

به نام او

تمرینات سری دوم شبیه سازی درس احتمال مهندسی

سوال ۱) (تعبیر تجربی چگالی احتمال) می دانید که تابع چگالی احتمال دارای شهود تجربی است؛ به این معنا که مقدار چگالی احتمال در هر نقطه از دامنه ی متغیر تصادفی، نشان دهنده ی وزن احتمالاتی آن نقطه است. برای به تصویر کشیدن این شهود، متغیر تصادفی گوسی با میانگین صفر و واریانس ۱ را در نظر بگیرید. تابع $\text{randn}()$ در متلب، تحقق از چنین متغیر تصادفی ای را برآورده می کند. به کمک این تابع، 100000 تحقق مستقل از این متغیر تصادفی را تولید کرده و به کمک دستور $\text{histogram}()$ آرایه ی 100000 تایی را رسم کنید. سپس با حفظ این نمودار، نمودار منحنی گوسی با میانگین صفر و واریانس ۱ را رسم کرده و دو نمودار را با هم مقایسه کنید. مشاهدات خود را توضیح دهید.

نکته مهم!

پارامتر 'Normalization' را روی مقدار 'pdf' تنظیم کنید. برای این کار، دستور $\text{histogram}(\dots, 'Normalization', 'pdf')$ را به صورت استفاده کنید.

سوال ۲) در مبحث توابعی از یک متغیر تصادفی آموختید که اگر متغیر تصادفی X دارای pdf مشخص باشد، آنگاه می توان pdf متغیر تصادفی $Y = g(X)$ را با تنظیم تابع $g(\cdot)$ روی هر تابع دلخواهی تنظیم کرد. ثابت می شود که اگر X متغیر تصادفی یکنواخت در بازه ی $[0, 1]$ باشد، متغیر تصادفی $Y = -\ln(1 - X)$ دارای توزیع نمایی با پارامتر $\lambda = 1$ و توزیع $f_Y(y) = e^{-y}$ است. برای اثبات این امر،

الف) 100000 تحقق از متغیر تصادفی یکنواخت در بازه ی $[0, 1]$ را به کمک دستور $\text{rand}()$ تولید کرده و هیستوگرام آن را رسم کنید. اسم بردار 100000 تایی را X بگذارید.

ب) از روی بردار X ، بردار 100000 تایی $Y = -\ln(1 - x)$ را محاسبه کرده و هیستوگرام آن را رسم کنید. سپس pdf متغیر تصادفی نمایی با پارامتر $\lambda = 1$ را به همراه این هیستوگرام در یک نمودار نشان دهید. رابطه ی بین هیستوگرام و pdf توزیع نمایی را توجیه کنید.

برای رسم دو نمودار در یک شکل، از دستور hold on استفاده کنید.

موفق و پیروز باشید

سروش ضیایی و آرین ظروفی