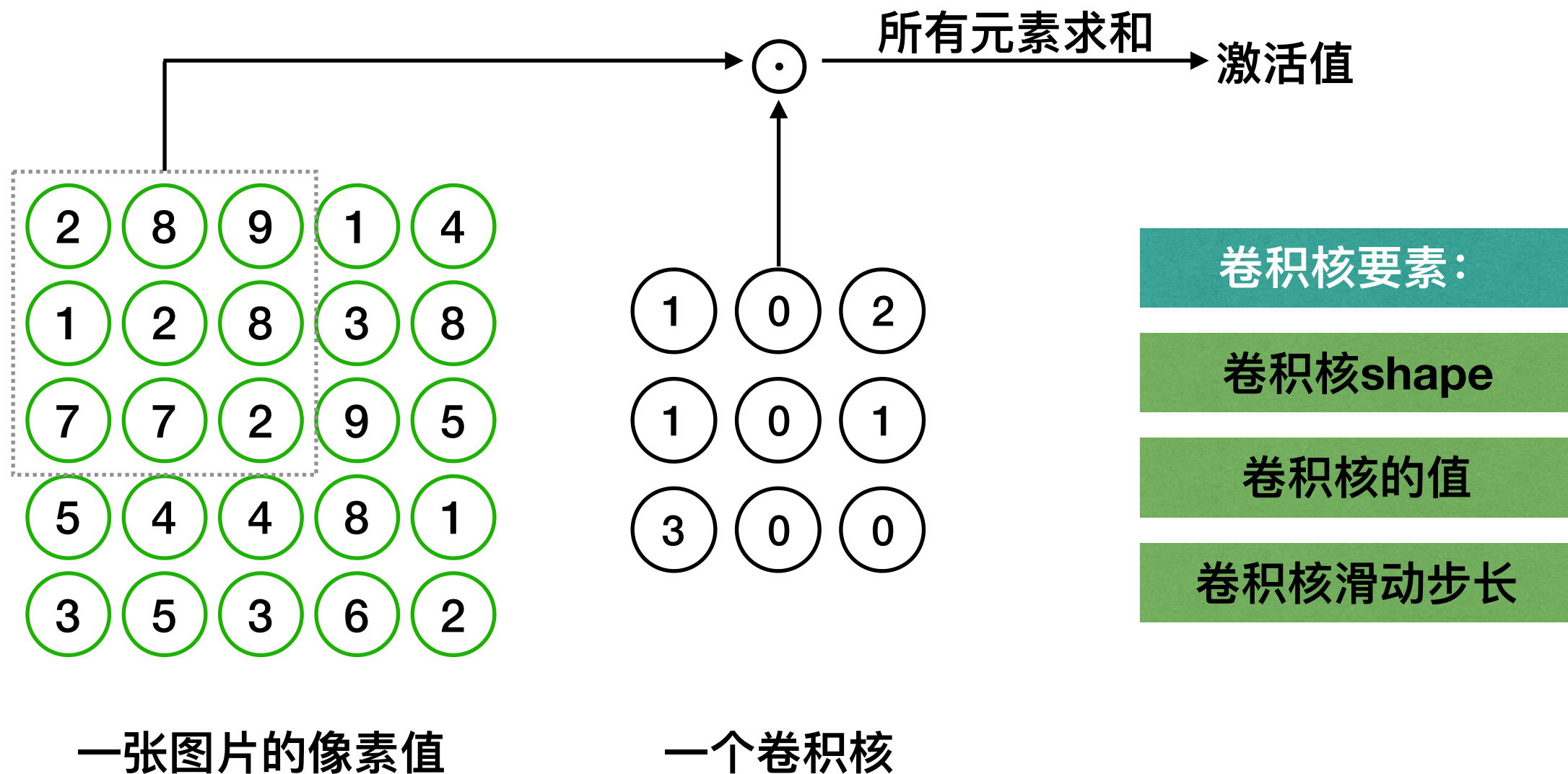
## 卷积神经网络 (2)

# 概览

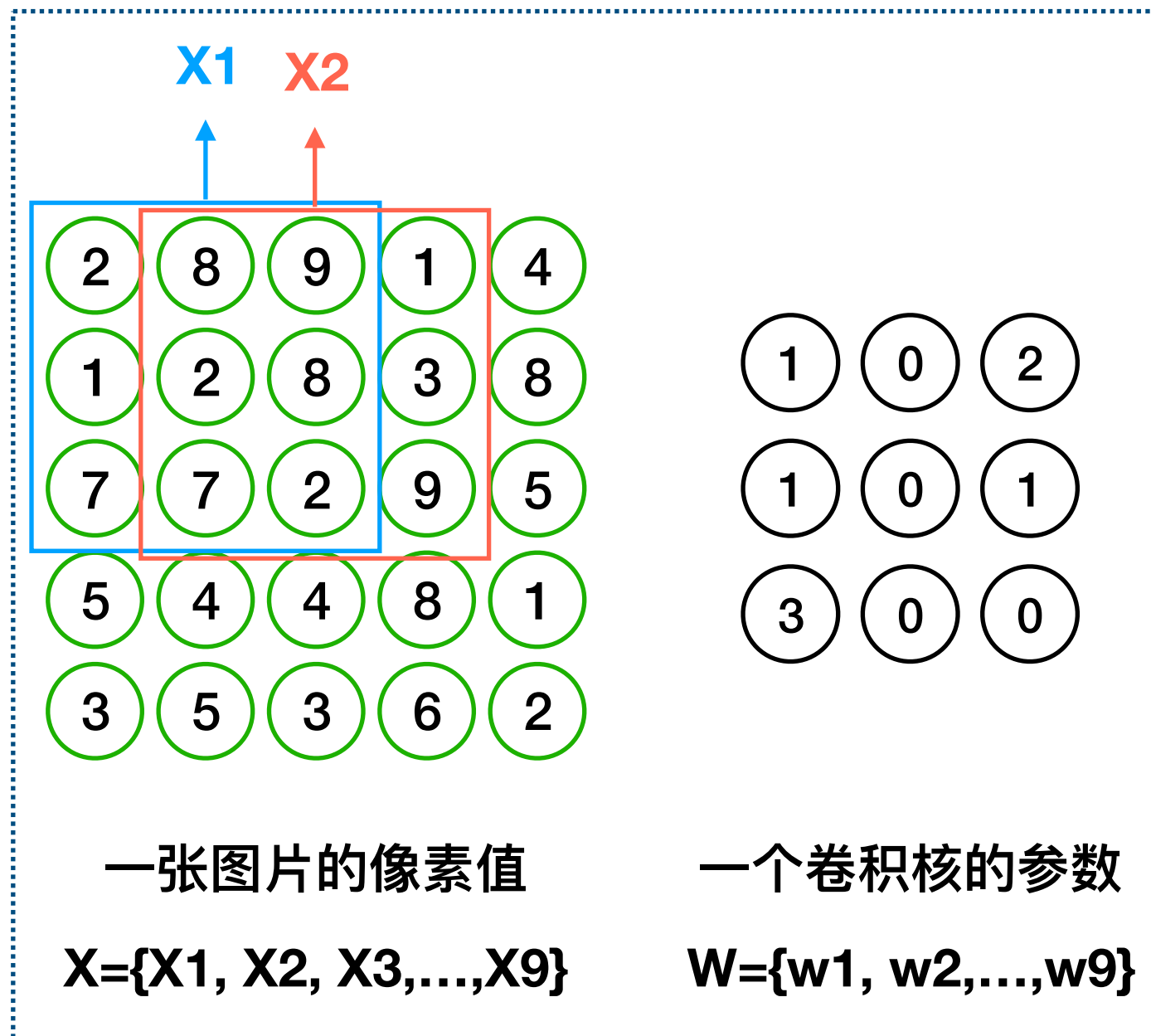
1. 卷积与池化的详细运算。
2. 对特征图卷积。
3. 多通道卷积。
  1. 多通道卷积
  2. 单通道与多通道卷积对比。
4. 卷积与池化的边界与步长。
  1. VALID边界处理。
  2. SAME边界处理。
  3. 示例
5. 其它

# 1. 卷积与池化的详细运算

# 卷积运算



# 卷积运算



此处我们规定 $a_n$ 为第 $n$ 个激活值

$$a_n = \text{sum}(X_n \odot W)$$

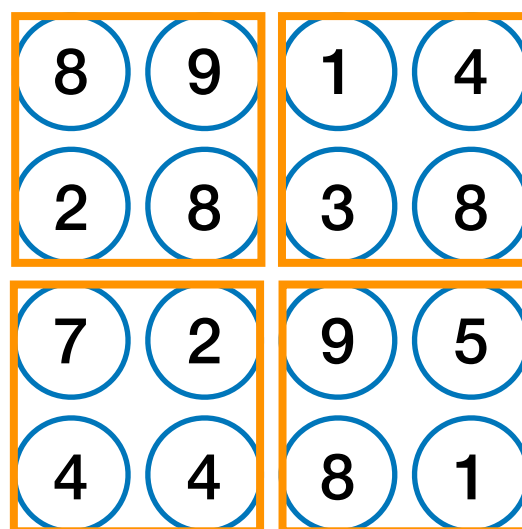
所以 $a$ 可以看做是卷积后得到的特征图。

通常是非线性激活函数

带激活函数的卷积

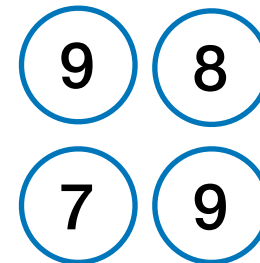
$$a_n = \text{activation\_function}(\text{sum}(X_n \odot W) + b_n)$$

# 池化运算



特征图

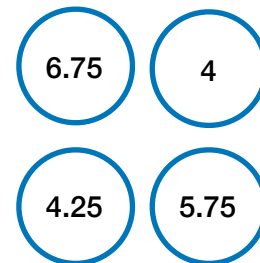
最大池化



池化后的特征图

$$a_n = \max(z_n)$$

平均池化



池化后的特征图

$$a_n = \text{avg}(z_n)$$

池化核要素:

