an die Vorschrift des genialen Theoretikers L. Boltzmann, man solle die Eleganz Sache der Schneider und Schuster sein lassen. Schwierigkeiten, die in der Sache begründet liegen, glaube ich dem Leser nicht vorenthalten zu haben. Dagegen habe ich die empirischen physikalischen Unterlagen der Theorie absichtlich stiefmütterlich behandelt, damit es dem der Physik ferner stehenden Leser nicht ergehe wie dem Wanderer, der vor lauter Bäumen keinen Wald sieht. Möge das Büchlein manchem einige frohe Stunden der Anregung bringen!

Dezember 1916.

A. Einstein.

Nachtrag zur dritten Auflage.

In diesem Jahre (1918) erschien im Springerschen Verlag ein ausführliches und vortreffliches, von H. Weyl verfaßtes Lehrbuch der allgemeinen Relativitätstheorie unter dem Titel „Raum . Zeit . Materie", das Mathematikern und Physikern hiermit warm empfohlen sei.

Erster Teil.

Über die spezielle Relativitätstheorie.

§ 1. Physikalischer Inhalt geometrischer Sätze.

Gewiß hast auch du, lieber Leser, als Knabe oder Mädchen mit dem stolzen Gebäude der Geometrie Euklids Bekanntschaft gemacht und erinnerst dich vielleicht mit mehr Achtung als Liebe an den stolzen Bau, auf dessen hohen Treppen du von gewissenhaften Fachlehrern in ungezählten Stunden umhergejagt wurdest. Gewiß würdest du kraft dieser deiner Vergangenheit jeden mit Verachtung strafen, der auch nur das abgelegenste Sätzchen dieser Wissenschaft für unwahr erklärte. Aber dies Gefühl stolzer Sicherheit verließe dich vielleicht sogleich, wenn dich einer fragte: „Was meinst du denn mit der Behauptung, daß diese Sätze wahr seien?" Bei dieser Frage wollen wir ein wenig verweilen.

Die Geometrie geht aus von gewissen Grundbegriffen, wie Ebene, Punkt, Gerade, mit denen wir mehr oder minder deutliche Vorstellungen zu verbinden imstande sind, und von gewissen einfachen Sätzen (Axiomen), die wir auf Grund jener Vorstellungen als „wahr" hinzunehmen geneigt sind. Alle übrigen Sätze werden dann auf Grund einer logischen Methode, deren Berechtigung wir uns anzuerkennen genötigt fühlen, auf jene Axiome zurückgeführt, d. h. bewiesen. Ein Satz ist dann richtig bzw. „wahr", wenn er in der anerkannten Weise aus den Axiomen hergeleitet ist. Die Frage nach der „Wahrheit" der einzelnen geometrischen Sätze führt also zurück auf die Frage nach der „Wahrheit" der Axiome. Längst aber ist es bekannt, daß die letztere Frage nicht nur durch die Methoden der Geometrie nicht beantwortbar, sondern überhaupt an sich ohne Sinn ist. Man kann nicht fragen, ob es wahr sei, daß durch zwei Punkte nur eine Gerade hindurchgeht. Man kann nur sagen, daß die Euklidische Geometrie von Gebilden handelt, die sie „Gerade" nennt, und denen sie die Eigenschaft beilegt, durch zwei ihrer Punkte eindeutig bestimmt zu sein. Der Begriff „wahr" paßt nicht auf die Aussagen der reinen Geometrie, weil wir mit dem Worte „wahr" in letzter Linie stets die Übereinstimmung mit einem „realen" Gegenstande zu bezeichnen pflegen; die Geometrie aber befaßt sich nicht mit der Beziehung ihrer Begriffe zu den Gegenständen der Erfahrung, sondern nur mit dem logischen Zusammenhang dieser Begriffe untereinander.

