

PHILOSOPHIEHISTORISCHE TEXTE

531 "1912"

Ernst Mach

Die Mechanik in ihrer Entwicklung

Historisch-kritisch dargestellt

Herausgegeben
und mit einem Anhang versehen
von
Renate Wahsner
und
Horst-Heino von Borzeszkowski



AKADEMIE-VERLAG BERLIN

1988

Log. VIII. 491 (42)

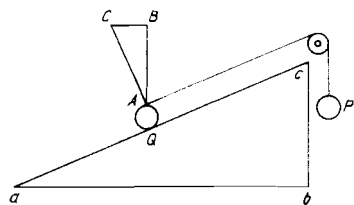


Fig. 17

so ist das Gewicht in einem Bogenelement, das in die schiefe Ebene fällt, beweglich. Daß sich die Bahn krümmt, wenn man weitergeht, hat keinen Einfluß, weil jene Weiterbewegung im Gleichgewichtsfall nicht wirklich erfolgt, und nur die momentane Beweglichkeit maßgebend ist. Halten wir uns aber die früher besprochene Bemerkung von Leonardo da Vinci vor Augen, so sehen wir leicht die Gültigkeit des Satzes $Q \cdot CB = P \cdot CA$ $\frac{Q}{P} = \frac{CA}{CB} = \frac{ca}{cb}$ und damit das Gleichgewichtsgesetz der schiefen Ebene ein. Hat man also das Hebelprinzip erkannt, so kann man es leicht zur Erkenntnis der andern Maschinen verwenden.

2. Das Prinzip der schiefen Ebene

1. *Stevin* (1548–1620) untersuchte die mechanischen Eigenschaften der schiefen Ebene auf eine ganz originelle Weise. Liegt ein Gewicht auf einem horizontalen Tisch (Fig. 18), so

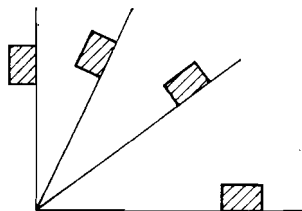


Fig. 18

daß Q gerade auf der schiefen Ebene liege, daß das Wesentliche vielmehr die Art der Beweglichkeit von Q ist. Wir können uns also das Gewicht auch an der zur Ebene senkrechten Stange AC , die um C drehbar ist, angebracht denken; wenn wir nämlich dann nur eine sehr kleine Drehung vornehmen,

so ist das Gewicht in einem Bogenelement, das in die schiefe Ebene fällt, beweglich. Daß sich die Bahn krümmt, wenn man weitergeht, hat keinen Einfluß, weil jene Weiterbewegung im Gleichgewichtsfall nicht wirklich erfolgt, und nur die momentane Beweglichkeit maßgebend ist. Halten wir uns aber die früher besprochene Bemerkung von Leonardo da Vinci vor Augen, so sehen wir leicht die Gültigkeit des

$$\frac{Q}{P} = \frac{CA}{CB} = \frac{ca}{cb}$$

und damit das Gleichgewichtsgesetz der schiefen Ebene ein. Hat man also das Hebelprinzip erkannt, so kann man es leicht zur Erkenntnis der andern Maschinen verwenden.

sieht man, weil der Druck senkrecht gegen die Ebene des Tisches ist, nach dem bereits mehrfach verwendeten Symmetrieprinzip das Bestehen des Gleichgewichts sofort ein. An einer vertikalen Wand hingegen wird ein Gewicht an seiner Fallbewegung gar nicht gehindert. Die schiefe Ebene

wird also einen Mittelfall zwischen den beiden Grenzflächen darbieten. Das Gleichgewicht wird nicht von selbst bestehen, wie auf der horizontalen Unterlage, es wird aber durch ein geringeres Gegengewicht zu erhalten sein als an der vertikalen Wand. Das statische Gesetz zu ermitteln, welches hier besteht, bereitete den älteren Forschern beträchtliche Schwierigkeiten.

