**SUPERFICIES DE RIEMANN**

**Código:**

**Créditos:** 4

**Tipología:** Disciplinar

**Validable:** No

**Intensidad:** 4 horas de clase y 8 horas de trabajo extra clase

**Prerrequisitos:** (2015158) Topología General, (2015159) Variable Compleja

**Descripción**

Las superficies de Riemann son un objeto fundamental en las matemáticas moderna. Su estudio está en el cruce entre geometría compleja, geometría algebraica, análisis complejo, geometría hiperbólica, topología algebraica y diferencial y fisíca matemática. Por lo tanto, estudiar las superficies de Riemann permite entender la unidad de las matemáticas, las implicaciones que una técnica de un área tiene en otra y como una visión global se puede utilizar para resolver problemas difíciles. La capacidad de enfrentar un problema desde diferentes perspectivas, con herramientas provenientes de distintas áreas, contribuye a la creación de profesionales matemáticos de gran talante y es de suma importancia en el mundo laboral. La investigación en esta área es muy activa y forma una comunidad internacional y muy diversa.

**Objetivos**

* Analizar ejemplos elementales de superficies de Riemann.
* Calcular el género de ejemplos básicos de superficies de Riemann.
* Construir funciones y diferenciales meromorfos en ejemplos clásicos de superficies de Riemann
* Calcular el divisor de un 1-forma diferencial en un superficie de Riemann
* Utilizar la fórmula de Riemann-Roch
* Explicar resultados fundamentales de las superficies de Riemann

**Metodología**

Clases magistrales, con explicaciones, ejemplos y ejercicios propuestos. Participación activa de los estudiantes en el desarrollo de la clase. Se dejarán ejercicios que los estudiantes deben realizar fuera de clase para generar luego discusiones en torno a los temas estudiados.

**Contenido**

1. **Definiciones de bases**
   1. Definición de superficie de Riemann.
   2. Primeros ejemplos.
   3. Curvas proyectivas.
2. **Funciones y aplicaciones**
   1. Funciones en una superficie de Riemann.
   2. Funciones meromorfas.
   3. Aplicaciones holomorfas entre superficies de Riemann.
   4. Propiedades globales de superficies de Riemann.
3. **Más ejemplos de superficies de Riemann**
   1. Cónicas y superficies hiperelipticas.
   2. Curvas planas, nudos y género.
   3. Acciones de grupos, teorema de Hurwitz.
   4. Monodromía.
   5. Geometría Proyectiva.
4. **Integración en superficies de Riemann**
   1. Formas diferenciales.
   2. Operaciones sobre formas.
   3. Integración de formas.
5. **Divisores**
   1. Definición y ejemplos.
   2. Equivalencia lineal de divisores.
   3. Espacios de funciones y formas asociadas a divisores.
   4. Divisores y mapas al espacio proyectivo.
6. **Curvas Algebraicas y Riemann-Roch**
   1. Curvas algebraicas.
   2. El problema de Mittag-Leffler.
   3. Riemann-Roch y dualidad de Serre.
7. **Aplicaciones de Riemann-Roch**
   1. Aplicaciones elementales.
   2. La aplicación canónica,
   3. Grado de una curva proyectiva.
   4. Puntos de inflexión y de Weierstrass.

**Evaluación**

**Artículo 27 del** [**Acuerdo 008 de 2008 del Consejo Superior Universitario**](http://www.legal.unal.edu.co/rlunal/home/doc.jsp?d_i=34983)**: “**Evaluaciones ordinarias. Son las que se realizan en el transcurso de cada período académico y se establecen en el programa-calendario. En el pregrado se debe realizar tres (3) como mínimo en cada asignatura, con excepción de aquellas cuyo programa-asignatura así lo especifique**”**

**Tareas (50%):** cada dos semanas a lo largo del curso.

**Propuesta Proyecto final (20%):** a la mitad del curso.

**Presentación final proyecto (30%):** ultimas semanas del curso.

**Bibliografía**

[1] Miranda, R. (1995). *Algebraic curves and Riemann surfaces*. Providence, R.I.

[2] Donaldson, S. K. (2011). *Riemann surfaces*. Oxford University Press.