池化核shape

滑动步长

池化方式

带激活函数的池化

$$a_n = \text{activation\_function}(\text{pooling}(z_n))$$

通常无激活函数或为线性激活函数

# 卷积核的大小与卷积运算量

图片大小	卷积核大小	特征图大小	计算量（乘法次数）	是否合理
28px*28px	3*3	26*26	6084	是
28px*28px	5*5	24*24	14400	是
28px*28px	14*14	15*15	44100	否
28px*28px	20*20	9*9	32400	否

## 2. 对特征图卷积



# 对特征图进行卷积

思考：对特征图卷积的意义是什么？

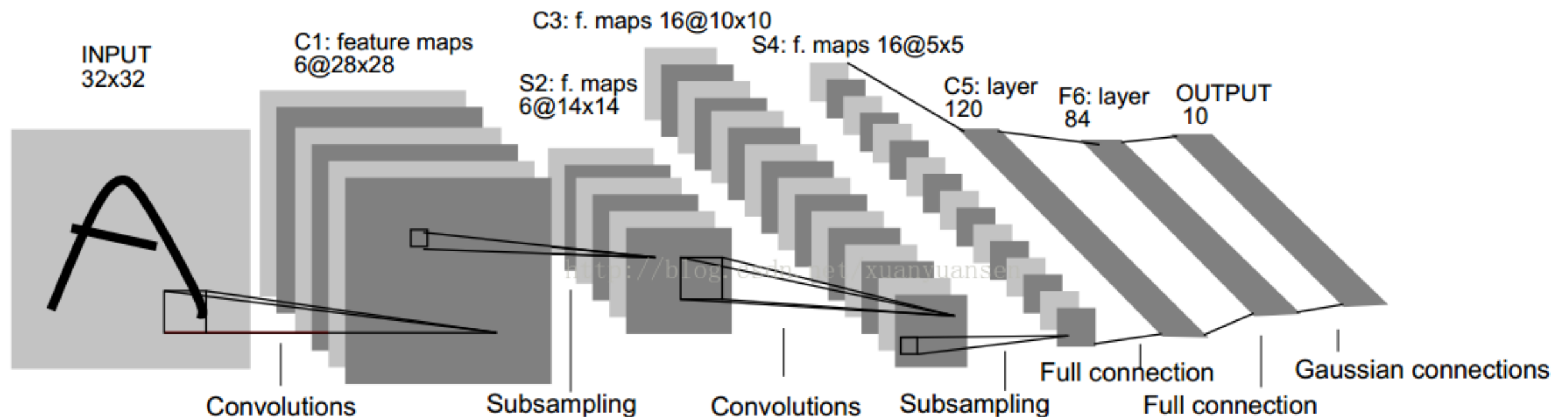
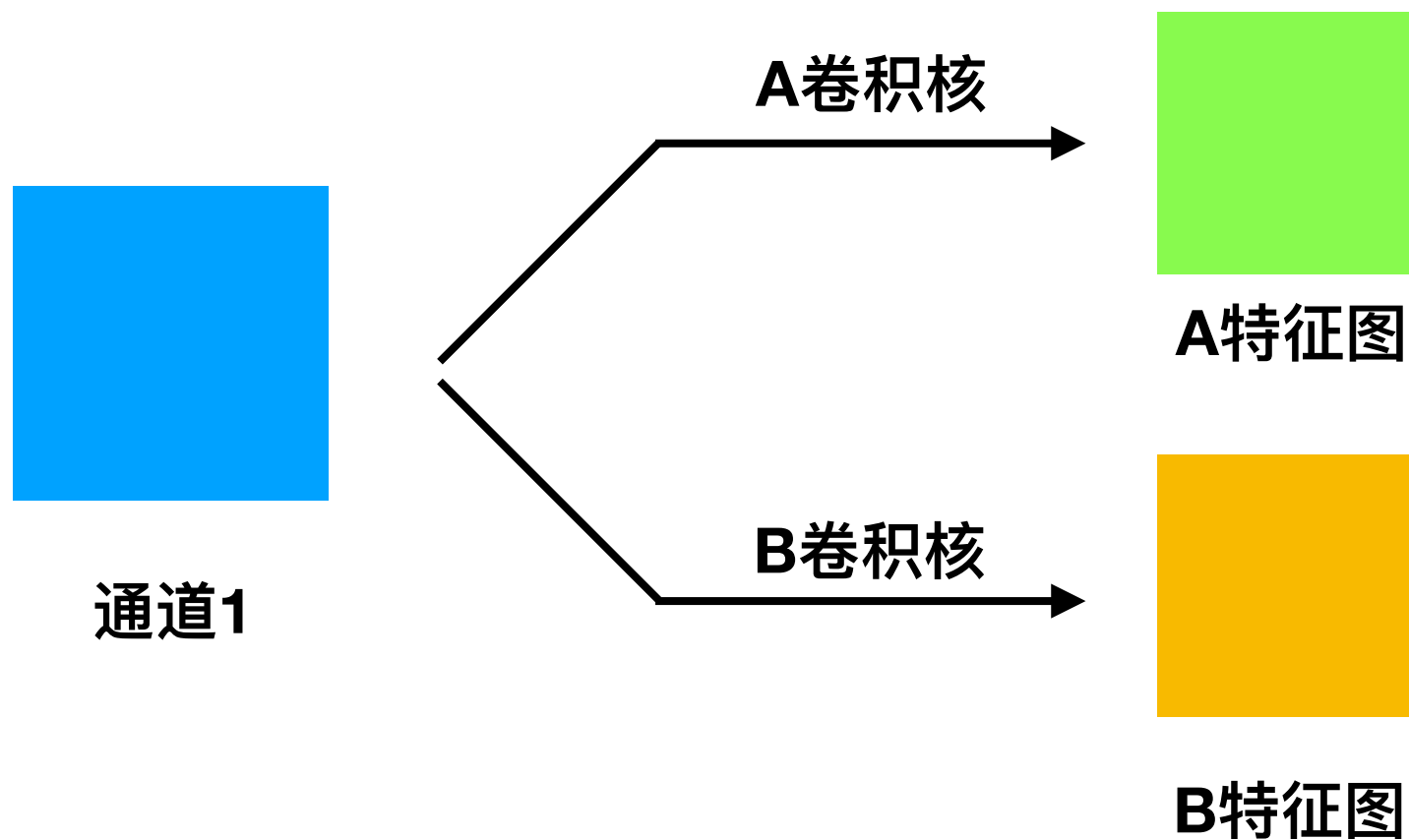


Fig. 2. Architecture of LeNet-5, a Convolutional Neural Network, here for digits recognition. Each plane is a feature map, i.e. a set of units whose weights are constrained to be identical.

