

به نام خدا

تمرینات سری هفتم درس آمار و احتمال

مهلت تحویل : ۱۲ آذر ماه ۹۸

سوال (۱) کدام یک از توابع زیر می توانند PDF توام متغیرهای تصادفی باشند؟ برای هر کدام از PDFها، ثابت مناسب k را بیابید.

الف) $f(x, y) = \frac{k}{1+x^2+y^2}$

ب) $f(x, y) = e^{a(x^2+y^2)}$

پ) $f(x, y) = \begin{cases} k & , \quad x^2 + y^2 < 1 \\ 0 & , \quad \text{در غیر این صورت} \end{cases}$

ت) $f(x, y) = \begin{cases} k - k\sqrt{x^2 + y^2} & , \quad x^2 + y^2 < 1 \\ 0 & , \quad \text{در غیر این صورت} \end{cases}$

ث) $f(x, y) = \begin{cases} xy & , \quad 0 < x < k, \quad 0 < y < k \\ 0 & , \quad \text{در غیر این صورت} \end{cases}$

ج) $f(x, y) = \begin{cases} 1 & , \quad x > 0, \quad y > 0, \quad x + y < a \\ 0 & , \quad \text{در غیر این صورت} \end{cases}$

سوال (۲) برای هر یک از PDFهای سوال ۱، مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $\Pr\{X > 0\}$

ب) $\Pr\{X + Y > 0\}$

(راهنمایی: ابتدا تحقیق کنید اگر $f(x, y)$ تابعی از $x^2 + y^2$ باشد، داریم

زمانی که حداقل یکی از a یا b غیر صفر است ، $\Pr\{aX + bY > 0\} = \Pr\{X > 0\}$)

سوال ۳) برای قسمت های ث) و ج)، PDF متغیر تصادفی X را به دست آورید.

سوال ۴) جدول زیر را برای متغیرهای تصادفی X و Y در نظر بگیرید: الف) توابع توزیع احتمال

| $X \backslash Y$ | 0 | 1 |
|------------------|------------------------|------------------------|
| 0 | $\frac{1}{2} - \theta$ | θ |
| 1 | θ | $\frac{1}{2} - \theta$ |

متغیرهای X و Y را به دست آورید.

ب) به ازای چه مقدار θ داریم

$$P(X = Y) = 1$$

؟

پ) به ازای چه مقدار θ داریم

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$$

؟