



### Taller Nash #4

1. Sea  $R$  un relación en  $\emptyset$ . Demuestre que  $R$  es reflexiva, irreflexiva, simétrica, antisimétrica y transitiva.
2. Sean  $m, n \in \mathbb{Z}$  y  $R$  la relación en  $\mathbb{Z}$  definida por

$$nRm \text{ sii } |n - m| \leq 2$$

Encuentre cuáles de las cinco propiedades cumple  $R$ . Demuestre las propiedades que cumple y refute, mediante un contraejemplo, las propiedades que no cumple.

3. Sean  $R$  y  $S$  son relaciones de equivalencia en un conjunto  $A$ .
  - a. Demuestre que  $R \cap S$  también es una relación de equivalencia.
  - b. ¿Es  $R \cup S$  una relación de equivalencia?
4. Demuestre por contrarrecíproca las siguientes proposiciones:
  - a. Sea  $x \in \mathbb{R}$ . Si  $x > 0$  entonces  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ .
  - b. Sea  $n \in \mathbb{Z}$ . Si  $n^3$  es par entonces  $n$  es par.
  - c. Sean  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Si  $mn$  es impar entonces  $m$  y  $n$  son impares.
5. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Demuestre que  $A \subseteq B$  sii  $A - B = \emptyset$ .