

به نام او  
امتحان پایان ترم درس احتمال مهندسی  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

---

سوال ۱) برای متغیر تصادفی  $X$  با چگالی احتمال زیر، ابتدا تابع مولد گشتاور را یافته و سپس از روی آن، مقادیر میانگین و واریانس را بیابید.

$$f_X(x) = \begin{cases} \cos x & , \quad 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

سوال ۲) برای متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  با چگالی احتمال توام زیر،

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kx & , \quad 0 < x < 1 \quad , \quad 0 < x < y < 1 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

الف) مقدار مناسب  $k$  را بیابید.

ب) توزیع حاشیه ای  $f_X(x)$  را پیدا کنید.

ت) مقدار  $\text{cov}(X, Y)$  را محاسبه کنید.

سوال ۳) برای متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  با چگالی احتمال توام زیر،

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kx & , \quad x+y < 1, \quad x > 0, \quad y > 0 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

الف) مقدار مناسب  $k$  را بیابید.

ب) استقلال دو متغیر تصادفی را بررسی کنید.

پ) چگالی احتمال  $X + Y$  را بیابید.

سوال ۴) اگر  $X$  یک متغیر تصادفی با چگالی احتمال زیر باشد،

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x^2 & , \quad 1 < x < 2 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

مقدار  $\text{var}\{X|X > \frac{3}{2}\}$  را به دست آورید.

سوال ۵) سکه سالمی را ۵ بار می اندازیم. اگر  $X$  تعداد رو آمدن ها در پرتاب های فرد و  $Y$  تعداد پشت آمدن ها در سه پرتاب آخر باشد،

الف) تابع مولد گشتاور مشترک  $X$  و  $Y$  را محاسبه کنید.

ب) مقدار  $\mathbb{E}\{X + Y | X = ۱\}$  را به دست آورید.

سوال ۶) یک امتحان احتمال مهندسی به صورت آنلاین (و با رعایت پروتکل ها!) به مدت ۲ ساعت برگزار می شود. فرهاد و آرش، هریک مستقل از دیگری و به تصادف در ۱۰ دقیقه ی اول (با توزیع یکنواخت) وارد جلسه امتحان می شوند. اگر این دو نفر مستقل از هم در بازه ی ۱ تا ۱/۵ ساعت از شروع و با توزیع یکنواخت، امتحان خود را به پایان رسانده و از جلسه خارج شوند،

الف) با چه احتمالی آرش حداکثر ۱۰ دقیقه پس از فرهاد از جلسه خارج می شود؟

ب) احتمال آن که فرهاد زودتر از آرش به جلسه آمده و زودتر از او خارج شود چقدر است؟

یادآوری: اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع یکنواخت در بازه  $(a, b)$  باشد آنگاه:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , \quad a < x < b \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

(

موفق باشید!