Daß wir uns trotzdem dazu hingezogen fühlen, die Sätze der Geometrie als „wahr" zu bezeichnen, erklärt sich leicht. Den geometrischen Begriffen entsprechen mehr oder weniger exakt Gegenstände in der Natur, welch letztere ohne Zweifel die alleinige Ursache für die Entstehung jener Begriffe sind. Mag die Geometrie, um ihrem Gebäude die größtmögliche logische Geschlossenheit zu geben, hiervon Abstand nehmen; die Gewohnheit, beispielsweise in einer Strecke zwei markierte Stellen auf einem praktisch starren Körper zu sehen, steckt tief in unseren Denkgewohnheiten. Wir sind ferner gewohnt, drei Orte als auf einer Geraden befindlich anzunehmen, wenn wir ihre scheinbaren Sehorte durch passende Wahl des Beobachtungsortes bei einäugigem Sehen zusammenfallen lassen können.

Wenn wir nun, der Denkgewohnheit folgend, den Sätzen der Euklidischen Geometrie den einzigen Satz zufügen, daß zwei Punkten eines praktisch starren Körpers stets die nämliche Entfernung (Strecke) entspreche, was für Lagenänderungen wir auch mit dem Körper vornehmen mögen, so werden aus den Sätzen der euklidischen Geometrie Sätze über die mögliche relative Lagerung praktisch starrer

Körper[1]). Die so ergänzte Geometrie ist dann als ein Zweig der Physik zu behandeln. Jetzt kann mit Recht nach der „Wahrheit" so interpretierter geometrischer Sätze gefragt werden, denn es kann gefragt werden, ob jene Sätze zutreffen für diejenigen realen Dinge, welche wir den geometrischen Begriffen zugeordnet haben. Etwas ungenau können wir also sagen, daß wir unter der „Wahrheit" eines geometrischen Satzes in diesem Sinne sein Zutreffen bei einer Konstruktion mit Zirkel und Lineal verstehen.

Die Überzeugung von der „Wahrheit" der geometrischen Sätze in diesem Sinne beruht natürlich ausschließlich auf ziemlich unvollkommenen Erfahrungen. Wir werden jene Wahrheit der geometrischen Sätze zunächst voraussetzen, um dann im letzten Teile unserer Betrachtungen (bei der allgemeinen Relativitätstheorie) zu sehen, daß und inwiefern jene Wahrheit ihre Grenzen hat.

§ 2. Das Koordinatensystem.

Auf Grund der angedeuteten physikalischen Interpretation des Abstandes sind wir auch in der Lage, den Abstand zweier Punkte eines starren Körpers auf Grund von Messungen festzusetzen. Dazu brauchen wir eine ein- für allemal zu benutzende Strecke (Stäbchen S), welche als Einheitsmaßstab verwendet wird. Sind nun A und B zwei Punkte eines starren Körpers, so ist deren Verbindungsgerade konstruierbar nach den Gesetzen der Geometrie; hierauf kann man auf dieser Verbindungsgeraden die Strecke S von A aus so oft abtragen, bis man nach B gelangt. Die Zahl der Wiederholungen des Abtragens ist die Maßzahl der Strecke $\overline{AB}$. Hierauf beruht alles Messen von Längen[2]).

[1]) Damit ist auch der geraden Linie ein Naturobjekt zugeordnet. Drei Punkte eines starren Körpers A, B, C liegen dann in einer Geraden, wenn bei gegebenen Punkten A und C der Punkt B so gewählt ist, daß die Summe der Entfernungen $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ möglichst gering wird. Diese lückenhafte Andeutung mag in diesem Zusammenhange genügen.