Stevin geht etwa in folgender Art vor. Er denkt sich ein dreiseitiges Prisma mit horizontalen Kanten, dessen Querschnitt ABC in der Fig. 19 dargestellt ist. Hierbei soll beispielsweise $AB = 2 BC$ und AC horizontal sein. Um dieses Prisma legt *Stevin* eine in sich zurücklaufende Schnur mit 14 gleich schweren, gleich weit abstehenden Kugeln. Wir können dieselbe mit Vorteil durch eine geschlossene gleichmäßige Kette oder Schnur ersetzen. Die Kette wird entweder im Gleichgewicht sein oder nicht. Nehmen wir das letztere an, so muß die Kette, weil sich bei ihrer Bewegung die Verhältnisse nicht ändern, wenn sie einmal in Bewegung ist, fortwährend in Bewegung bleiben, also ein Perpetuum mobile darstellen, was *Stevin* absurd erscheint. Demnach ist nur der erste Fall denk-

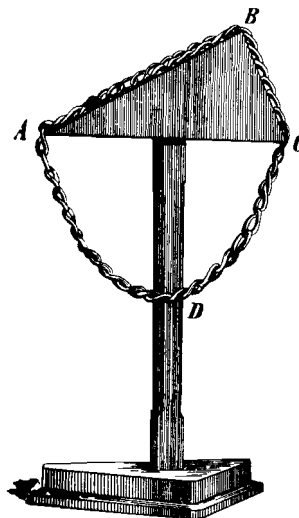


Fig. 19

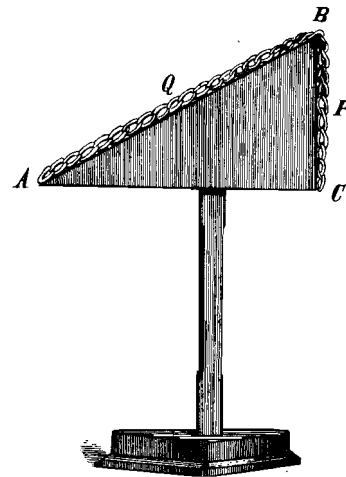


Fig. 20

bar. Die Kette bleibt im Gleichgewicht. Dann kann der symmetrische Kettenteil ADC ohne Störung des Gleichgewichts entfernt werden. Es hält also das Kettenstück AB dem Kettenstück BC das Gleichgewicht. Auf schiefen Ebenen von gleicher Höhe wirken demnach gleiche Gewichte im umgekehrten Verhältnis der Längen der schiefen Ebenen.

Denken wir uns in dem Prismenquerschnitt Fig. 20 AC horizontal, BC vertikal und $AB = 2 BC$, ferner die den Längen proportionalen Kettengewichte auf AB und BC , Q und P , so folgt $\frac{Q}{P} = \frac{AB}{BC} = 2$. Die Verallgemeinerung ist selbstverständlich.

2. In der Annahme, von welcher Stevin ausgeht, daß die geschlossene Kette sich nicht bewegt, liegt ohne Frage zunächst nur eine ganz *instinktive* Erkenntnis. Er fühlt sofort, und wir mit ihm, daß wir etwas einer derartigen Bewegung Ähnliches nie beobachtet, nie gesehen haben, daß dergleichen nicht vorkommt. Diese Überzeugung hat eine solche *logische Gewalt*, daß wir die hieraus gezogene Folgerung über das Gleichgewichtsgesetz der schiefen Ebene ohne Widerrede annehmen, während uns das Gesetz als bloßes Ergebnis des Versuchs oder auf eine andere Art dargelegt zweifelhaft erscheinen würde. Dies kann uns nicht befremden, wenn wir bedenken, daß jedes Versuchsergebnis durch fremdartige Umstände (Reibung) getrübt und jede Vermutung über die maßgebenden Umstände dem Irrtum ausgesetzt ist. Daß Stevin einer solchen instinktiven Erkenntnis eine höhere Autorität zuerkennt als seiner einfachen klaren direkten Beobachtung, könnte uns in Verwunderung versetzen, wenn wir selbst nicht die gleiche Empfindung hätten. Es drängt sich uns also die Frage auf: Woher kommt diese höhere Autorität? Erinnern wir uns, daß der wissenschaftliche Beweis, die ganze wissenschaftliche Kritik nur aus der Erkenntnis der eigenen Fehlbarkeit der Forscher hervorgegangen sein kann, so liegt die Aufklärung nicht weit. Wir fühlen deutlich, daß wir *selbst* zu dem Zustandekommen einer instinktiven Erkenntnis *nichts* beigetragen, daß wir nichts willkürlich hineingelegt haben, sondern daß sie ganz ohne *unser* Zutun da ist. Das Mißtrauen gegen unsere eigene subjektive Auffassung des Beobachteten fällt also weg.

