Chybi cele lol

chybi prvni cast

Důkaz:

Pro druhou část tvrzení:

$\mathbb{W}_\infty^{(r+1)}(\Omega) = \{v \in_\infty (\Omega) | (\forall |\alpha| \leq r+1)(\mathcal{D}^\alpha v \in L_\infty)\}$,

$L_\infty(\Omega) = \{v : (\Omega) \mapsto \mathbb{R} | (\exists K > 0)(S \forall x \in \Omega)(|v(x)| \leq K)\}$

Provedeme pro $r = 0$ (Lagrange), víme: $\mathcal{Y}_\mathcal{J} u \in \mathcal{C}^{(0)}$ z předchozí vlastnosti a $\mathcal{Y}_\mathcal{J} u(x) = \mathcal{Y}_K u(x)$ pro $x \in \bar{K}, K \in \mathcal{J}$ a $\mathcal{Y}_K u(x) \in \mathcal{P}_K$ (tj je polynom), tj. $\mathcal{Y}_K u(x) \in C^{(\infty)}(\bar{K})$

Prozkoumáme možnost derivování $\mathcal{Y}_\mathcal{J} u$ v Ω (pomocí derivací ve smyslu distribucí)

Pro $k \in \hat{n}$:

$$< \partial_{x_k} > (\mathcal{Y}_\mathcal{J} u), \phi >= - < \mathcal{Y}_\mathcal{J} u, \partial_{x_k} \phi >= - \int_\Omega \mathcal{Y}_\mathcal{J} u(x) \partial_{x_k} \phi(x) \, dx =$$

$$= \sum_{K \in \mathcal{J}} \int_K {}_k(x) \partial_{x_k} \mathcal{Y}_K u(x) \phi(x) \, dx = \int_\Omega \sum_{K \in \mathcal{J}} {}_k(x) \partial_{x_k} \mathcal{Y}_K u(x) \phi(x) \, dx = \{\text{Pro K omezená jsme v } L_\infty\} = \{\textit{původ}$$

$$=< \partial_{x_k} \mathcal{Y}_\mathcal{J} u, \phi > \quad (1)$$

$$\implies \partial_{x_k} \mathcal{Y}_\mathcal{J} u \in L_\infty(\Omega), tj. \mathcal{Y}_\mathcal{J} u \in \mathbb{W}_\infty^{(1)}(\Omega)$$

□

Poznámka. Pro $\mathcal{J}$ triangulaci Ω:

obrázek