[2]) Dabei ist allerdings angenommen, daß die Messung aufgehe, d. h. eine ganze Zahl ergebe. Von dieser Schwierigkeit befreit man sich durch

Jede räumliche Beschreibung des Ortes eines Ereignisses oder Gegenstandes beruht darauf, daß man den Punkt eines starren Körpers (Bezugskörpers) angibt, mit dem jenes Ereignis koinzidiert. Dies gilt nicht nur für die wissenschaftliche Beschreibung, sondern auch für das tägliche Leben. Analysiere ich die Ortsangabe „in Berlin, auf dem Potsdamer Platz", so bedeutet sie folgendes. Der Erdboden ist der starre Körper, auf den sich die Ortsangabe bezieht; auf ihm ist „Potsdamerplatz in Berlin" ein markierter, mit Namen versehener Punkt, mit dem das Ereignis räumlich koinzidiert[1]).

Diese primitive Art der Ortsangabe kennt nur Orte an der Oberfläche starrer Körper und ist an das Vorhandensein unterscheidbarer Punkte dieser Oberfläche gebunden. Sehen wir zu, wie sich der menschliche Geist von diesen beiden Beschränkungen befreit, ohne daß das Wesen der Ortsangabe eine Änderung erfährt! Schwebt beispielsweise über dem Potsdamer Platz eine Wolke, so kann der Ort dieser, bezogen auf die Erdoberfläche, dadurch festgelegt werden, daß man auf dem Platze senkrecht eine Stange errichtet, die bis zur Wolke hinaufreicht. Die mit dem Einheitsmaßstab gemessene Länge der Stange in Verbindung mit der Angabe des Ortes des Fußpunktes der Stange ist dann eine vollständige Ortsangabe. An diesem Beispiele sehen wir, auf welchem Wege eine Verfeinerung des Ortsbegriffes vor sich gegangen ist.

a) Man setzt den starren Körper, auf den sich die Ortsangabe bezieht, in solcher Weise fort, daß der zu lokalisierende Gegenstand von dem vervollständigten starren Körper erreicht wird.

b) Man benutzt zur Charakterisierung des Ortes die Zahl statt benannter Merkpunkte (hier die mit dem Maßstab gemessene Länge der Stange).

die Anwendung geteilter Maßstäbe, deren Einführung keine prinzipiell neue Methode verlangt.

[1]) Eine weitere Untersuchung darüber, was hier „räumliche Koinzidenz" bedeutet, ist hier nicht nötig; denn dieser Begriff ist insofern klar, als im einzelnen realen Falle Meinungsverschiedenheiten darüber, ob er zutreffe oder nicht, kaum auftreten dürften.

c) Man spricht von der Höhe der Wolke auch dann, wenn eine Stange, welche die Wolke erreicht, gar nicht errichtet ist. In unserem Falle ermittelt man aus optischen Aufnahmen der Wolke von verschiedenen Stellen des Bodens aus unter Berücksichtigung der Ausbreitungseigenschaften des Lichtes, wie lang die Stange gemacht werden müßte, um die Wolke zu erreichen.

Aus dieser Überlegung sieht man, daß es für die Beschreibung von Orten vorteilhaft sein wird, wenn es gelingt, sich durch Verwendung von Meßzahlen von der Existenz mit Namen versehener Merkpunkte auf dem starren Körper, auf den sich die Ortsangabe bezieht, unabhängig zu machen. Dies erreicht die messende Physik durch Anwendung des Kartesischen Koordinatensystems.

Dieses besteht in drei zueinander senkrechten, zu einem starren Körper verbundenen starren, ebenen Wänden. Der Ort irgendeines Geschehnisses in bezug auf das Koordinatensystem wird (im wesentlichen) beschrieben durch die Angabe der Länge der drei Lote oder Koordinaten (x, y, z), vgl. Fig. 2, S. 22, welche von dem Geschehnis aus auf jene drei ebenen Wände gefällt werden können. Die Längen dieser drei Lote sind durch eine Folge von Manipulationen mit starren Stäben ermittelbar, welche Manipulationen durch die Gesetze und Methoden der Euklidischen Geometrie vorgeschrieben werden.