特征提取：提取到了相对宏观的特征。

数据降维：多次卷积、池化使得数据的维度进一步降低。

# 对特征图进行卷积

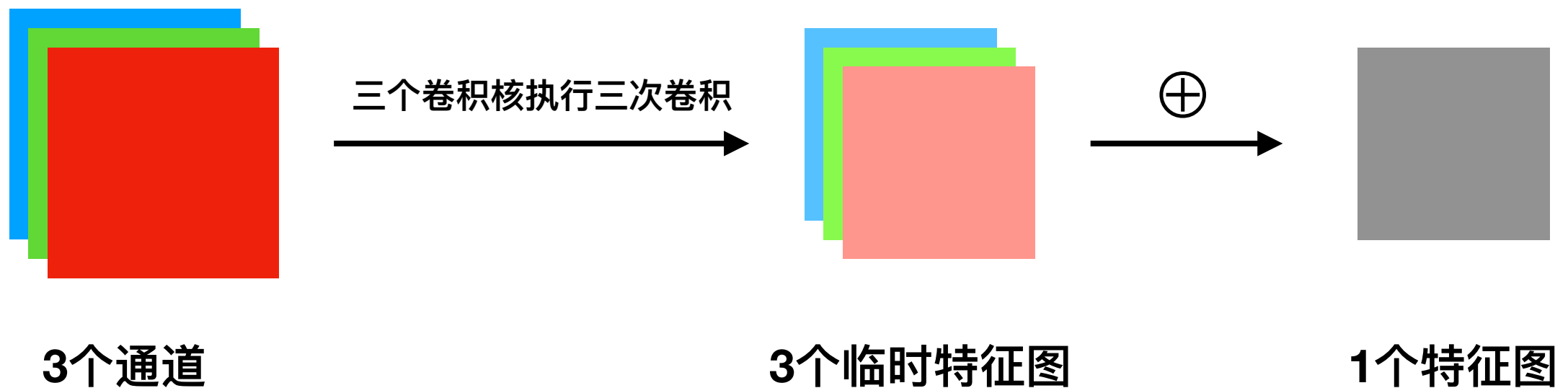


为了方便，我们将  
图片或者特征图统  
称为“通道”。

# 3. 多通道卷积

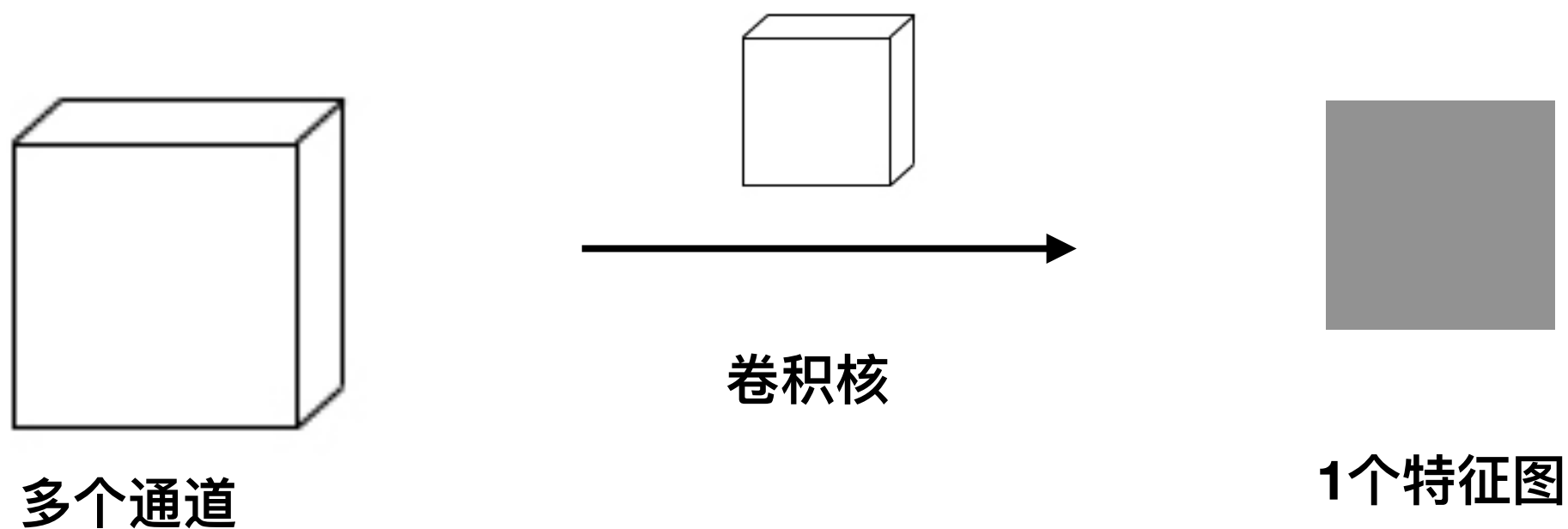
## 3.1 多通道卷积

# 多通道“单核”卷积

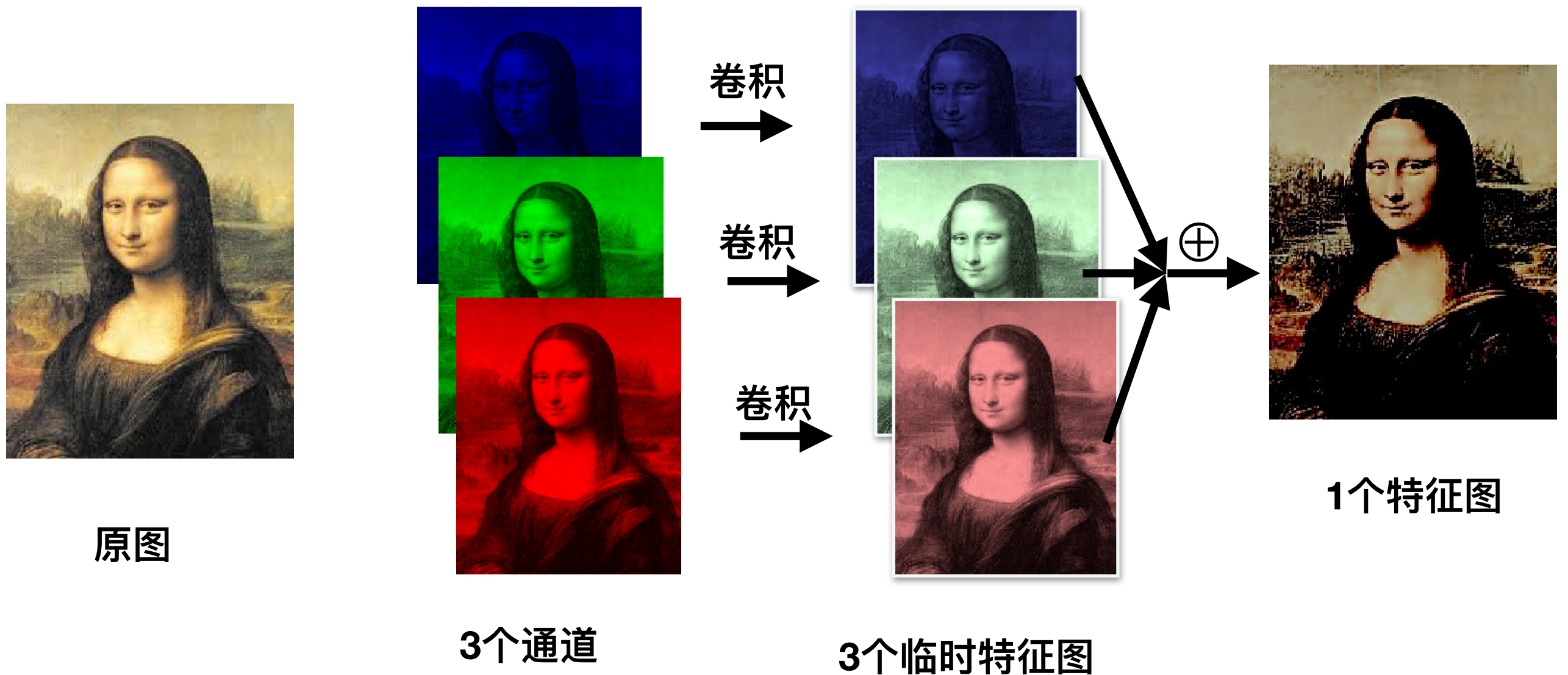


注意：此处多通道“单核”卷积指的是每个通道分配一个卷积核。

# 多通道“单核”卷积



# 多通道“单核”卷积示例



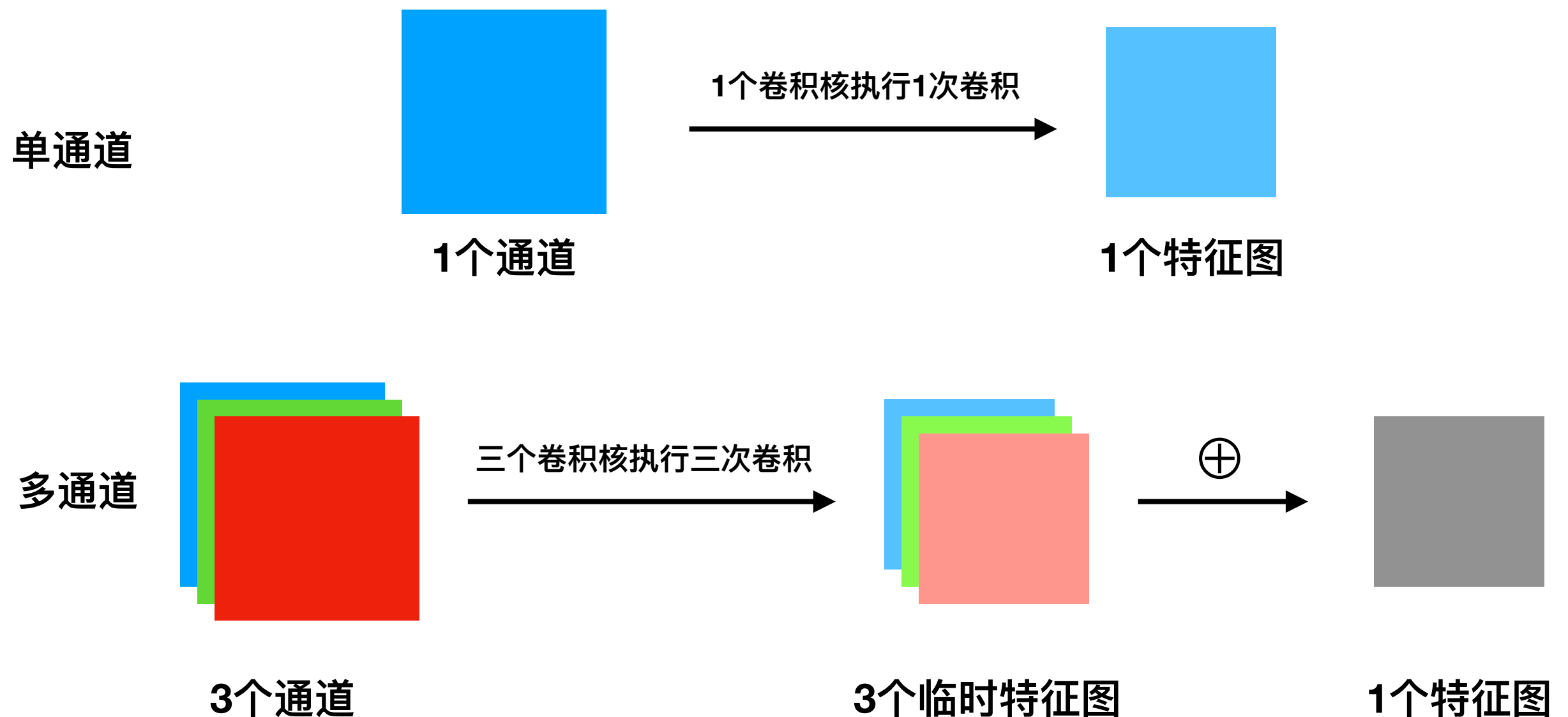
思考：

- 1) 多通道“单核”卷积中的卷积核数量与什么有关？
- 2) 每个卷积核形状否相同？
- 3) 每个卷积核值是否相同？

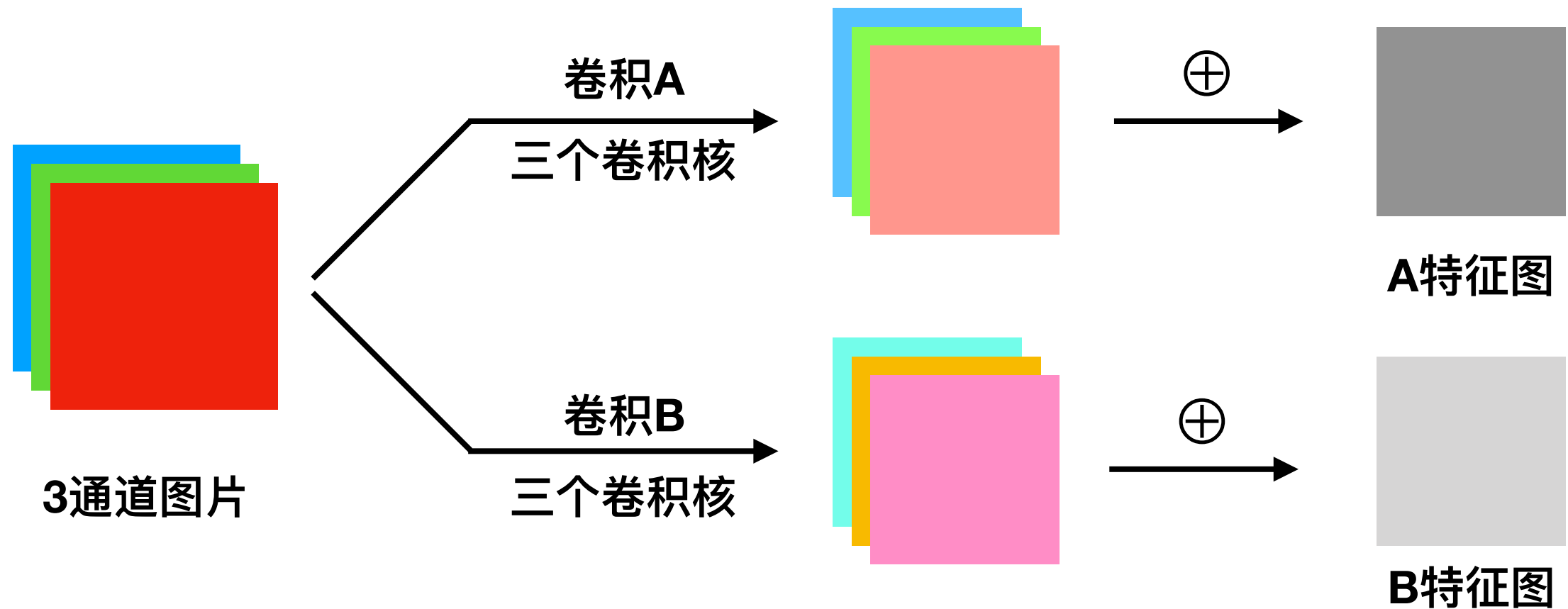


## 3.2 单通道与多通道卷积对比

# 单通道与多通道卷积对比



# 多通道“多核”卷积



# 小练习

假如有一张大小为12px\*12px大小的png图片，用2个3\*3大小的卷积核处理。

问题1：得到了几个特征图？

问题2：每个特征图的大小分别是多少？