Die Stevinsche Ableitung ist eine der wertvollsten Leitmuscheln in der Urgeschichte der Mechanik und wirft ein wun-

derbares Licht auf den Bildungsprozeß der Wissenschaft, auf die Entstehung derselben aus instinktiven Erkenntnissen. Wir erinnern uns, daß Archimedes ganz die gleiche Tendenz wie Stevin, nur mit weniger Glück verfolgt. Auch später noch werden instinktive Erkenntnisse häufig zum Ausgangspunkt von Untersuchungen genommen. Ein jeder Experimentator kann täglich an sich beobachten, wie er durch instinktive Erkenntnisse geleitet wird. Gelingt es ihm, begrifflich zu formulieren, was in denselben liegt, so hat er in der Regel einen erheblichen Fortschritt gemacht.

Stevins Vorgang ist kein Fehler. Läge darin auch ein Fehler, so würden wir ihn alle teilen. Ja es ist sogar gewiß, daß nur die Verbindung des stärksten Instinkts mit der größten begrifflichen Kraft den großen Naturforscher ausmacht. Dies nötigt uns aber keineswegs, aus dem Instinktiven in der Wissenschaft eine neue Mystik zu machen und dasselbe etwa für unfehlbar zu halten. Daß letzteres nicht zutrifft, erfährt man sehr leicht. Selbst instinktive Erkenntnisse von so großer logischer Kraft wie das von Archimedes verwendete Symmetrieprinzip können irreführen. Mancher Leser wird sich vielleicht erinnern, welche geistige Erschütterung es ihm verursachte, als er zum erstenmal hörte, daß eine im magnetischen Meridian liegende Magnetnadel durch einen über derselben parallel hingeführten Stromleiter in einem bestimmten Sinne *aus* dem Meridian abgelenkt wird. Das Instinktive ist ebenso fehlbar wie das klar Bewußte. Es hat vor allem nur Wert auf einem Gebiet, mit welchem man sehr vertraut ist.

Stellen wir uns, statt Mystik zu treiben, lieber die Frage: Wie entstehen instinktive Erkenntnisse, und was liegt in ihnen? Was wir an der Natur beobachten, prägt sich auch *unverstanden* und *unanalysiert* in unsern Vorstellungen aus, welche dann in den allgemeinsten und stärksten Zügen die Naturvorgänge nachahmen. Wir besitzen nun in diesen Erfahrungen einen Schatz, der immer bei der Hand ist und von welchem nur der kleinste Teil in den klaren Gedankenreihen enthalten ist. Der Umstand, daß wir diese Erfahrungen leichter verwenden können als die Natur selbst, und daß sie doch im *angedeuteten* Sinne frei von Subjektivität sind, verleiht ihnen einen hohen Wert. Es liegt in der Eigentümlichkeit der instinktiven Erkenntnis, daß sie vorwiegend negativer Natur ist.

