

به نام زیبایی
تمرینات سری دوازدهم سیگنال ها و سیستم ها

(سوال ۱)

تبدیل Z هریک از سیگنال های زیر را به همراه ناحیه همگرایی آن به دست آورید. در هر مورد استدلال کنید آیا سیگنال تبدیل فوریه دارد یا خیر.

(الف) $x[n] = \delta[n - 1] + 2\delta[n - 2]$

(ب) $x[n] = (-1)^n u[n]$

(پ) $x[n] = (\frac{1}{4})^{n-2} u[n - 2]$

(سوال ۲)

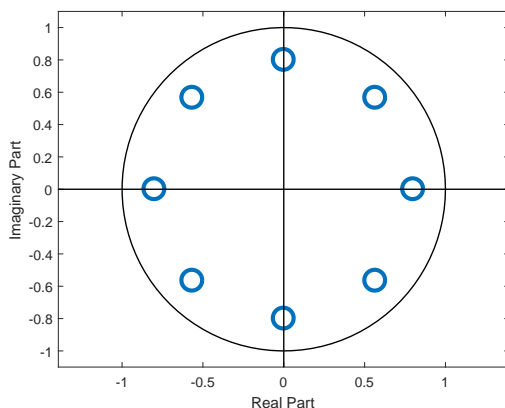
برای هریک تبدیل Z های زیر با ناحیه همگرایی داده شده، سیگنال حوزه زمان را بیابید (برای تجزیه کسرها از روش تجزیه به کسرهایی جزئی بهره بگیرید).

(الف) $X(z) = \frac{2-z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-2}}$, $|z| > \frac{1}{4}$

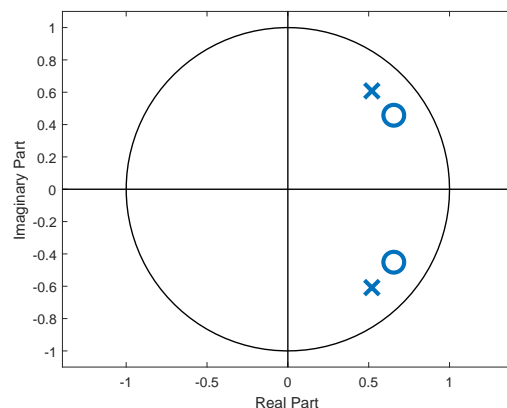
(ب) $X(z) = \frac{z^{-1}-\frac{1}{4}}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})^2}$, $|z| < \frac{1}{4}$

(پ) $X(z) = \frac{2}{z-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}z^{-1}}$ و ناحیه همگرایی به گونه ای است که سیگنال حوزه زمان، تبدیل فوریه دارد.

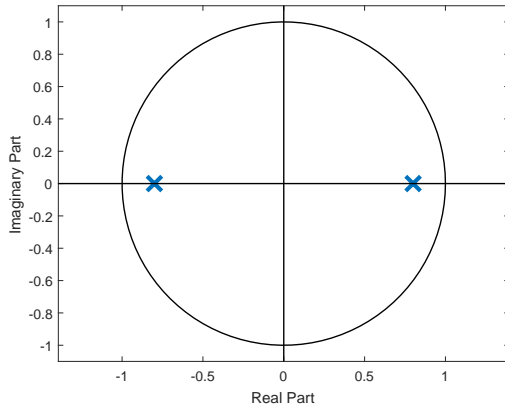
(سوال ۳) در هریک از نمودارهای صفر-قطب زیر، اندازه پاسخ فرکانسی (تبدیل فوریه) سیگنال را به صورت تقریبی و به روش هندسی رسم کنید (نیازی به تعیین محل دقیق قطب ها و صفرها نیست؛ فقط نمودار تقریبی مد نظر است).



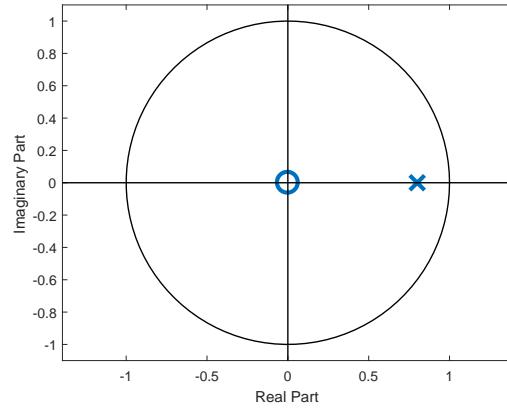
(ب)



(T)



(د)



(ج)

سوال (۴)

فرض کنید اطلاعات زیر در مورد یک سیگنال گسسته $x[n]$ داده شده است:

۱. $x[n]$ حقیقی و دست راستی است.