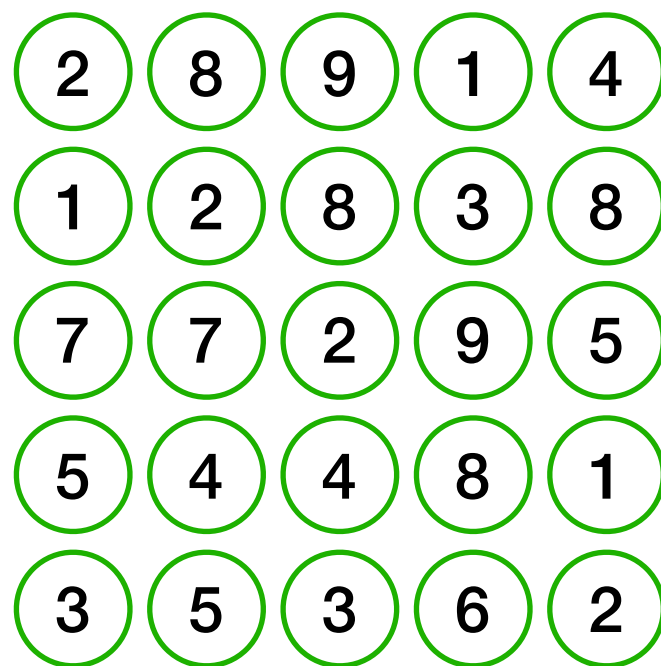
问题3：“每个卷积”对应多少个卷积核？

问题4：所有卷积核一共有多少个参数？

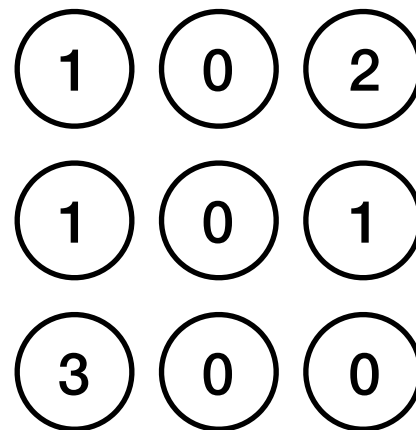
# 4. 边界与步长

# 卷积与池化的问题1

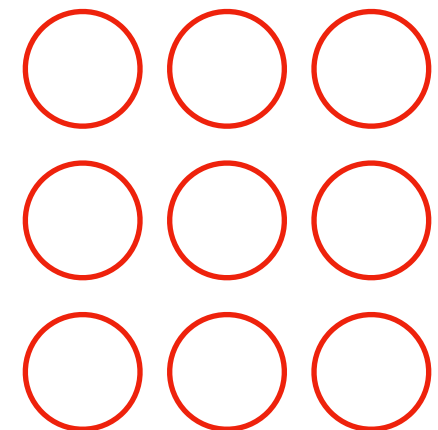
卷积中不同元素参与卷积计算的次数不同



1个通道



1个卷积核

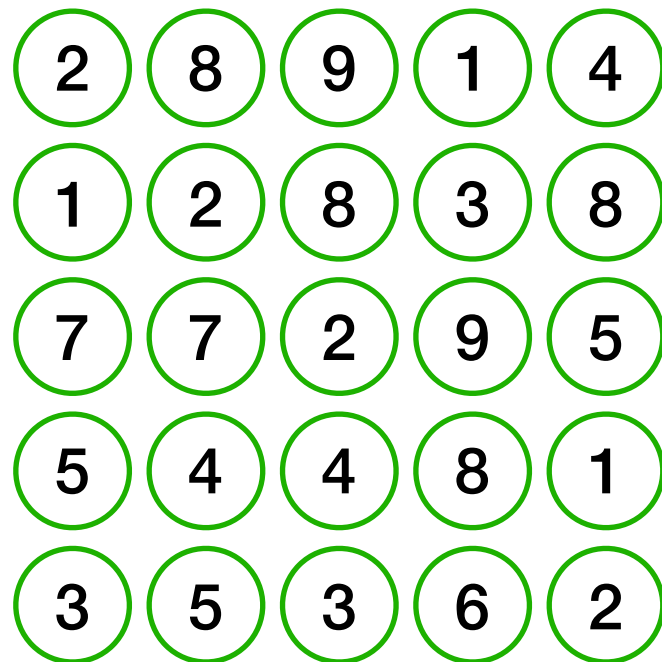


1个特征图

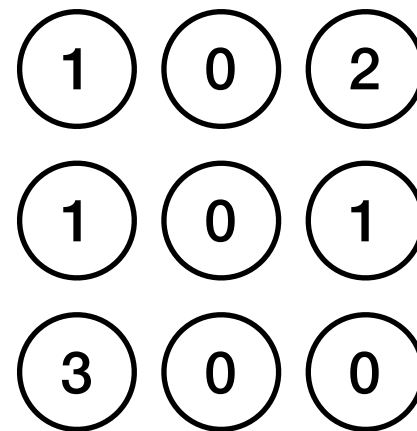
# 卷积与池化的问题2

卷积与池化的步长不同时，边界处如何计算？

下图卷积步长为3时，特征图是怎样的？



1个通道



1个卷积核

?

特征图

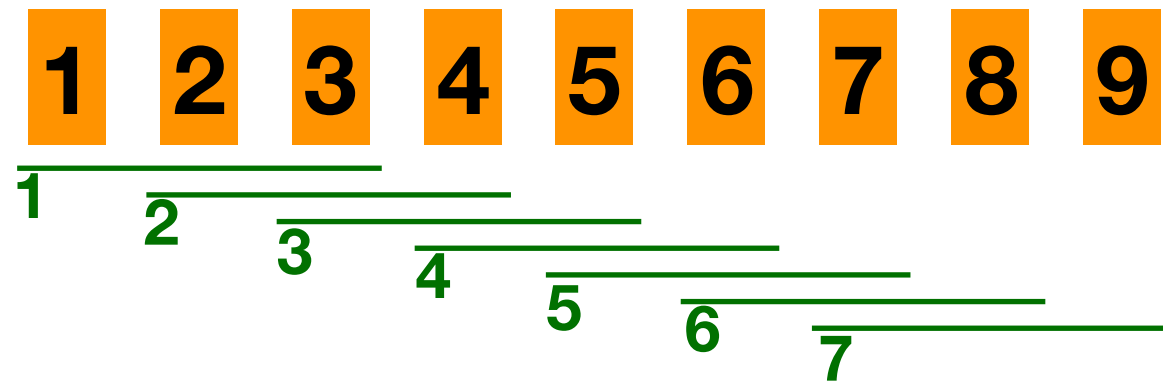
## 4.1 VALID边界



# VALID边界处理

padding="VALID"

width: 9  
kernel: 3  
strides: 1

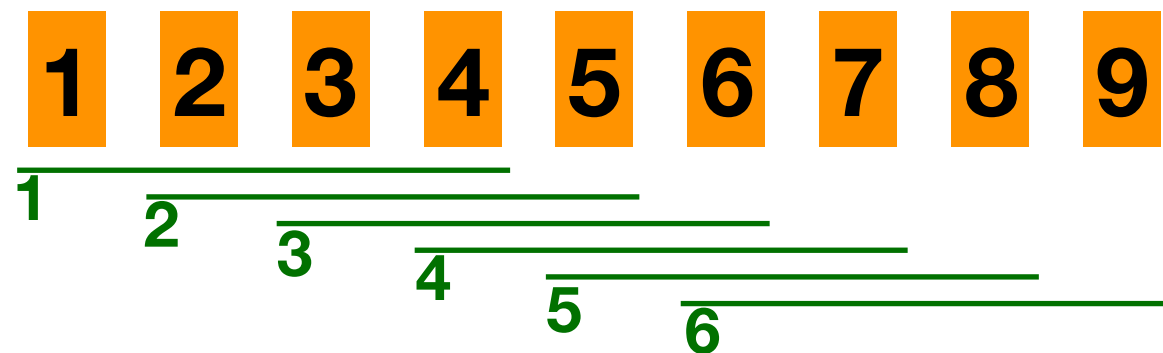


VALID: 只利用有效数据。

# VALID边界处理

padding="VALID"

