Definice 0.1. Nechť $(\mathcal{K}, \mathcal{P}, \mathcal{N})$ a $(\tilde{\mathcal{K}}, \tilde{\mathcal{P}}, \tilde{\mathcal{N}})$ jsou KP, $F(x) = \mathbb{A}x + b$ je afinní zobrazení $\mathcal{K} \mapsto \tilde{\mathcal{K}}$, $\mathbb{A}$ je regulární.

Pokud:

1. $F(\mathcal{K} = \tilde{\mathcal{K}})$
2. $F^*(\tilde{\mathcal{P}}) = \mathcal{P}$, kde $F^*(\tilde{v}) = \tilde{v} \cdot F$ pro $\tilde{v} \in \tilde{\mathcal{P}}$
3. $F_x(\mathcal{N}) = \tilde{\mathcal{N}}$, kde $(F_* N)(\tilde{v}) = N(\tilde{v} \cdot F)$ pro $N \in \mathcal{N}$

Pak říkáme, že$(\mathcal{K}, \mathcal{P}, \mathcal{N})$ a $(\tilde{\mathcal{K}}, \tilde{\mathcal{P}}, \tilde{\mathcal{N}})$ jsou afinně ekvivalentní.
Budeme značit $\sim^A$

Příklad (Lineární Lagrange). $\bar{K}_1 = [z_1, z_2, z_3]_{\mathcal{H}}, \bar{K}_2 = [u_1, u_2, u_3]$
$\bar{K}_1 = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 | (\exists \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in < 0, 1 >, \sum_{j=1}^3 \alpha_j = 1)(x = \sum_{j=1}^3 \alpha_j z_j) \right\}$
Pak $F(x) = F(\sum_{j=1}^3 \alpha_j z_j) = \mathbb{A}(\sum_{j=1}^3 \alpha_j z_j) + b = \sum_{j=1}^3 \alpha_j \mathbb{A} z_j + 1 \cdot b = \sum_{j=1}^3 \alpha_j \mathbb{A} z_j + \sum_{j=1}^3 \alpha_j b = \sum_{j=1}^3 \alpha_j (\mathbb{A} z_j + b)$
Tak vzniká soustava rovnic pro prvky $\mathbb{A}$ a b
$\mathbb{A} z_i + b = u_j, j = 1, 2, 3$ při zadaných $z_j, u_j, j = 1, 2, 3$, řešitelné jednoznačně $\implies F(\bar{K}_1) = \bar{K}_2$
$\mathcal{P}_{1,2}$ polynomy stupně ≤ 1 na $\bar{K}_1, \bar{K}_2$, pro $\tilde{v} \in \mathcal{P}_2$ je $(\tilde{v} \cdot F)(x) = \left\{ x \in \bar{K}_1 \right\} = \tilde{v}(F_x)$ je polynom stupně ≤ 1 na $\bar{K}_1$
$\implies F^*(\mathcal{P}_2) \subset \mathcal{P}_1$ a pro $v \in \mathcal{P}_\infty \implies v(x) = v(F^{-1}(\tilde{x}))$ polynom stupně ≤ 1 na $\bar{K}_2 \implies v \cdot F^{-1} \in \mathcal{P}_2 \implies F^*(\mathcal{P}_2) = \mathcal{P}_1$
Pro $N_j \in \mathcal{N}_{K_1} \implies N_j(v) = v(z_j)$ a pro $\tilde{v} \in \mathcal{P}_2$ je $\tilde{v}(u_j) = \tilde{N}_j = \tilde{v}(F(z_j)) = (\tilde{v} \cdot F)(z_j) = N_j(\tilde{v} \cdot F) \implies \tilde{N}_j = F_*(N_j)$
Každé 2 line8rn9 Lagrangeovy prvky jsou afinně ekvivalentní.

místo cdot to má být composition, asi předchozích pět řádku

Příklad (Kvadratické Lagrangeovy prvky). Pro $\sim^A$:
První bod:
$F = F(x)$ najdeme opět pomocí $z_j, u_j, j = 1, 2, 3 \implies F(\bar{K}_1) = \bar{K}_2$
Druhý bod:

1. pro $\tilde{v} \in \mathcal{P}_2$ (stupně ≤ 2) $\implies \tilde{v} \circ F(x)$ je stupně ≤ 2 na $\bar{K}_1 \implies \tilde{v} \circ F(x) \in \mathcal{P}_\infty \implies F^*(\mathcal{P}_2) \subset \mathcal{P}_1$
2. pro $v \in \mathcal{P}_1 \implies v(x) = v(F^{-1}(y)) = (v \circ F^{-1})(y)$

To dohromady dává $F^*(\mathcal{P}_2) = \mathcal{P}_1$
Třetí bod:
Nechť $N_j \in \mathcal{N}_1, j = 1, 2, 3$, pak pro $\tilde{v} \in \mathcal{P}_2$ je $\tilde{v}(u_j) = \tilde{N}_j(\tilde{v}) = \tilde{v}(F(z_j)) = (\tilde{v} \circ F)(z_j) = N_j(\tilde{v} \circ F) \implies F_*(N_j) = \tilde{N}_j$
Pro $\sim^A$ je tedy nutné, aby $u_j = F(z_j), j = 4, 5, 6$, tj, barycentrické souřadnice musí být stejné $\implies$ pak$\tilde{N}_j = F_*(N_j)$, pro $j = 4, 5, 6 \implies \sim^A$

Příklad (Hermiteův prvek).