Parcial 1

28 de febrero de 2020

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **110 minutos: de 13:05 a 14:55**.
- No se permite la comunicación con otros alumnos.
- No se permite el uso de libros o apuntes, calculadoras o cualquier medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- Se permitirá hacer preguntas sobre el enunciado al profesor, en voz alta, hasta las 13:20 únicamente.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.

Ejercicio 1 [1 punto]

Sea S es el conjunto de las matrices reales de la forma $\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ -b & a \end{smallmatrix}\right)$, y R son todas las matrices 2×2 con coeficientes reales. Demuestre que S es un subanillo de R o justifique lo contrario.

Ejercicio 2 [1 punto]

Sea $I \subset \mathbb{Z}[i]$ un ideal distinto del ideal cero (0). Demuestre que I contiene un entero distinto de 0.

Ejercicio 3 [2 puntos]

1. Demuestre que $\mathbb{Z}_{10}$ es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5$;

2. Demuestre que $\mathbb{Z}_8$ **no** es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$.

Ejercicio 4 [1 punto]

Consideramos el anillo cociente $\mathbb{Z}[i]/(2+i)$, donde $(2+i) = \{(a+bi)(2+1), a, b \in \mathbb{Z}\}$ es el ideal generado por el elemento $2+i$.

1. Demuestre que, en el cociente, $5 = 0$.

2. Demuestre que $\mathbb{Z}[i]/(2+i)$ es isomorfo a $\mathbb{Z}_5$.