

به نام او
تمرینات سری نهم درس احتمال مهندسی

سوال ۱) زمان خرابی یک لامپ، یک متغیر تصادفی با pdf زیر است:

$$f_X(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x > 0$$

الف) احتمال آن که این لامپ، به مدت حداکثر 2λ عمر کند، چقدر است؟

ب) احتمال آن که این لامپ بیش از 3λ و کمتر از $3/5\lambda$ عمر کند چقدر است؟

سوال ۲) یک متغیر تصادفی دارای چگالی احتمال زیر است:

$$f_X(x) = \begin{cases} 6x^2(1-x) & , \quad 0 \leq x \leq 1 \\ k\delta(x+1) & , \quad x = -1 \\ 0 & , \quad \text{سایر جاها} \end{cases}$$

به عبارت دیگر، pdf دارای ضربه ای به اندازه k در $x = -1$ است.

الف) مقدار k را بیابید.

ب) CDF را به دست آورید و آن را رسم کنید.

پ) مقدار احتمال های $\Pr\{-2 < X \leq \frac{1}{4}\}$ و $\Pr\{0 < X \leq \frac{1}{4}\}$ چقدر است؟

سوال ۳) فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت بین 0 و 1 است. در این صورت، CDF و pdf هریک از متغیرهای تصادفی زیر را بیابید.

الف) $Y = X^2$

ب) $Y = -\ln(1 - X)$

پ) $Y = \tan \pi(X - \frac{1}{4})$

سوال ۴) برای قسمت پ سوال پیش، مقدار احتمال های $\Pr\{X \leq \frac{2}{3}\}$ و $\Pr\{Y \leq \frac{1}{\sqrt{4}}\}$ را از روی pdf های X و Y بیابید و با هم مقایسه کنید. نتیجه مقایسه را توضیح دهید.

سوال ۵) اگر CDF متغیر تصادفی X را با $F(x)$ نشان دهیم، CDF متغیرهای تصادفی زیر را برحسب $F(x)$ دست آورید.

الف) $Y = |X|$ ب) $Y = \begin{cases} 0 & , \quad X \leq 0 \\ 1 & , \quad X > 0 \end{cases}$ پ) $Y = X^2 - 2X$