

به نام زیبایی
تمرینات سری ششم سیگنال ها و سیستم ها

سوال (۱)

اگر $x(t)$ سیگنالی با دوره تناوب T و ضرایب سری فوریه a_k باشد، ضرایب سری فوریه $y(t)$ هر یک از سیگنال های زیر را به دست آورید.

الف) $x(t - t_0) + x(t + t_0)$

ب) $\frac{d^n}{dt^n} x(t)$

پ) $x(at + b)$ (به دوره تناوب این سیگنال دقت کنید)

ت) سیگنال متناوب $y(t)$ با دوره تناوب T که

$$y(t) = \begin{cases} x(t) & , \quad 0 \leq t < T \\ 0 & , \quad T \leq t < 2T \end{cases}$$

و $T_1 < T$

سوال (۲)

الف) نشان دهید اگر دو سیگنال متناوب $x(t)$ و $y(t)$ با دوره تناوب T ، به ترتیب دارای ضرایب سری فوریه a_k و b_k باشند، آنگاه سیگنال $x(t)y(t)$ دارای ضرایب سری فوریه $\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l b_{k-l}$ است. (راهنمایی: هر دو سیگنال را بر حسب ضرایب سری فوریه آنها بسط دهید. سپس با جایگذاری آن ها در رابطه انتگرالی $\frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t)e^{-jk\frac{T}{2}t} dt$ و ساده سازی، عبارت $\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l b_{k-l}$ را بسازید.)

ب) از قسمت قبل نتیجه بگیرید:

$$\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 \sin \frac{2\pi}{T} t dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Im \{a_k a_{k+1}^*\}$$

که عملگر \Im ، قسمت موهومی یک عدد مختلط را می دهد.