

به نام او

آزمون پایان ترم سیگنال ها و سیستم ها

۱۲۰ دقیقه

سوال ۱) اطلاعات زیر در خصوص یک سیگنال متناوب گسسته ی $x[n]$ با ضرایب سری فوریه ی a_k و دوره تناوب ۴ داده شده است:

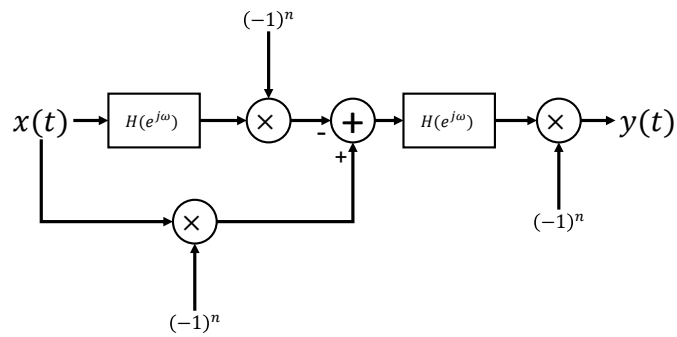
$$\sum_{n=0}^3 (-1)^n x[n] = 4 \bullet$$

$$a_3 = 0 \bullet$$

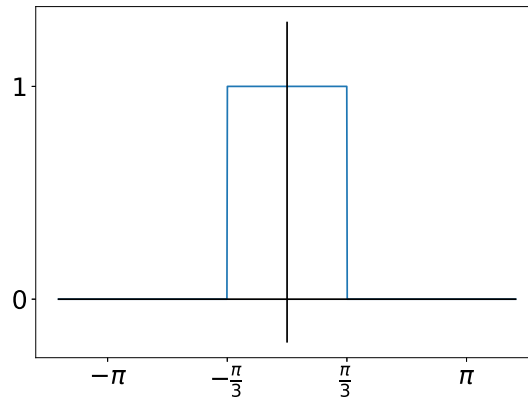
$$x[2] = 2 \cdot x[0] = 4 \bullet$$

سیگنال $x[n]$ را بیابید.

سوال ۲) سیگنال $x[n]$ به ورودی بلوک دیاگرام زیر داده می شود:

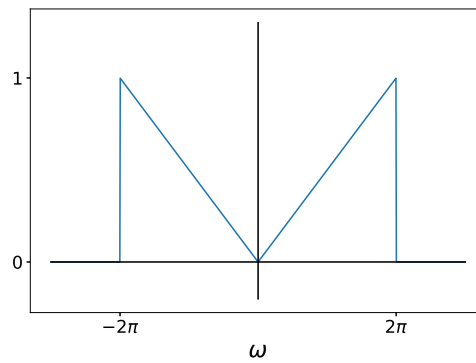


که در آن، $H(e^{j\omega})$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است:



رابطه‌ی تبدیل فوریه‌های ورودی و خروجی این سیستم را بیابید.

سوال ۳) برای سیگنال پیوسته‌ی $x(t)$ با تبدیل فوریه‌ی زیر،



(محور افقی، نشان دهنده‌ی فرکانس زاویه‌ای ω است.)

الف) مقدار نرخ نایکوئیست را تعیین کنید و آن را با F_s نشان دهید. سپس طیف سیگنال نمونه برداری شده با نرخ $2F_s$ را رسم کنید.

ب) فرض کنید سیگنال $x(t)$ را با نرخ $\frac{2F_s}{4}$ نمونه برداری کرده و آن را $\hat{x}[n]$ نامیده ایم. به عبارت دیگر

$$\hat{x}[n] = x\left(\frac{t}{3F_s/4}\right)$$

اگر با بهره‌گیری از نمونه‌های $\hat{x}[n]$ ، سیگنال پیوسته‌ی $y(t)$ را با نرخ نمونه برداری $\frac{2F_s}{4}$ بسازیم، آیا $x(t)$ با $y(t)$ برابر است؟

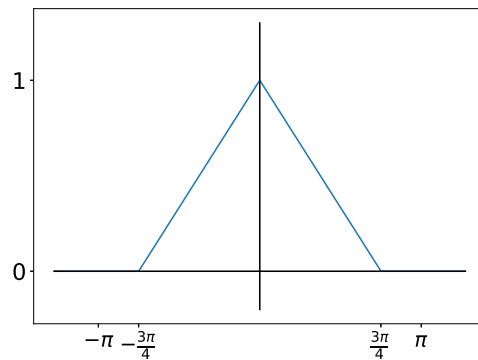
ج) (امتیازی) جزئیات ریاضی محاسبه‌ی $y(t)$ را انجام دهید.

سوال ۴) یک سیستم گسسته، حقیقی و پایدار دارای خواص زیر است:

- تابع انتقال سیستم $(H(z))$ دارای ۴ قطب است و صفر ندارد.
- پاسخ ضربه زوج است.
- یکی از قطب های تابع انتقال در $z = \frac{1}{4}e^{j\frac{\pi}{4}}$ قرار دارد.

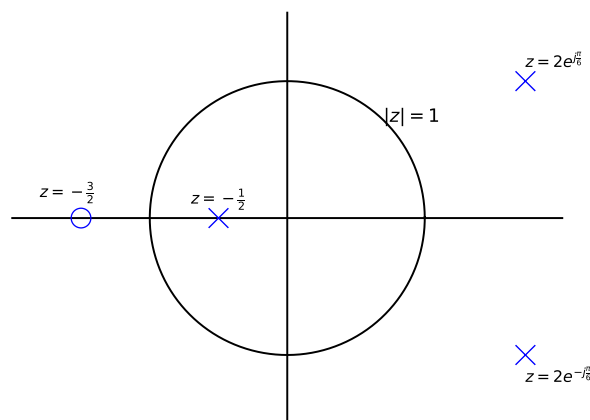
پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = 2^n u[-n - 1]$ را در حوزه زمان بیابید.

سوال ۵) ورودی متناوب $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 3k] - \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\delta[n - 2k]$ به سیستمی با پاسخ فرکانسی زیر داده شده است:



پاسخ زمانی خروجی این سیستم را بیابید.

سوال ۶) تابع انتقال یک سیستم گسسته و LTI، دارای نمودار صفر-قطب به صورت زیر است:



الف) اگر سیستم علی باشد، رابطه‌ی زمانی پاسخ ضربه را بیابید.

ب) اگر سیستم پایدار و دارای وارون پایدار باشد، رابطه‌ی زمانی پاسخ ضربه‌ی سیستم معکوس را بیابید.