

به نام او  
امتحان پایان ترم درس احتمال مهندسی  
مدت زمان : ۹۰ دقیقه

---

سوال ۱) استانی دارای دو شهر است. شهر ۱ دارای ۱۲۰ مرد و ۸۰ زن و شهر ۲ دارای ۱۰۰۰ زن و ۸۰۰ مرد است. در شهر ۱، ۵۰ مرد و ۳۰ زن و در شهر ۲، ۱۰۰ مرد و ۱۵۰ زن به بیماری  $X$  مبتلا هستند. فردی را از این استان به تصادف انتخاب می کنیم.

الف) با چه احتمالی این فرد، زن سالمی از شهر ۱ است؟

ب) اگر فردی که انتخاب می کنیم بیمار باشد، با چه احتمالی مردی از شهر ۲ است؟

سوال ۲) یک قطار و اتوبوس به طور تصادفی و مستقل از هم بین ساعات ۶ تا ۷ صبح وارد ایستگاهی می شوند. فردی نیز به طور تصادفی بین ساعات ۵:۵۰ تا ۶:۵۰ وارد همان ایستگاه می شود.

الف) احتمال اینکه فرد بیش از ۱۰ دقیقه منتظر قطار و یا اتوبوس بماند چقدر است؟

ب) احتمال اینکه این فرد به هیچ یک از قطار یا اتوبوس نرسد چقدر است؟

سوال ۳) متغیر تصادفی  $X$  با تابع توزیع تجمعی زیر داده شده است:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x+1}{2}e^{-x} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad x < 0 \end{cases}$$

در این صورت

الف) تابع مولد گشتاور آن را به دست آورید.

ب) میانگین و واریانس این متغیر تصادفی را بیابید.

سوال ۴) سکه ای را ۱۰ بار پرتاب می کنیم. متغیر تصادفی  $X$  برابر تعداد دفعات رو آمدن در پرتاب های دوم و چهارم و متغیر تصادفی  $Y$  برابر تعداد دفعات پشت آمدن در ۲ پرتاب اول است.

الف) چگالی احتمال شرطی  $f_{X|Y}(X = x|Y = y)$  را به دست آورید (می توانید از روش جدول نویسی برای چگالی احتمال استفاده کنید که سطر جدول  $X = x$  و ستون جدول  $Y = y$  است).

ب) مقدار  $E\{XY\}$  را بیابید.

سوال ۵) تابع چگالی احتمال توأم دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  به صورت زیر است:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} k & , \quad x-1 < y < x \quad , \quad 0 < x < 2 \quad , \quad 0 < y < 1 \\ 0 & , \quad \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

که  $k$  ثابت است.

الف) مقدار  $k$  را به دست آورید.

ب) نشان دهید  $Y$  و  $X - Y$  از هم مستقل هستند.