

به نام او

## تمرینات سری اول شبیه سازی درس احتمال مهندسی

سوال ۱) سکه‌ی سالمی را (که احتمال پشت و رو برابر  $\frac{1}{2}$  است) به تعداد  $n$  بار پرتاب می‌کنیم.  
الف) منحنی تعداد دفعات رو آمدن سکه را به تعداد کل دفعات پرتاب سکه بر حسب  $n$  به ازای  $1 \leq n \leq 100$  رسم کنید.

ب) رفتار این نمودار را با افزایش  $n$  توصیف کرده و بیان کنید به چه عددی همگرا می‌شود. مشاهدات خود را توضیح دهید.

پ) همین نمودار را برای سکه غیر سالم که احتمال رو آمدن آن  $\frac{2}{3}$  است، رسم کرده و بیان کنید به چه عددی همگرا می‌گردد. مشاهدات خود را توضیح دهید.

راهنمایی: ابتدا به کمک تابع  $\text{randi}()$  در متلب، یک آرایه  $100 \times 1$  از اعداد تصادفی ۰ یا ۱ بسازید (به عنوان مثال ۰ را شیر و ۱ را خط در نظر بگیرید). سپس هر بار، به ازای هر  $n$  که  $1 \leq n \leq 100$ ، میانگین  $n$  مقدار اول آرایه فوق را حساب کرده و آرایه‌ی  $100 \times 1$  جدید بسازید. آرایه‌ی جدید، پاسخ مسئله است که باید بر حسب  $n$  از ۱ تا ۱۰۰ رسم گردد.

سوال ۲) سکه‌ی ای با احتمال  $p$  رو و با احتمال  $1-p$  پشت می‌آید. آزمایشی را در نظر بگیرید که در آن، این سکه ۱۰۰ بار پرتاب شده و نسبت تعداد رو آمدن‌ها به تعداد کل پرتاب‌ها ( $=100$ ) به عنوان نتیجه آزمایش در نظر گرفته می‌شود.

اگر آزمایش فوق را  $m$  بار تکرار کرده و نتیجه این  $m$  آزمایش را در یک آرایه‌ی  $1 \times m$  ذخیره کنیم،

الف) با فرض  $p = 0.5$  و  $m = 100$ ، این آرایه را رسم کنید (مشابه بند الف سوال ۱). سپس به کمک قضیه دموآو-لاپلاس، منحنی گوسی را به عنوان تقریبی از توزیع دو جمله‌ای به همراه نمودار قبل رسم نموده و مشاهدات خود را توضیح دهید.

ب) بند الف را به ازای  $m = 1000$  تکرار کنید. چه تفاوتی مشاهده می‌شود؟

پ) بند الف را یک بار برای حالت  $p = 0.2$  و  $m = 1000$  و بار دیگر برای حالت  $p = 0.1$  و  $m = 1000$  شبیه سازی کنید و مشاهدات خود را توصیف کنید. چه تفاوتی با بند های پیشین مشاهده می شود؟

(یادآوری: توزیع دوجمله ای با پارامترهای  $n$  و  $p$  را می توان به صورت زیر با منحنی گوسی تقریب زد:

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{(k-np)^2}{2npq}}$$

که  $q = 1 - p$  .)

موفق و پیروز باشید

سروش ضیایی و آرین ظروفی