Bei den Anwendungen sind jene das Koordinatensystem bildenden starren Wände meist nicht realisiert; auch werden die Koordinaten nicht wirklich durch Konstruktionen mit starren Stäben, sondern indirekt ermittelt. Der physikalische Sinn der Ortsangaben muß jedoch stets den vorstehenden Erörterungen gemäß gesucht werden, wenn die Ergebnisse der Physik und Astronomie nicht ins Unklare zerfließen sollen[1]).

Es ergibt sich also folgendes: Jede räumliche Beschreibung von Geschehnissen bedient sich eines starren Körpers, auf

[1]) Erst durch die im zweiten Teil des Büchleins behandelte allgemeine Relativitätstheorie wird eine Verfeinerung und Änderung dieser Auffassungen nötig.

den die Geschehnisse räumlich zu beziehen sind. Jene Beziehung setzt voraus, daß für „Strecken“ die Gesetze der Euklidischen Geometrie gelten, wobei die „Strecke“ physikalisch repräsentiert wird durch zwei Marken auf einem starren Körper.

§ 3. Raum und Zeit in der klassischen Mechanik.

Wenn ich ohne schwere Bedenken und eingehende Erläuterungen die Aufgabe der Mechanik so formuliere: „Die Mechanik hat zu beschreiben, wie die Körper mit der Zeit ihren Ort im Raume ändern“, so nehme ich einige Todsünden gegen den heiligen Geist der Klarheit auf mein Gewissen; diese Sünden sollen zunächst aufgedeckt werden.

Es ist unklar, was hier unter „Ort“ und „Raum“ zu verstehen ist. Ich stehe am Fenster eines gleichförmig fahrenden Eisenbahnwagens und lasse einen Stein auf den Bahndamm fallen, ohne ihm einen Schwung zu geben. Dann sehe ich (abgesehen vom Einfluß des Luftwiderstandes) den Stein geradlinig herabfallen. Ein Fußgänger, der die Übeltat vom Fußwege aus mit ansieht, bemerkt, daß der Stein in einem Parabelbogen zur Erde herabfällt. Ich frage nun: Liegen die „Orte“, welche der Stein durchläuft, „in Wirklichkeit“ auf einer Geraden oder auf einer Parabel? Was bedeutet hier ferner Bewegung „im Raume“? Die Antwort ist nach den Überlegungen des § 2 selbstverständlich. Zunächst lassen wir das dunkle Wort „Raum“, unter dem wir uns bei ehrlichem Geständnis nicht das geringste denken können, ganz beiseite; wir setzen statt dessen „Bewegung in bezug auf einen praktisch starren Bezugskörper“. Die Orte in bezug auf den Bezugskörper (Bahnwagen oder Erdboden) sind im vorigen Paragraphen bereits ausführlich definiert worden. Indem wir statt „Bezugskörper“ den für die mathematische Beschreibung nützlichen Begriff „Koordinatensystem“ einführen, können wir sagen: Der Stein beschreibt in bezug auf ein mit dem Wagen starr verbundenes Koordinatensystem eine Gerade, in bezug auf ein mit dem Erdboden starr verbundenes Koordinatensystem eine Parabel. Man sieht an diesem Beispiel deutlich, daß es eine Bahnkurve[1]) an sich nicht gibt, sondern nur eine Bahnkurve in bezug auf einen bestimmten Bezugskörper.

