

به نام زیبایی
تمرینات سری سوم سیگنال ها و سیستم ها

سوال (۱)

یک سیستم LTI و سیگنال $x(t) = e^{-5t}u(t-2)$ مفروض است. اگر

$$x(t) \rightarrow y(t)$$

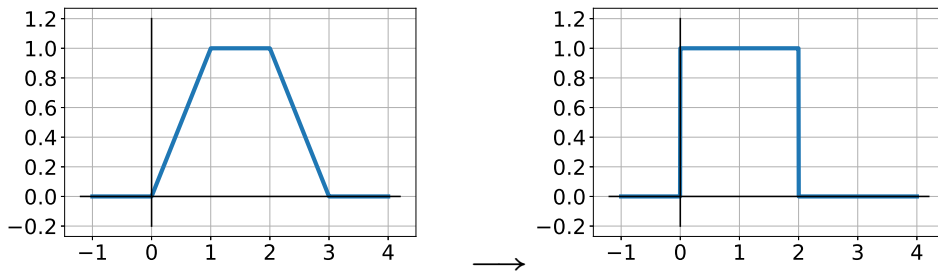
و

$$\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow -5y(t) + \frac{1}{1+t^2}u(t)$$

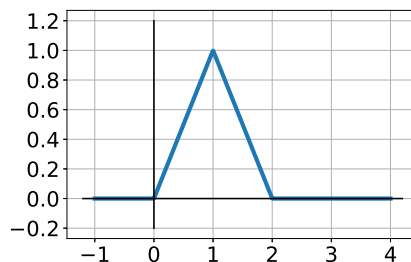
در این صورت پاسخ ضربه‌ی این سیستم را بیابید.

سوال (۲)

یک سیستم LTI دارای جفت ورودی-خروجی زیر است:



پاسخ این سیستم به ورودی زیر



چیست؟

سوال (۳)

الف) اگر تابع $f(t)$ ، تابعی یک مرتبه مشتق پذیر با ریشه های r_1, r_2, \dots, r_n باشد به گونه ای که $f'(r_i) \neq 0$ در این صورت نشان دهید

$$\delta(f(t)) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{|f'(r_i)|} \delta(t - r_i)$$

ب) مقادیر انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t^2) dt \quad (۱)$$

$$\int_0^{\infty} \delta\left(\sin \frac{1}{t}\right) dt \quad (۲)$$

$$\int_{-1}^1 \sin \pi t \delta(t^2 - t) dt \quad (۳)$$

$$\int_{-1}^1 \delta^2(t) dt \quad (۴)$$

(راهنمایی: برای اثبات الف، سیگنال $u(f(t))$ را در نظر گرفته و با مشتق گیری از آن، به تابع $\delta(f(t))$ برسید. این مشتق را در نزدیکی هر r_i تحلیل کنید.)

سوال (۴)

الف) هر یک از گزاره های زیر را برای یک سیستم LTI تعیین درستی کنید.

(۱) معکوس هر سیستم علی و LTI، همواره علی است.

(۲) اگر یک سیستم LTI زمان گسسته دارای پاسخ ضربه ای با دوره ی زمانی محدود باشد، آنگاه پایدار است.

ب) فرض کنید یک سیستم LTI گسسته، دارای پاسخ ضربه ی $h[n]$ باشد؛ به گونه ای که

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| = \infty$$

ورودی کرانداری بیابید که پاسخ این سیستم به چنین ورودی ای، بیکران شود و از آنجا نتیجه بگیرید که سیستم ناپایدار است.