Wir können nicht sowohl sagen, was vorkommen muß, als vielmehr nur, was nicht vorkommen kann, weil nur letzteres mit der unklaren Erfahrungsmasse, in welcher man das Einzelne nicht unterscheidet, in grellem Gegensatz steht.

Legen wir den instinktiven Erkenntnissen auch einen hohen heuristischen Wert bei, so dürfen wir auf unserm Standpunkte doch bei der Anerkennung ihrer Autorität nicht stehenbleiben. Wir müssen vielmehr fragen: Unter welchen Bedingungen konnte die gegebene instinktive Erkenntnis entstehen? Gewöhnlich finden wir dann, daß *dasselbe* Prinzip, zu dessen Begründung wir die instinktive Erkenntnis herangezogen haben, wieder die *Grundbedingung* für das Entstehen dieser Erkenntnis bildet. Das ist auch ganz unverfänglich. Die instinktive Erkenntnis leitet uns zu dem Prinzip, welches sie selbst erklärt und welches durch deren Vorhandensein, das ja eine Tatsache für sich ist, wieder gestützt wird. So verhält es sich auch, wenn man genau zusieht, in dem Stevinschen Fall.⁶

3. Die Betrachtung von Stevin erscheint uns so geistreich, weil das Resultat, zu welchem er gelangt, mehr zu enthalten scheint als die Voraussetzung, von welcher er ausgeht. Während wir einerseits das Resultat zur Vermeidung von Widersprüchen gelten lassen müssen, bleibt andererseits ein Reiz übrig, der uns antreibt, nach weiterer Einsicht zu streben. Hätte Stevin die ganze Tatsache nach allen Seiten klargelegt, wie dies Galilei getan hat, so würde uns seine Überlegung nicht mehr geistreich erscheinen, wir würden aber einen viel mehr befriedigenden und klaren Einblick erhalten. In der geschlossenen Kette, welche auf dem Prisma nicht gleitet, liegt in der Tat schon alles. Wir könnten sagen, die Kette gleitet nicht, weil hierbei kein Sinken der schweren Körper eintritt. Dies wäre nicht genau, denn manche Kettenglieder sinken wirklich bei der Bewegung der Kette, während andere dafür steigen. Wir müssen also genauer sagen, die Kette gleitet nicht, weil für jeden Körper, der sinken könnte, ein gleichschwerer gleichhoch, oder ein Körper von doppeltem Gewicht zur halben Höhe usw. steigen müßte. Dieses Verhältnis war Stevin, der es auch in seiner Lehre von den Rollen darlegte und benutzte, bekannt; er war aber offenbar zu mißtrauisch gegen sich, das Gesetz auch ohne weitere Stütze als für die schiefe Ebene gültig hinzustellen. Bestünde aber ein solches Gesetz nicht allgemein,

so hätte die instinktive Erkenntnis bezüglich der geschlossenen Kette gar nie entstehen können. Hiermit sind wir vollständig aufgeklärt. — Daß Stevin in seinen Überlegungen nicht so weit gegangen ist und sich damit begnügt hat, seine (indirekt gefundenen) Begriffe mit seinem instinktiven Denken in Übereinstimmung zu bringen, braucht uns nicht weiter zu stören.

