

به نام او

تمرینات سری دوازدهم درس احتمال مهندسی

سوال ۱) اگر متغیر تصادفی X را دارای چگالی احتمال زیر در نظر بگیریم

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & , \quad 0 < x < 2 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

موارد $(\text{cdf}) F(x|X < 1)$ ، $(\text{pdf}) f(x|X > 1)$ و $\mathbb{E}\{X|0.5 < X < 1.5\}$ را بیابید.

سوال ۲) فرض کنید متغیر تصادفی X دارای چگالی احتمال زیر باشد

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases} , \quad \lambda > 0$$

در این صورت مقادیر $\mathbb{E}\{X\} + a$ و $\mathbb{E}\{X|X > a\}$ را بیابید و با هم مقایسه کنید.

(امتیازی: نتیجه را تفسیر کنید و ببینید آیا با شهود سازگار است. این چه ویژگی ای از متغیرهای تصادفی نمایی را نشان می دهد؟)

سوال ۳) برای متغیر تصادفی X با توزیع زیر

$$\Pr\{X = i\} = (1 - p)^i \cdot p \quad , \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

الف) مقدار $\text{var}\{X|X \geq 4\}$ را به دست آورید.

ب) pmf شرطی $\{X \text{ زوج است} | X = x\}$ را پیدا کنید.

سوال ۴) فرض کنید متغیر تصادفی X ، نتیجه پرتاب یک تاس سالم باشد ($X \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$). سپس با توجه به رخداد X ، متغیر تصادفی پیوسته‌ی Y را به صورت شرطی با چگالی احتمال زیر تعریف می کنیم:

$$f_{Y|X}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad 0 < y < x \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

الف) احتمال $\Pr\{Y \geq 3\}$ را بیابید.

ب) چگالی احتمال $f_Y(y)$ را به دست آورید.

پ) مقادیر $\mathbb{E}\{Y\}$ و $\text{var}(Y)$ را از روی چگالی احتمال Y محاسبه کنید.