۲. $X(z)$ دقیقا دو قطب دارد.

۳. $X(z)$ یک صفر مرتبه ۲ در صفر دارد.

۴. $X(z)$ یک قطب در $\frac{1}{4}e^{j\frac{\pi}{4}}$ دارد.

۵. $X(1) = \frac{1}{4}$.

در این صورت، $X(z)$ و ناحیه همگرایی آن را به دست آورید.

سوال (۵)

فرض کنید اطلاعات زیر در مورد یک سیستم LTI داده شده است:

۱. پاسخ سیستم به ورودی $x[n] = (-2)^n$ برابر $y[n] = 0$ است.

۲. پاسخ سیستم به ورودی $x[n] = (\frac{1}{4})^n u[n]$ ، به فرم

$$y[n] = \delta[n] + a\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

است که a یک ثابت است.

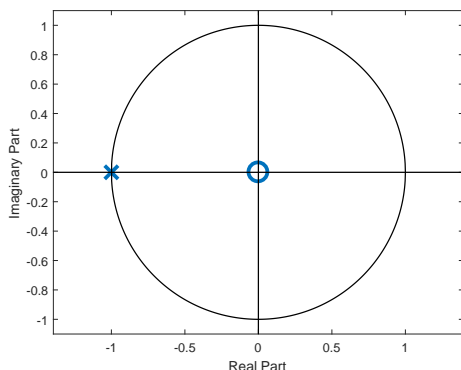
الف) مقدار a را بیابید.

ب) پاسخ این سیستم را به ورودی $x[n] = 1$ بیابید.

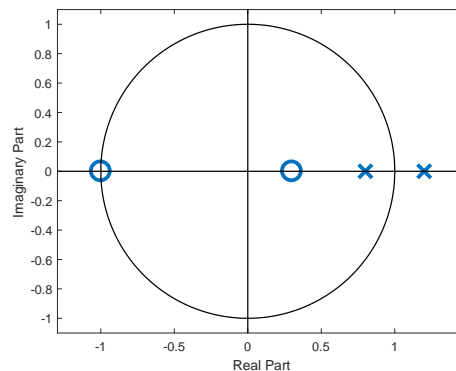
پ) پاسخ این سیستم را به ورودی $x[n] = \left(-\frac{1}{6}\right)^n$ بیابید.

سوال ۶)

نمودار صفر-قطب پاسخ ضربه‌ی دو سیستم گسسته (سیستم ۱ با پاسخ ضربه‌ی $h_1[n]$ و سیستم ۲ با پاسخ ضربه‌ی $h_2[n]$) به صورت زیر است:



(ب) نمودار صفر-قطب سیستم ۲



(ت) نمودار صفر-قطب سیستم ۱؛ این سیستم دارای دو قطب در 0.8 و $1/2$ و دو صفر در 0.3 و -1 است.

سیستم ۱ پایدار و سیستم ۲ علی است.

الف) آیا سیستم ۱ علی است؟ دوطرفه چطور؟

ب) آیا سیستم ۲ پایدار است؟

پ) پاسخ فرکانسی سیستم ۱ ($H_1(e^{j\omega})$) در کدام فرکانس صفر می شود؟

ت) با رسم تقریبی اندازه‌ی پاسخ فرکانسی سیستم ۱ ($|H_1(e^{j\omega})|$) استدلال کنید این سیستم فیلتر بالاگذر است یا میان گذر یا پایین گذر.

ث) نمودار صفر-قطب تبدیل Z سیستم معکوس سیستم ۱ را رسم و ناحیه همگرایی آن را تعیین کنید.

سوال ۷)

خواص تبدیل Z را اثبات کنید!

اگر $x[n]$ سیگنالی با تبدیل $X(z)$ و ناحیه همگرایی R باشد، نشان دهید (در هر مورد، ناحیه همگرایی تبدیل Z سیگنال زمانی را بیابید)

الف)

$$a^n x[n] \iff X(a^{-1}z)$$

ب)

$$x[n] \iff X^*(z^*)$$

پ)

$$x[-n] \iff X(z^{-1})$$

$$nx[n] \iff -z \frac{dX(z)}{dz}$$

(c)

$$\sum_{k=-\infty}^n x[k] \iff \frac{X(z)}{1-z^{-1}}$$

(c)