Man kann den Stevinschen Vorgang noch in etwas anderer Weise auffassen. Wenn es für den Instinkt feststeht, daß eine geschlossene schwere Kette nicht rotiert, so sind die einzelnen einfachen, quantitativ leicht zu übersehenden Fälle der schiefen Ebene, welche Stevin erdenkt, als ebenso viele Spezialerfahrungen aufzufassen. Denn es kommt nicht darauf an, ob das Experiment wirklich ausgeführt wird, wenn der Erfolg nicht zweifelhaft ist. Stevin *experimentiert* eben in Gedanken. Aus den entsprechenden physischen Experimenten mit möglichst ausgeschlossener Reibung hätte sich das Stevinsche Ergebnis wirklich ableiten lassen. In analoger Weise kann die Archimedische Hebelbetrachtung etwa in der Galileischen Form aufgefaßt werden. Wenn die Reihe der fingierten Gedankenexperimente physisch ausgeführt worden wäre, hätte sich aus derselben in aller Strenge die *lineare* Abhängigkeit des Moments vom Achsenabstand der Last folgern lassen. Von dieser versuchsweisen Anpassung quantitativer Spezialauffassungen an allgemeine instinktive Eindrücke werden uns im Gebiete der Mechanik noch mehrere Beispiele bei den bedeutendsten Forschern vorkommen. Auch in andern Gebieten treten diese Erscheinungen auf. In dieser Beziehung möchte ich auf meine Darstellung in „Prinzipien der Wärmelehre“, S. 151,7 verweisen. Man kann sagen, daß die bedeutendsten und wichtigsten Erweiterungen der Wissenschaft auf diese Weise zustande kommen. Das von den großen Forschern geübte Verfahren des Zusammenstimmens der Einzelvorstellungen mit dem Allgemeinbild eines Erscheinungsgebietes, die stete Rücksicht auf das Ganze bei Betrachtung des Einzelnen, kann als ein wahrhaft philosophisches Verfahren bezeichnet werden. Eine wirklich philosophische Behandlung einer Spezialwissenschaft wird immer darin bestehen, daß man deren Ergebnisse mit dem feststehenden Gesamtwissen in Zusammenhang und Einklang bringt. Traumhafte Ausschreitungen der Philosophie, sowie unglückliche monströse Spezialtheorien entfallen hierdurch.

Es wird sich der Mühe lohnen, noch einmal die Übereinstimmung und den Unterschied in dem Gedankengang von Stevin und Archimedes zu betrachten. Beide gehen vom Instinktiven aus. Stevin hat aber die sehr allgemeine Einsicht gewonnen, daß eine leichtbewegliche, schwere, geschlossene Kette von beliebiger Form in Ruhe bleibt. Er kann hieraus ohne Schwierigkeit quantitativ leicht übersehbare spezielle Fälle ziehen. Der Fall, von welchem Archimedes ausgeht, ist hingegen der denkbar *speziellste*. Aus demselben kann er unmöglich in einwandfreier Weise das Verhalten unter *allgemeineren* Bedingungen ableiten. Wenn es ihm scheinbar gelingt, so liegt dies daran, daß er den Fall schon kennt, während Stevin das Gesuchte ohne Zweifel annähernd auch schon kennt, aber auf dem eingeschlagenen Wege auch direkt hätte finden können. Wird ein statisches Verhältnis auf solchem Wege wiedergefunden, so hat es einen *höhern* Wert als das Ergebnis eines messenden Experiments, welches von jenem immer etwas abweicht. Allein die Abweichung wächst mit den störenden Umständen, Reibung usw., und nimmt mit diesen ab. Das genaue statische Verhältnis ergibt sich durch *Idealisierung* und *Absehen* von den störenden Umständen. Es erscheint nun durch die Archimedischen und Stevinschen Prozeduren als eine durch die Erfahrung nahegelegte *Hypothese*, durch deren Aufgeben die einzelnen Tatsachen der Erfahrung sofort in logischen Widerspruch geraten würden. Nun erst können wir die Tatsachen mit exakten Begriffen operierend selbsttätig rekonstruieren, wissenschaftlich, logisch beherrschen. Der Hebel und die schiefe Ebene sind geradeso selbstgeschaffene Idealobjekte der Mechanik, wie die Dreiecke Idealobjekte der Geometrie sind. Diese Objekte allein können den logischen Forderungen vollkommen genügen, welche wir ihnen *aufgelegt* haben. Der physische Hebel genügt ihnen nur so weit, als er sich dem idealen nähert. Der Naturforscher strebt, seine *Ideale* der Wirklichkeit *anzupassen*.

