

به نام او
تمرینات سری دهم درس احتمال مهندسی

سوال ۱) برای هر یک از متغیرهای تصادفی زیر، واریانس را به دست آورید.

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & , \quad x > 1 \\ 0 & , \quad x \leq 1 \end{cases} \text{ (الف)}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \sin x & , \quad 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases} \text{ (ب)}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{x^3} & , \quad x > 1 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases} \text{ (پ)}$$

ت) X یک متغیر تصادفی گسسته است و $\Pr\{X = i\} = 2\left(\frac{1}{3}\right)^i$ برای $i \in \mathbb{N}$

سوال ۲) برای قسمت های الف و ت سوال ۱، ابتدا تابع مولد گشتاور را محاسبه نموده و سپس از روی آن، میانگین و واریانس را به دست آورید.

سوال ۳) برای قسمت های الف و ب سوال ۱، میانگین متغیر تصادفی e^{-X} را بیابید.

سوال ۴) برای هر یک از جفت متغیرهای تصادفی X و Y ، ابتدا مقدار مناسب k و سپس مقدار $\Pr\{X + 3Y < \frac{1}{6}\}$ را بیابید. در هر بخش آیا X و Y مستقلند؟ $f_{X,Y}(x, y)$ چگالی احتمال توام متغیرهای تصادفی پیوسته ی X و Y است.

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k \sin(x + 3y) & , \quad 0 < x < \frac{\pi}{3}, 0 < y < \frac{\pi}{6} \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases} \text{ (الف)}$$

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} kxy(1 - y) & , \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases} \text{ (ب)}$$

سوال ۵) جدول زیر را برای متغیرهای تصادفی X و Y در نظر بگیرید:

		Y	
		0	1
X	0	$\frac{1}{2} - \theta$	θ
	1	θ	$\frac{1}{2} - \theta$

الف) توابع توزیع احتمال حاشیه ای متغیرهای X و Y را به دست آورید.

ب) به ازای چه مقدار θ داریم

$$P(X = Y) = 1$$

؟

پ) به ازای چه مقدار θ داریم

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$$

؟