Taller Preparcial #3

1. Sean A, B y C conjuntos. Demuestre o refute: $A \times (B \triangle C) = (A \times B) \triangle (A \times C)$.
2. Sean A y B. Demuestre o refute: $A \cap B = \varnothing$ si y sólo si $A \cup B = A \triangle B$.
3. Sean A_1, A_2 y A_3 conjuntos. Demuestre que:
$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = \sum_{i=1}^{3} |A_i| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|.$$
4. Sean A, B y C conjuntos. Demuestre o refute: Si $A \cap B \subseteq C$ entonces
$$|A| + |B| \leq |A \cup B| + |C|.$$
5. Demuestre las leyes de De Morgan[1]:
$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C), \qquad A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C),$$
donde A, B y C son conjuntos.
6. Demuestre que si A, B y C son conjuntos entonces
$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C).$$
7. Demuestre o refute: si A y B son conjuntos, $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$.
8. Encuentre cuatro conjuntos A_1, A_2, A_3, A_4, disyuntos dos a dos (y no vacíos), tales que $A_i \subseteq \mathbb{Z}$, para $i = 1, \ldots, 4$ y
$$\bigcup_{i=1}^{4} A_1 = \mathbb{Z}.$$
[*Sugerencia: trate de dividir pares e impares en dos conjuntos cada uno.*]

[1] Acuerdése que $A \setminus B$, como $A - B$, indica la diferencia entre el conjunto A y el conjunto B.