Der Dienst, den Stevin sich und seinen Lesern leistet, besteht also darin, daß er verschiedene, teils instinktive, teils klare Erkenntnisse gegeneinanderhält, miteinander in Verbindung und Einklang bringt, aneinander stützt. Welche Stärkung seiner Anschauungen aber Stevin durch dieses Verfahren gewonnen hat, sehen wir aus dem Umstand, daß das Bild der

geschlossenen Kette auf dem Prisma als Titelvignette sein **Werk** (*Hypomnemata mathematica*, Leiden 1605) ziert mit der Umschrift: „Wonder en is gheen wonder“ (Fig. 21). Wirklich ist jeder aufklärende wissenschaftliche Fortschritt mit einem gewissen Gefühl von Enttäuschung verbunden. Wir erkennen, daß was uns wunderbar erschienen ist, nicht wunder-

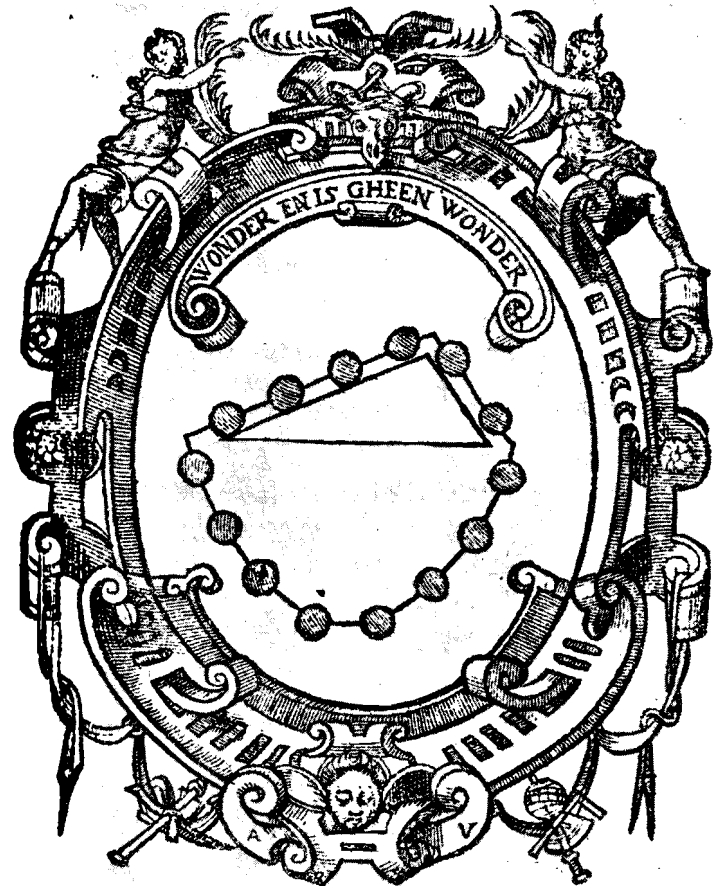


Fig. 21

barer ist als anderes, das wir instinktiv kennen und für selbstverständlich halten, ja daß das Gegenteil viel wunderbarer wäre, daß überall *dieselbe* Tatsache sich ausspricht. Unser Problem erweist sich dann als gar kein Problem mehr, es zerfließt in nichts und geht unter die historischen Schatten.

4. Nachdem Stevin das Prinzip der schiefen Ebene gewonnen hatte, wurde es ihm leicht, dasselbe auch auf die übrigen Maschinen anzuwenden und diese dadurch zu erläutern. Er macht hiervon z. B. auch folgende Anwendung.