width: 9  
kernel: 4  
strides: 1

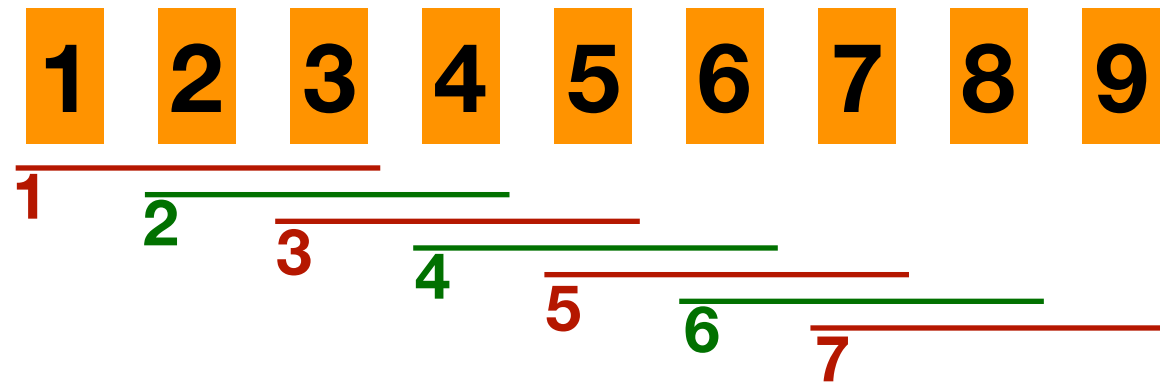


$$\text{out\_width} = \text{in\_width} - \text{kernel\_width} + 1$$

# VALID边界处理

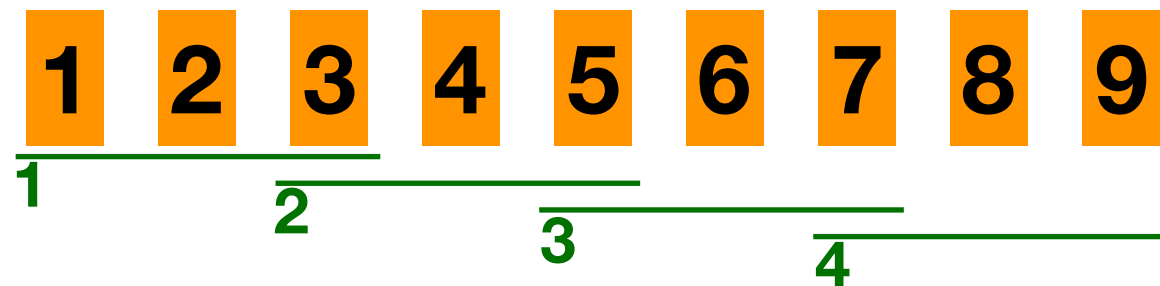
padding="VALID"

width: 9  
kernel: 3  
strides: 1



padding="VALID"

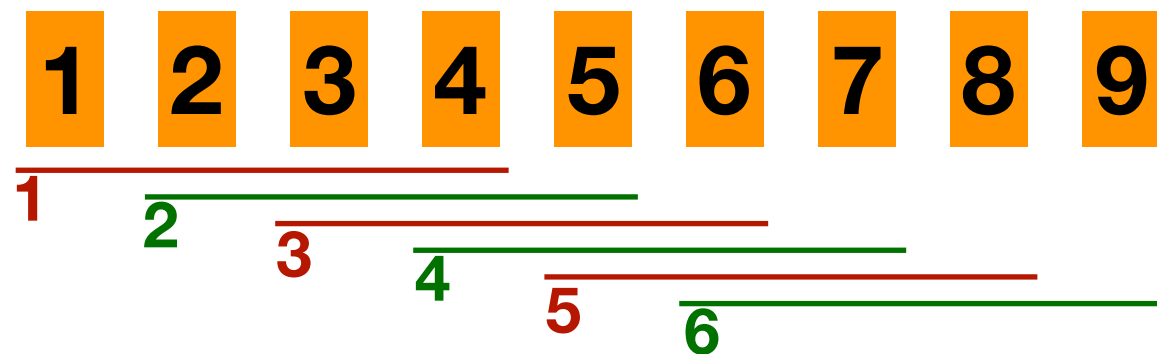
width: 9  
kernel: 3  
strides: 2



# VALID边界处理

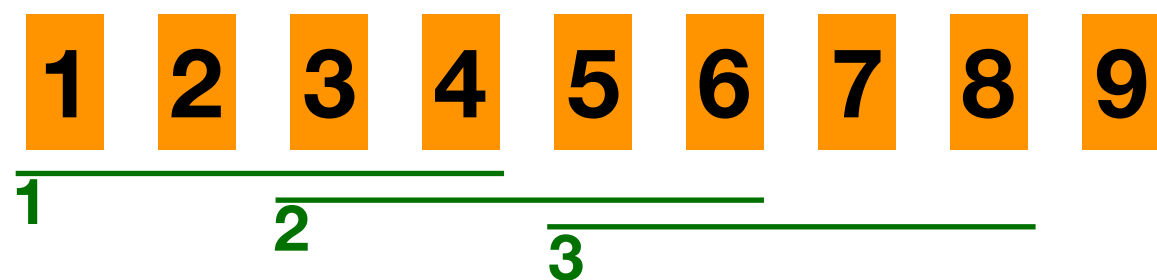
padding="VALID"

width: 9  
kernel: 4  
strides: 1



padding="VALID"

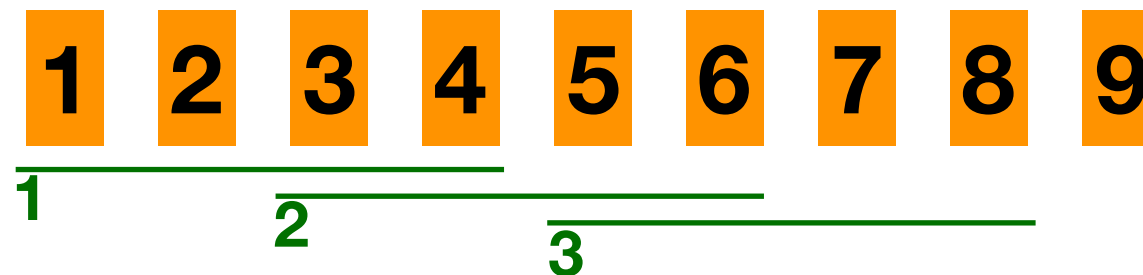
width: 9  
kernel: 4  
strides: 2



# VALID边界处理

padding="VALID"

width: 9  
kernel: 4  
strides: 2



大于1的步长的输出相当于对等于1的步长的输出做了一个平均采样

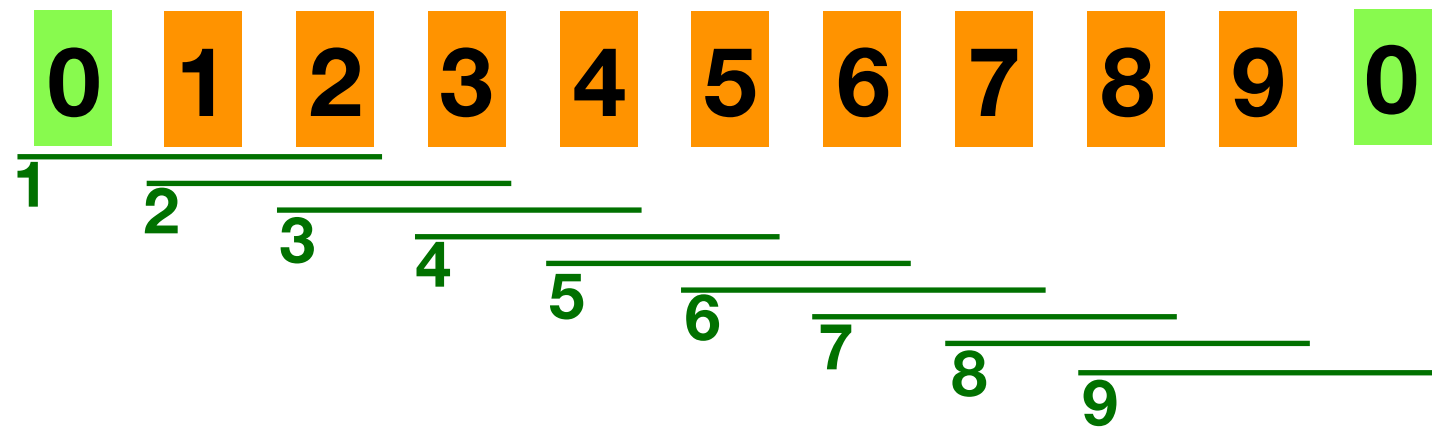
$$\text{out\_width} = \text{ceil}(\text{float}(\text{in\_width} - \text{kernel\_width} + 1) / \text{float}(\text{strides}))$$

## 4.2 SAME边界

# SAME边界处理

padding="SAME"

