

سوال (۱)

برای دو سیگنال $x(t)$ و $y(t)$ تابع همبستگی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\phi_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau) y^*(\tau) d\tau$$

- الف) چه رابطه‌ای بین $\phi_{xy}(t)$ و $\phi_{yx}(t)$ وجود دارد؟
 ب) اگر $x(t)$ و $y(t)$ هر دو متناوب با دوره‌ی تناوب اساسی به ترتیب T_1 و T_2 باشند، در چه شرایطی $\phi_{yx}(t)$ متناوب است و در این صورت دوره‌ی تناوب اساسی آن را بیابید.
 پ) اگر $y(t) = x(t + T)$ ، رابطه‌ی بین $\phi_{xy}(t)$ و $\phi_{yy}(t)$ را با $\phi_{xx}(t)$ بیابید.
 ت) تابع همبستگی $\phi_{xy}(t)$ را به ازای سیگنال دلخواه $x(t)$ و $y(t) = \delta(\sin \pi t)$ محاسبه کنید.

سوال (۲)

سیستم LTI زیر را در نظر بگیرید:

$$y[n] - 3y[n-1] + 2y[n-2] = 3x[n-4] + 4x[n-5]$$

الف) تحقق مستقیم نوع ۱ را برای سیستم های زیر ترسیم کنید.

$$\begin{cases} S_1 : y_1[n] = 3y_1[n-1] - 2y_1[n-2] + x_1[n] \\ S_2 : y_2[n] = 3x_2[n-4] + 4x_2[n-5] \end{cases}$$

- ب) تحقق مستقیم نوع ۱ را به صورت ترکیب سری تحقق‌های مستقیم نوع ۱ سیستم‌های S_1 و S_2 (ابتدا S_1 و سپس S_2) پیاده سازی کنید.
 پ) از روی تحقق مستقیم نوع ۱ در قسمت ب، تحقق مستقیم نوع ۲ سیستم S را پیاده سازی کنید.

سوال (۳)

- گزاره های زیر را تعیین درستی کنید و در صورت نادرست بودن، مثال نقض بیاورید.
 الف) ترکیب سری یک سیستم ناپایدار و یک سیستم پایدار، همواره ناپایدار است.
 ب) ترکیب سری یک سیستم غیرعلی و یک سیستم علی، می‌تواند علی باشد.
 پ) ترکیب موازی یک سیستم ناپایدار و یک سیستم پایدار، همواره ناپایدار است.
 ت) ترکیب سری دو سیستم معکوس ناپذیر، همواره معکوس ناپذیر است.
 ث) ترکیب موازی دو سیستم معکوس ناپذیر، همواره معکوس ناپذیر است.

سوال (۴)

خواص علی بودن، پایدار بودن، خطی بودن، تغییر ناپذیر با زمان بودن و معکوس پذیر بودن را برای سیستم های زیر بررسی کنید.

الف) $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) - x(\tau - T) d\tau$

ب) $y(t) = \cos[x(t)]$

پ) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

ت) $y[n] = \begin{cases} x^r[n] & , \quad x[n] < 0 \\ x[n + ۲] & , \quad x[n] \geq 0 \end{cases}$

ث) $y[n] = \begin{cases} x^r[n] & , \quad n < 0 \\ x[n + ۲] & , \quad n \geq 0 \end{cases}$

ج) $y(t) = \begin{cases} x(t^r) & , \quad t < 0 \\ x(t^r) & , \quad t \geq 0 \end{cases}$