Wir hätten eine schiefe Ebene (Fig. 22) und denken uns auf dieser die Last Q , ziehen einen Faden über eine Rolle A und denken uns die Last Q durch die Last P im Gleichgewicht gehalten. Stevin nimmt nun einen ähnlichen Weg, wie ihn Galilei eingeschlagen. Er bemerkt, es sei nicht notwendig, daß die Last Q auf der schiefen Ebene liege. Wenn nur die Art ihrer Beweglichkeit beibehalten wird, so bleibt auch das Verhältnis von Kraft und Last dasselbe. Wir können uns also die Last auch angebracht denken an einem Faden, der über eine Rolle D geführt wird und den wir entsprechend belasten, und zwar ist dieser Faden normal gegen die schiefe Ebene. Führen wir dies aus, so haben wir eigentlich eine sogenannte Seilmaschine vor uns. Nun sehen wir, daß wir den Gewichtsanteil, mit dem der Körper auf der schiefen Ebene nach abwärts strebt, sehr leicht ermitteln können. Wir brauchen nämlich nur eine Vertikale zu ziehen und auf dieser ein der Last Q entsprechendes Stück ab aufzutragen. Ziehen wir nachher auf aA die Senkrechte bc , so haben wir $\frac{P}{Q} = \frac{AC}{AB} = \frac{ac}{ab}$, es stellt also ac die Spannung der

Schnur aA vor. Nun hindert uns nichts, die beiden Schnüre ihre Funktion in Gedanken wechseln zu lassen, und uns die Last Q auf der (punktiert dargestellten) schiefen Ebene EDF liegend zu denken. Dann finden wir analog ad für die Spannung R des zweiten Fadens. Stevin gelangt also auf diese Weise indirekt zur Kenntnis des statischen Verhältnisses der Seilmaschine und des sogenannten Kräfteparallelogramms, freilich zunächst nur für den speziellen Fall gegeneinander senkrechter Schnüre (oder Kräfte) ac , ad .

Allerdings verwendet Stevin später das Prinzip der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte in allgemeinerer Form; doch ist der Weg, auf dem er hierzu gelangt, nicht recht deut-

lich oder wenigstens nicht übersichtlich. Er bemerkt z. B., daß bei drei unter beliebigen Winkeln gespannten Schnüren AB, AC, AD , an deren ersterer die Last P hängt, die Spannungen auf folgende Art ermittelt werden können. Man verlängert (Fig. 23) AB nach X und trägt darauf ein Stück AE ab. Zieht man von E aus EF parallel zu AD und EG parallel zu AC , so sind die Spannungen von AB, AC, AD beziehungsweise proportional AE, AF, AG .

Mit Hilfe dieses Konstruktionsprinzips löst er dann schon

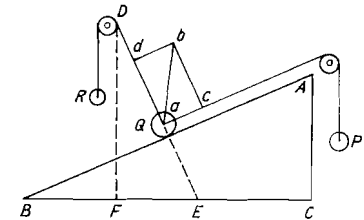


Fig. 22

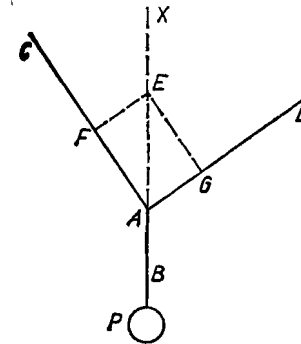


Fig. 23

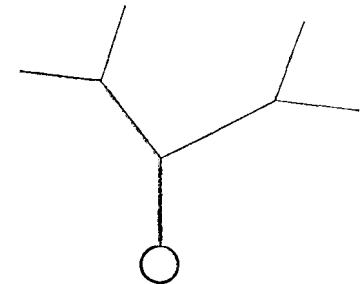


Fig. 24

recht komplizierte Aufgaben. Er bestimmt z. B. Spannungen an einem System von verzweigten Schnüren, Fig. 24, wobei er selbstverständlich von der gegebenen Spannung der vertikalen Schnur ausgeht.

Die Spannungsverhältnisse an einem Seilpolygon werden

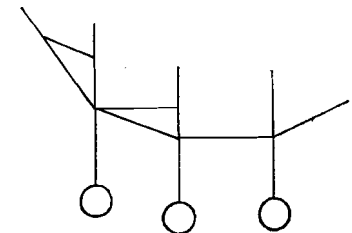


Fig. 25

