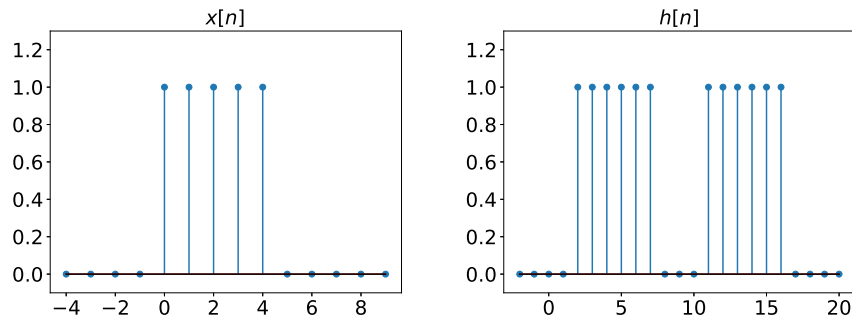


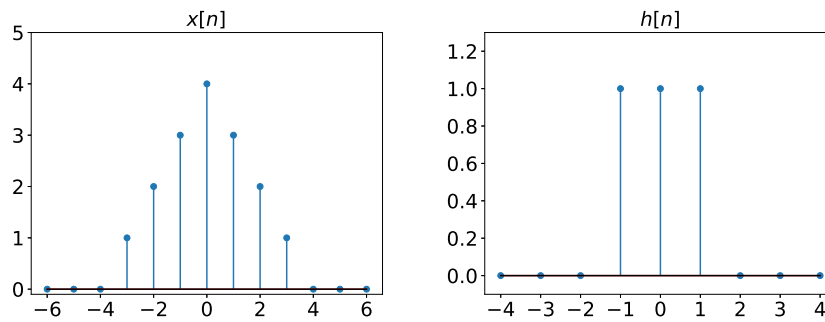
به نام زیبایی
تمرینات سری چهارم سیگنال ها و سیستم ها

سوال ۱)

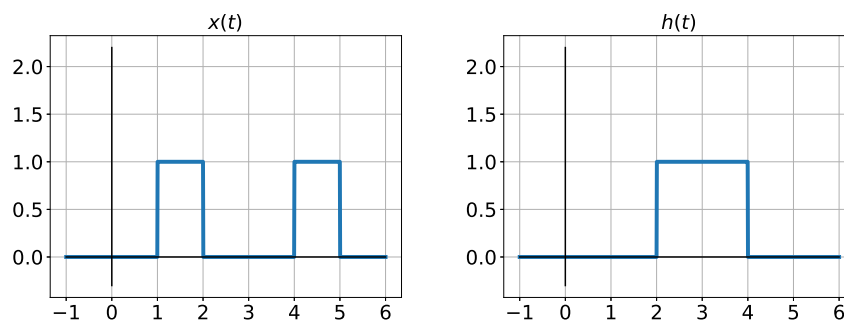
کانولوشن را برای هریک از جفت سیگنال های (پیوسته یا گسسته ی) زیر به صورت نموداری (به کمک شیفت های متوالی نمودار سیگنال ها) به دست آورید.
(الف)



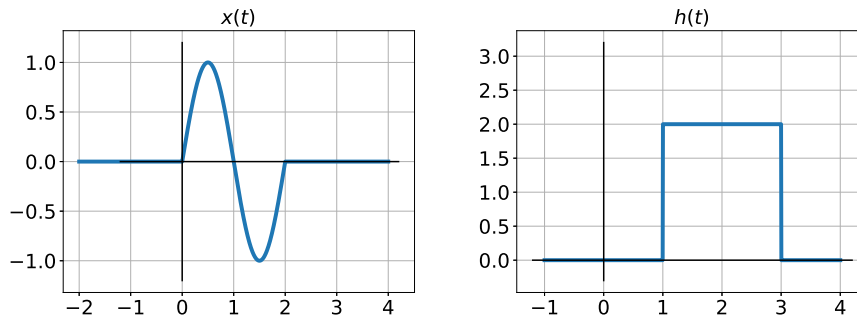
(ب)



(پ)



ت) ($x(t)$ یک دوره‌ی تناوب از سیگنال $\sin \pi t$ است)

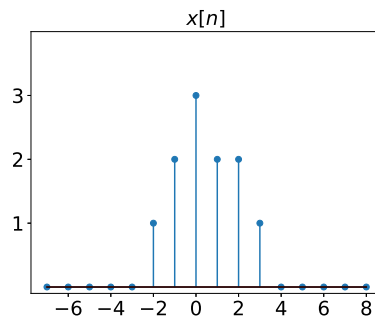


سوال (۳)

سیستم زمان گسسته‌ی زیر را در نظر بگیرید:

$$y[n] + 2y[n-1] = x[n]$$

فرض کنید این سیستم در شرایط اولیه‌ی صفر قرار دارد. در این صورت پاسخ آن را به ورودی زیر



با حل معادله تفاضلی فوق به صورت بازگشتی ترسیم کنید.

سوال (۴)

یک سیستم زمان گسسته با پاسخ ضربه‌ی

$$h[n] = (n+1)\alpha^n u[n]$$

را در نظر بگیرید که در آن $|\alpha| < 1$. نشان دهید که پاسخ پله‌ی آن به صورت

$$s[n] = \left[\frac{1}{(\alpha-1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{(\alpha-1)^2} + \frac{(n+1)\alpha^{n+1}}{\alpha-1} \right] u[n]$$

است.

$$\text{(راهنمایی: } \sum_{k=0}^N (k+1)\alpha^k = \frac{d}{d\alpha} \sum_{k=0}^{N+1} \alpha^k \text{)}$$

سوال (۵) (امتیازی)

فرض کنید

$$u_1[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$$

الف) سیستم گسسته با پاسخ ضربه $u_1[n]$ معادل چه عملی را در یک سیستم پیوسته انجام می دهد؟
(در شکل ۳-۲۴ از کتاب اوپنهایم می توان نمونه ای از کارکرد این سیستم ها را بر روی تصاویر مشاهده کرد. به لبه های تصاویر ورودی و خروجی سیستم دقت کنید.)

ب) اکنون تعریف کنید

$$u_k[n] = \underbrace{u_1[n] * u_1[n] * \dots * u_1[n]}_{k \text{ بار}}$$

به عبارت دیگر سیگنال $u_k[n]$ را از k با کانولوشن سیگنال $u_1[n]$ با خودش تولید کرده ایم که در آن k یک عدد طبیعی است. نشان دهید

$$u_k[n] = \frac{(-1)^n k!}{n!(k-n)!} (u[n] - u[n-k-1])$$

که در آن $u[n]$ ، سیگنال پله است.

(راهنمایی: از استقرا استفاده کنید؛ یعنی ابتدا نشان دهید این رابطه برای $k=2$ صحیح است. می توانید برای نشان دادن آن، $u_2[n]$ را ترسیم کنید. سپس فرض کنید این رابطه ی برای k صحیح است و تلاش کنید از روی آن، به $u_{k+1}[n]$ برسید؛ به عبارت دیگر نشان دهید $u_{k+1}[n] = u_k[n] * u_1[n]$)

پ) سیستم گسسته با پاسخ ضربه $u_k[n]$ معادل چه عملی را در یک سیستم پیوسته انجام می دهد؟