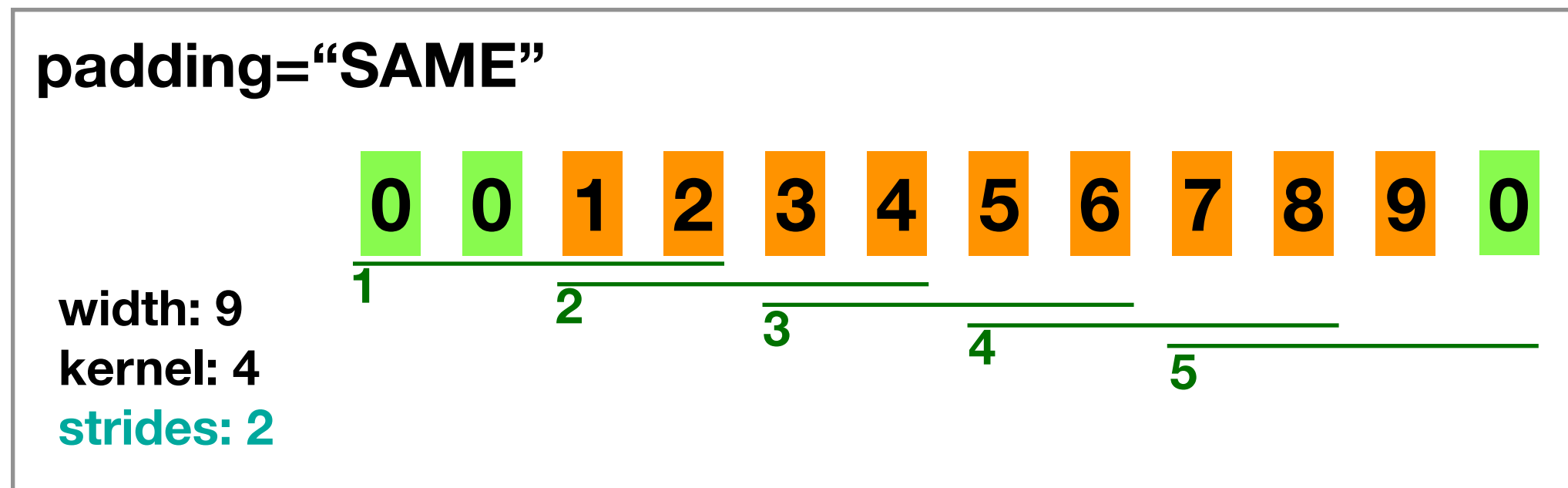
width: 9  
kernel: 3  
strides: 1



SAME: 通常需要边界填充。

规定:  $\text{out\_width} = \text{ceil}(\text{float}(\text{in\_width}) / \text{float}(\text{strides}))$

# SAME边界处理



规定:  $\text{out\_width} = \text{ceil}(\text{float}(\text{in\_width}) / \text{float}(\text{strides}))$

pad: ?



# SAME边界处理

输入边界与输出边界的大小关系

$$\text{out\_width} = \text{ceil}(\text{float}(\text{in\_width}) / \text{float}(\text{strides}))$$

输入边界与输出边界的变换关系

$$\text{out\_width} = \text{ceil}(\text{float}(\text{in\_width} + \text{pad} - \text{kernel\_width} + 1) / \text{float}(\text{strides}))$$

# SAME边界处理

`out_width = ceil( float( in_width + pad - kernel_width + 1 ) / float( strides ) )`

↓                      ↓                      ↓                      ↓                      ↓

**o**                      **i**                      **p**                      **k**                      **s**

$$o = \left\lceil \frac{i + p - k + 1}{s} \right\rceil \quad p?$$

# SAME边界处理

$$o = \left\lceil \frac{i + p - k + 1}{s} \right\rceil$$

$$o - 1 < \frac{i + p - k + 1}{s} \leq o$$

$$s(o - 1) - i + k - 1 < p \leq so - i + k - 1$$

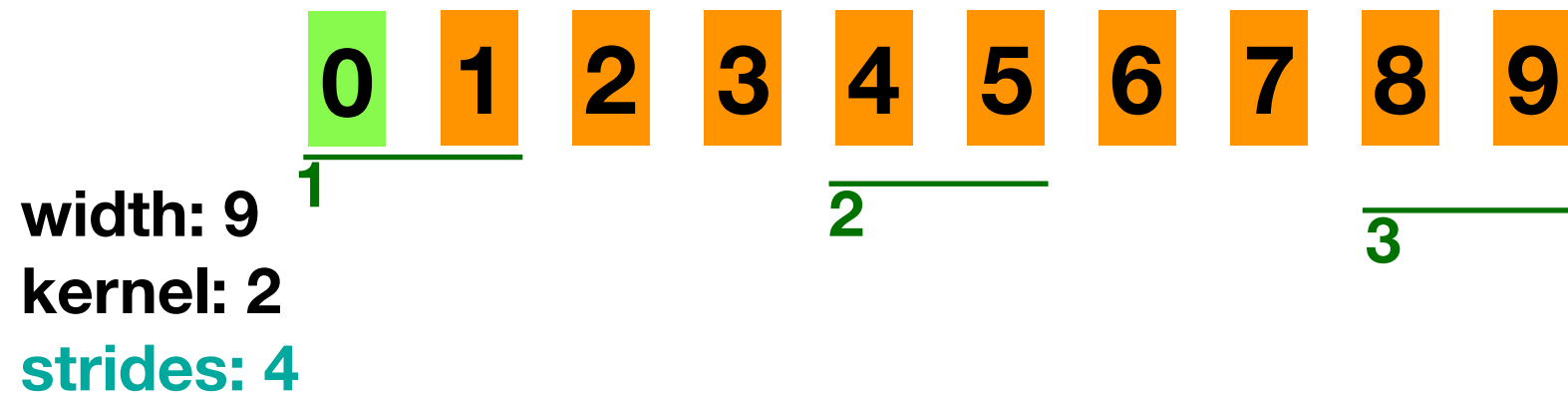
p的取值是一个范围，即在这个范围内填充均可。 使用不同的p填充的意义是什么？

# SAME边界处理

$$s(o-1)-i+k-1 < p \leq so-i+k-1$$

i=9, k=2, s=4, 则o=3, p=1, 2, 3, 4 当p=1时:

padding="SAME"

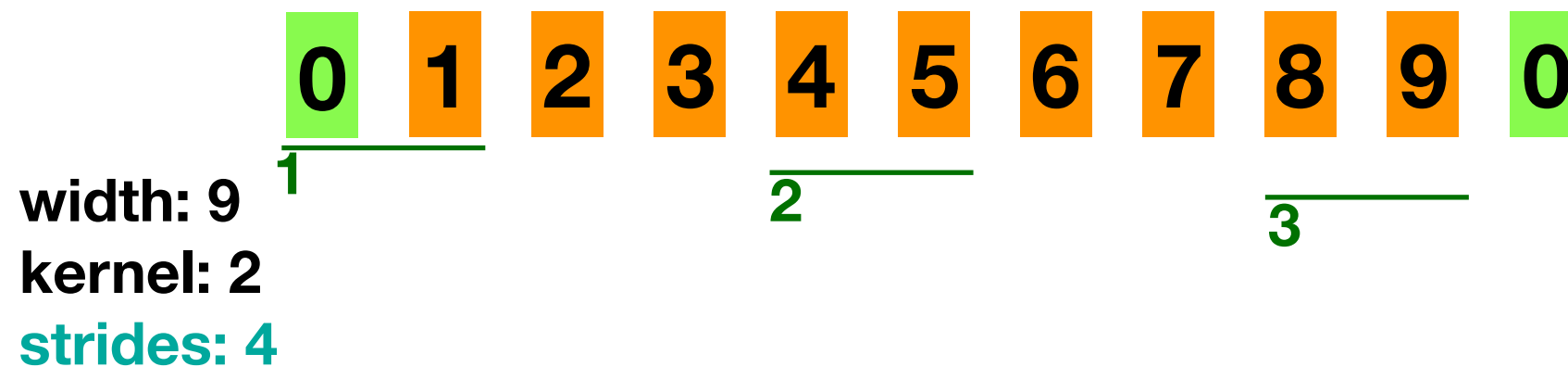


# SAME边界处理

$$s(o-1)-i+k-1 < p \leq so-i+k-1$$

i=9, k=2, s=4, 则o=3, p=1, 2, 3, 4 当p=2时:

padding="SAME"

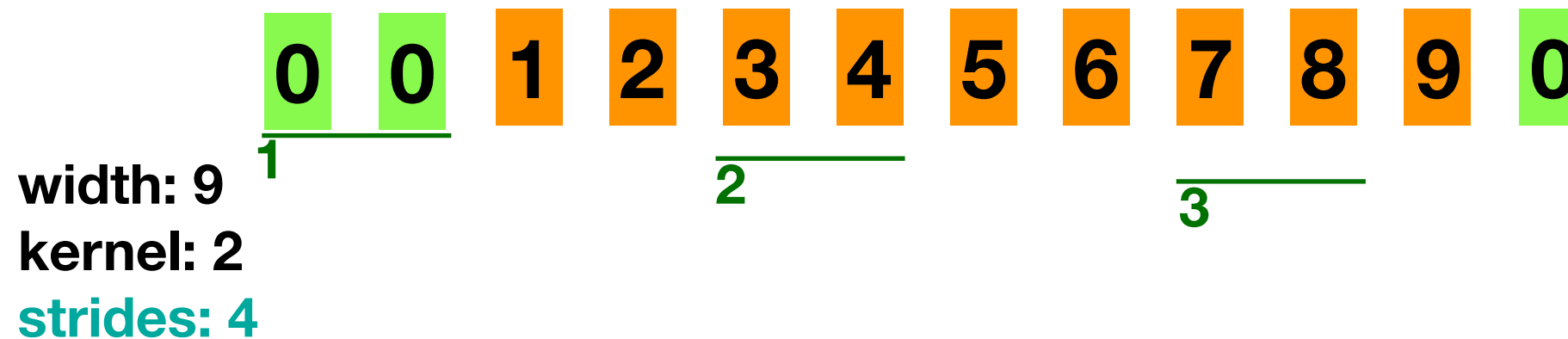


# SAME边界处理

$$s(o-1)-i+k-1 < p \leq so-i+k-1$$

i=9, k=2, s=4, 则o=3, p=1, 2, 3, 4 当p=3时:

padding="SAME"

