

به نام خدا

تمرینات سری نهم درس آمار و احتمال

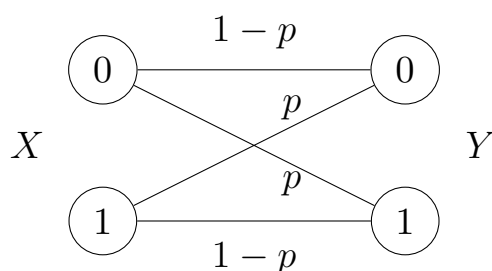
مهلت تحویل : ۲۶ آذر ماه ۹۸

سوال (۱) در پرتاب ۱۰ بار سکه‌ی سالم به طور مستقل،

الف) توزیع احتمال متغیر تصادفی تعداد سکه‌های شیر آمده را به شرط آن که بدانیم سه پرتاب اول خط بوده اند به دست آورید.

ب) توزیع احتمال متغیر تصادفی تعداد سکه‌های شیر آمده را به شرط آن که بدانیم دو پرتاب از سه پرتاب اول خط بوده اند به دست آورید.

سوال (۲) کانال مخابراتی زیر را در نظر بگیرید:



که در آن، پیکان‌ها احتمالات گذار را از متغیر تصادفی  $X$  به متغیر تصادفی  $Y$  نشان می‌دهند. به طور مثال

$$\Pr\{Y = 0 | X = 1\} = p$$

الف) اگر  $\Pr\{X = 0\} = q$  که  $0 \leq q \leq 1$ ، در اینصورت توزیع توام  $X$  و  $Y$  را محاسبه کنید.

ب) احتمال خطا  $(\Pr\{X \neq Y\})$  را محاسبه کنید. اگر مقدار  $p$  ثابت باشد، آیا احتمال خطا بر حسب  $q$  نقطه‌ی بهینه دارد؟ اگر دارد آنرا بیابید و در غیر این صورت، علت را بیان کنید.

سوال (۳) فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال نمایی با پارامتر  $\lambda$  باشد. ثابت کنید

$$E\{X | X > a\} = E\{X\} + a$$

سوال ۴) اگر توزیع تجمعی یک متغیر تصادفی ترکیبی به صورت

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \frac{x+2}{4} & , \quad 0 \leq x < 1 \\ 1 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

باشد، چگالی احتمال متغیر تصادفی  $(X \neq 0 \text{ یا } X \neq 1)$  را به دست آورید.