

## سوال ۱)

ابتدا به رابطه‌ی توان متوسط می‌شویم؛ در این صورت:

$$\begin{aligned}
 P_y &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{T}}^{\frac{L}{T}} |y(t)|^2 dt \\
 &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{T}}^{\frac{L}{T}} y(t)y^*(t) dt \\
 &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{T}}^{\frac{L}{T}} \sum_m \sum_n x(t-mT)x^*(t-nT) dt \\
 &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{T}}^{\frac{L}{T}} \sum_{m,n} x(t-mT)x^*(t-nT) dt \\
 &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{T}}^{\frac{L}{T}} \sum_{\substack{m,n \\ m=n}} x(t-mT)x^*(t-nT) dt \\
 &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{T}}^{\frac{L}{T}} \sum_n x(t-nT)x^*(t-nT) dt \\
 &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{T}}^{\frac{L}{T}} \sum_n |x(t-nT)|^2 dt \\
 &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{kT} \int_{-\frac{kT}{T}}^{\frac{kT}{T}} \sum_n |x(t-nT)|^2 dt \\
 &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{T}}^{\frac{T}{T}} \sum_n |x(t-nT)|^2 dt \\
 &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{T}}^{\frac{T}{T}} |x(t)|^2 dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{T}}^{\frac{T}{T}} |x(t)|^2 dt \\
 &= \frac{E_{x(t)}}{T}
 \end{aligned}$$

ب) بدیهی است جز در حالت‌های خاص (شامل ضربه یا صفر بودن سیگنال)، سیگنال  $x(t)$  از نوع انرژی و سیگنال  $y(t)$  از نوع توان خواهد بود.