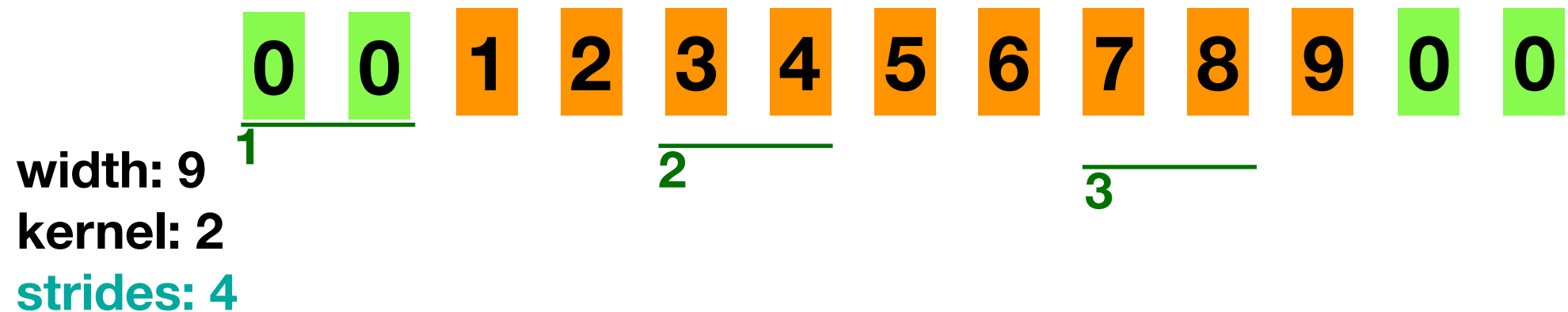


# SAME边界处理

$$s(o-1)-i+k-1 < p \leq so-i+k-1$$

i=9, k=2, s=4, 则o=3, p=1, 2, 3, 4 当p=4时:

padding="SAME"



思考：  $p$ 可能是负数吗？



# SAME边界处理

$$s(o-1)-i+k-1 < p \leq so-i+k-1$$

$$p_{\min} = s(o-1)-i+k$$

# SAME边界处理

$$s(o-1) - i + k - 1 < p \leq so - i + k - 1$$

简化  $p_{\min} = s(o-1) - i + k$

$$\text{if}(i \bmod s = 0) : p = \max(k - s, 0)$$

$$\text{if}(i \bmod s \neq 0) : p = \max(k - (i \bmod s), 0)$$

# SAME边界处理

$if(i \bmod s = 0) : p = \max(k - s, 0)$

$if(i \bmod s \neq 0) : p = \max(k - (i \bmod s), 0)$

思考：已知P的大小，填充的0可以放置在哪个位置合适？

# SAME边界处理

width: 9

kernel: 5

strides: 4      已知pad=4

填充法一

NO

padding="SAME"



# SAME边界处理

width: 9

kernel: 5

strides: 4      已知pad=4

填充法二

NO

padding="SAME"



# SAME边界处理

width: 9

kernel: 5

strides: 4      已知pad=4

填充法三      YES

padding="SAME"



# SAME边界处理

常用填充方法：

$$top\_pad = height\_pad // 2$$

$$bottom\_pad = height\_pad - top\_pad$$

$$left\_pad = width\_pad // 2$$

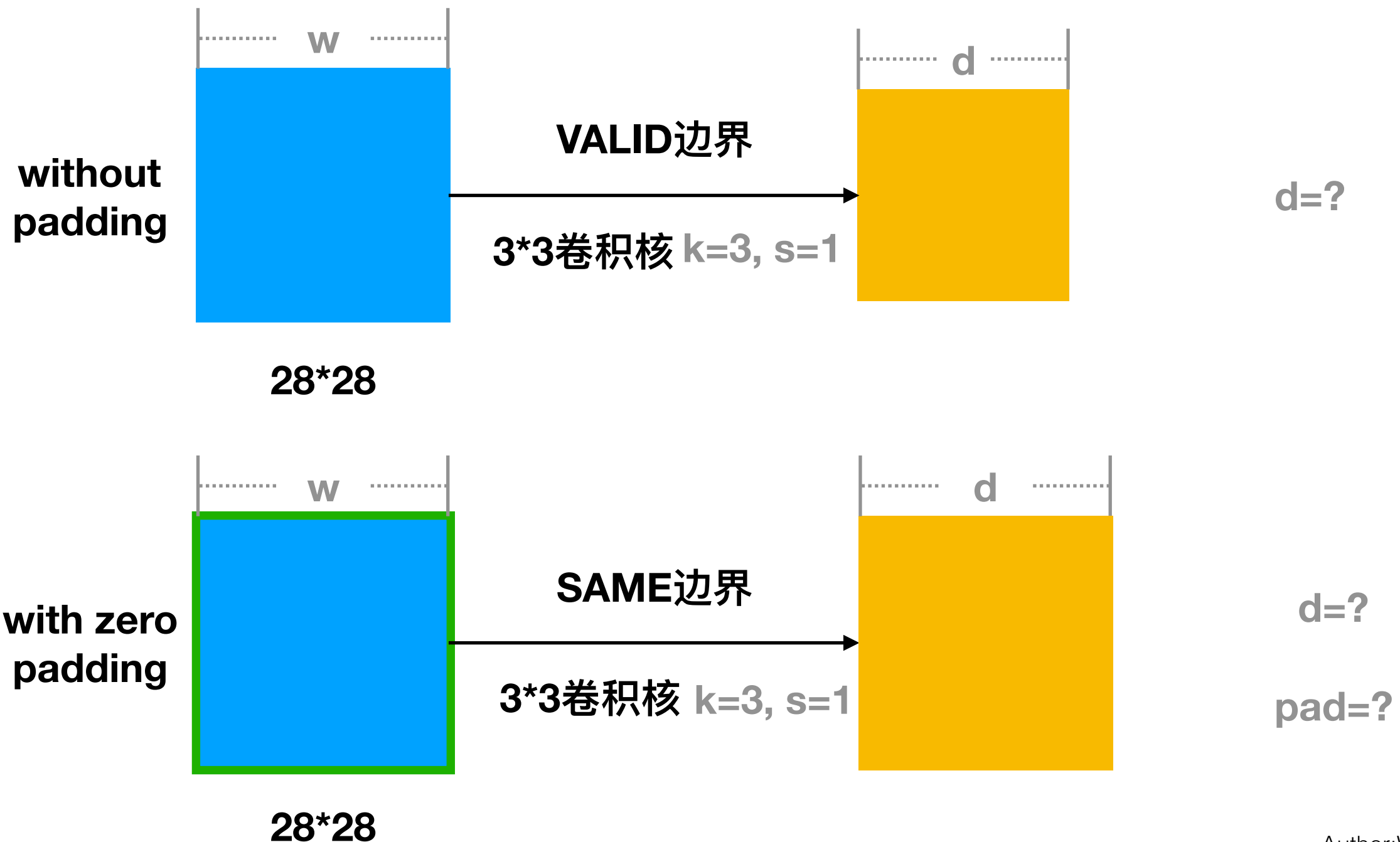
$$right\_pad = width\_pad - left\_pad$$

即：左奇右偶，上奇下偶。

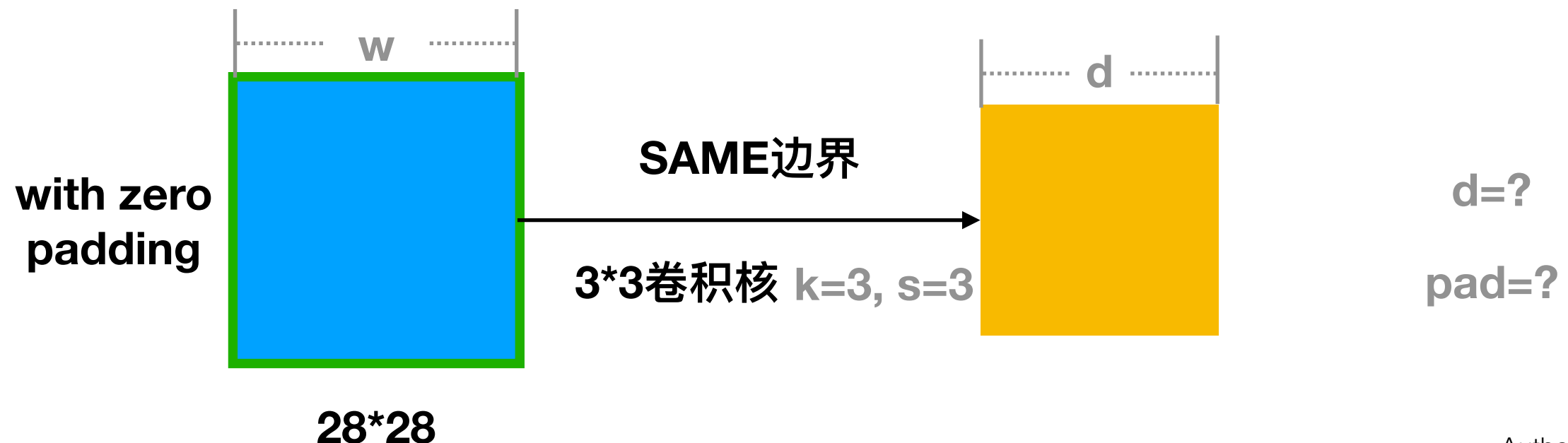
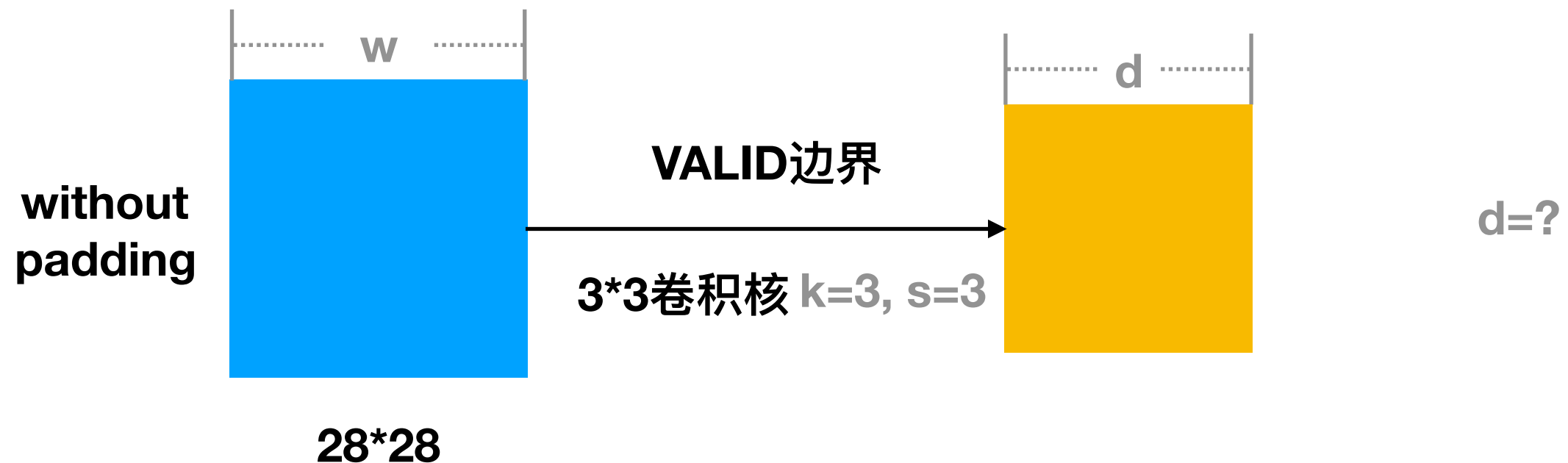
## 4.3 示例



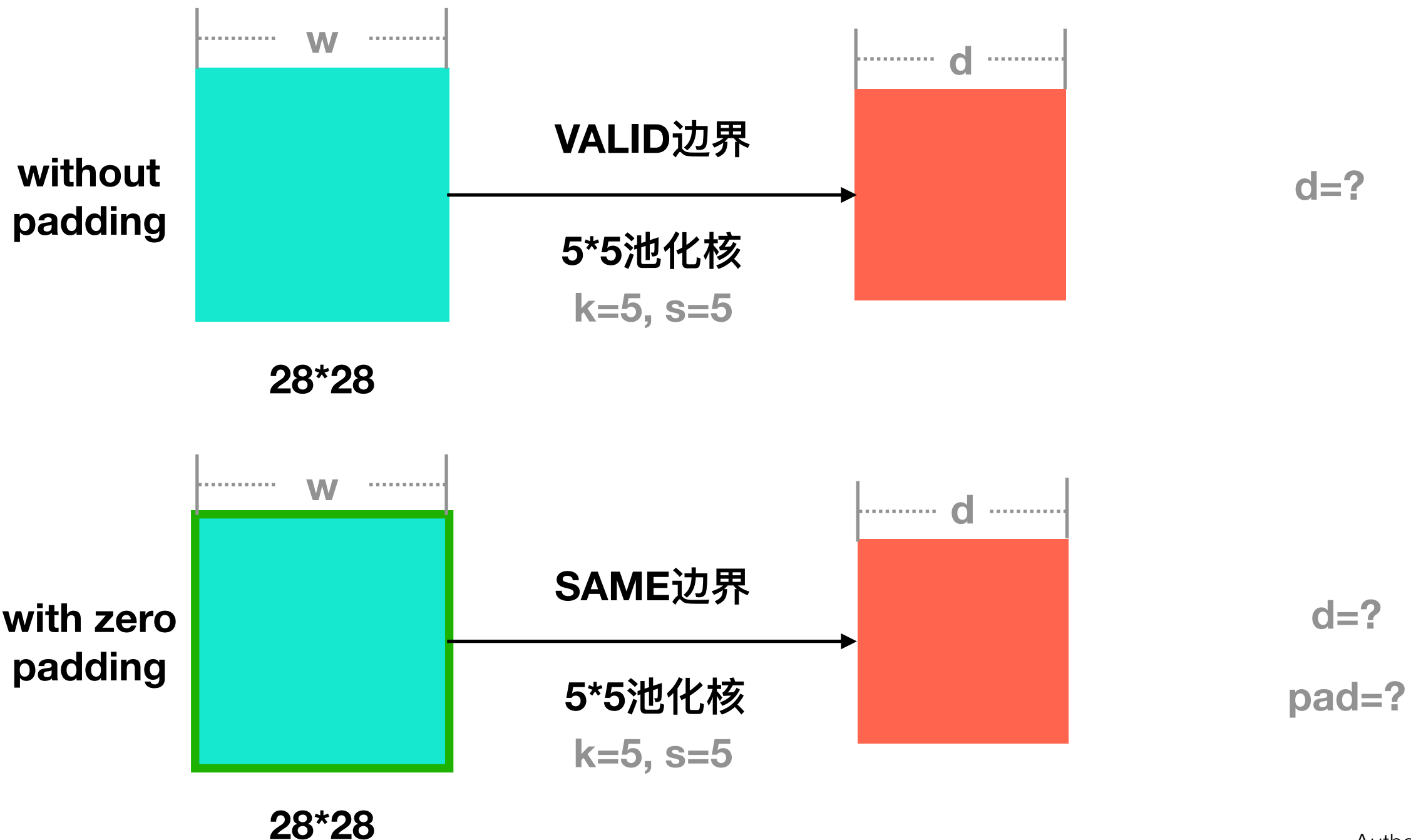
# 卷积边界处理示例



# 卷积边界处理示例



# 池化常用边界处理



# 边界处理

**思考：SAME边界，除了填充0还能填充什么？**

# 小练习

已知单通道的某图片大小为13\*15，现使用6\*4大小的卷积核以5\*7的步长进行卷积，请问：

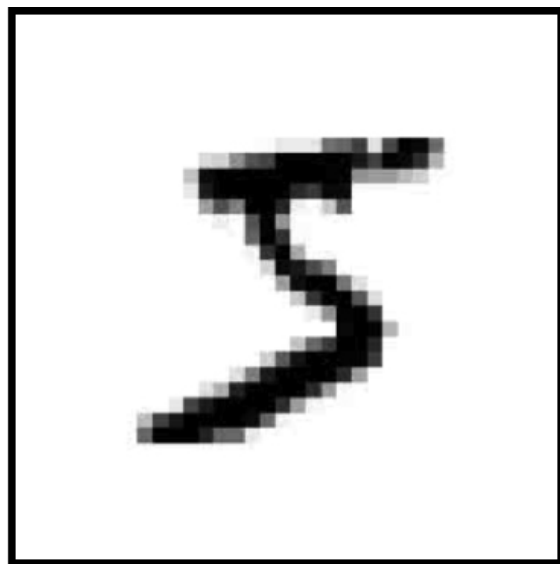
问题1：使用VALID的边界处理方式，feature map大小是多少？

问题2：如果SAME的边界处理方式，feature map大小是多少？补0的长度是多少？

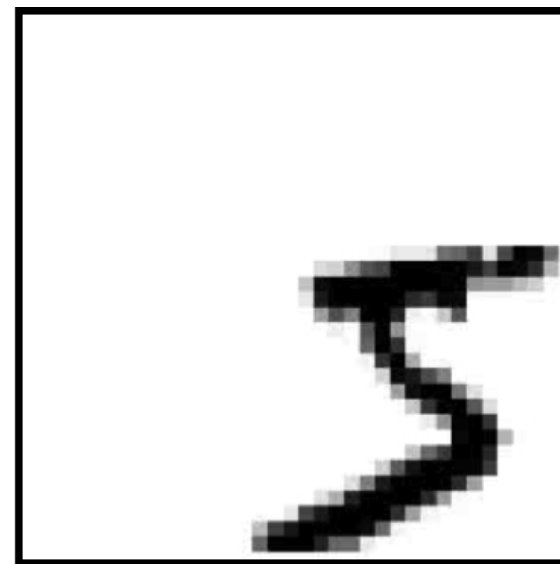
	边长	ksize	strides	VALID	SAME	SAME pad
width	13	6	5	2	3	3
height	15	4	7	2	3	3

## 5. 其它

# 平移不变性



训练时使用的图片



预测时使用的图片

卷积与池化均拥有平移不变性，即更能适应图片的特征位置变化。

# 平移不变性

**卷积：**卷积得到的map是微观特征的激活值，所以特征位置改变时，对应位置的最激活值位置也改变了，但特征之间的相对位置具有一定的不变性。而更深层的网络学习到的是微观特征的组合方式，只要特征的组合方式没有变化，CNN就能识别。

**池化：**池化操作会在一定范围内检测特征。以最大池化为例，特征位置改变了，但在池化滑动窗的范围内，最大值没有变。



# 思考：存在 $1*1$ 卷积核吗？如果存在，卷积的结果是什么？有什么意义？

$1*1$ 卷积核是存在的，如果1个特征图通过 $1*1$ 卷积得到了一个新的特征图，则两个特征图的关系是线性的（卷积激活函数是线性的情况下），这时候 $1*1$ 卷积意义不大。但如果有多通道的特征图通过 $1*1$ 卷积可以实现通道维度的改变，同时也实现了多个通道信息的汇聚。

# 小结

- 卷积运算的过程与意义。
- 多核卷积可以得到多个特征图，其数量与核数量相同。
- 多通道多核卷积中的卷积方式。
- 卷积核通常设置比较小，这样运算量比较小，且容易提取到局部特征。
- 卷积与池化常用边界处理包括VALID与SAME两种。VALID可能丢弃一部分信息，SAME通常使用0填充边界。

# THANKS