Eine vollständige Beschreibung der Bewegung kommt aber erst dadurch zustande, daß man angibt, wie der Körper seinen Ort mit der Zeit ändert; d. h. es muß für jeden Punkt der Bahnkurve angegeben werden, zu welcher Zeit der Körper sich dort befindet. Diese Angaben müssen durch eine solche Definition der Zeit vervollständigt werden, daß diese Zeitwerte kraft jener Definition als prinzipiell beobachtbare Größen (Resultate von Messungen) angesehen werden können. Dieser Forderung entsprechen wir — auf dem Boden der klassischen Mechanik stehend — für unser Beispiel in folgender Weise. Wir denken uns zwei genau gleich beschaffene Uhren; die eine hat der Mann am Eisenbahnwagenfenster, die andere der Mann auf dem Fußwege in der Hand. Jeder der beiden stellt fest, an welcher Stelle des betreffenden Bezugskörpers der Stein sich gerade befindet, wenn die Uhr tickt, die er in der Hand hat. Dabei verzichten wir auf ein Eingehen auf die Ungenauigkeit, welche durch die Endlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes hereinkommt. Hiervon und von einer zweiten hier obwaltenden Schwierigkeit wird später ausführlich die Rede sein.

§ 4. Das Galileische Koordinatensystem.

Bekanntlich lautet das unter dem Namen Trägheitsgesetz bekannte Grundgesetz der Galilei-Newtonschen Mechanik: Ein von anderen Körpern hinreichend entfernter Körper verharrt im Zustande der Ruhe oder der gleichförmig-geradlinigen Bewegung. Dieser Satz sagt nicht nur etwas aus über die Bewegung der Körper, sondern auch über die in der Mechanik zulässigen Bezugskörper oder Koordinatensysteme, welche bei der mechanischen Beschreibung verwendet werden dürfen. Körper, auf welche der Trägheitssatz sicherlich mit großer Annäherung Anwendung finden kann, sind die sichtbaren Fixsterne. Benutzen wir nun ein Koordinatensystem, welches

[1]) Das heißt Kurve, in der sich der Körper bewegt.

mit der Erde starr verbunden ist, so beschreibt relativ zu ihm jeder Fixstern im Laufe eines (astronomischen) Tages einen Kreis von ungeheurem Radius, im Widerspruch mit dem Wortlaut des Trägheitsgesetzes. Hält man also an diesem Gesetze fest, so darf man die Bewegungen nur auf Koordinatensysteme beziehen, relativ zu welchen die Fixsterne keine Kreisbewegungen ausführen. Ein Koordinatensystem, dessen Bewegungszustand ein solcher ist, daß relativ zu ihm das Trägheitsgesetz gilt, nennen wir ein „Galileisches Koordinatensystem". Nur für ein Galileisches Koordinatensystem beanspruchen die Gesetze der Galilei-Newtonschen Mechanik Gültigkeit.

§ 5. Das Relativitätsprinzip (im engeren Sinne).

Wir gehen wieder, um möglichste Anschaulichkeit zu erzielen, von dem Beispiel des gleichmäßig fahrenden Eisenbahnwagens aus. Seine Bewegung nennen wir eine gleichförmige Translation („gleichförmig", weil von konstanter Geschwindigkeit und Richtung, „Translation", weil der Wagen relativ zum Fahrdamm zwar seinen Ort ändert, aber hierbei keine Drehungen ausführt). Es fliege ein Rabe geradlinig und gleichförmig — vom Bahndamm aus beurteilt — durch die Luft. Dann ist — vom fahrenden Wagen aus beurteilt — die Bewegung des Raben zwar eine Bewegung von anderer Geschwindigkeit und anderer Richtung; aber sie ist ebenfalls geradlinig und gleichförmig. Abstrakt ausgedrückt: Bewegt sich eine Masse m geradlinig und gleichförmig in bezug auf ein Koordinatensystem K, so bewegt sie sich auch geradlinig und gleichförmig in bezug auf ein zweites Koordinatensystem K', falls letzteres in bezug auf K eine gleichförmige Translationsbewegung ausführt. Hieraus folgt mit Rücksicht auf die Darlegung des vorigen Paragraphen:

Ist K ein Galileisches Koordinatensystem, so ist auch jedes andere Koordinatensystem K' ein Galileisches, das gegenüber K im Zustande gleichförmiger Translationsbewegung ist. In bezug auf K' gelten die Gesetze der Galilei-Newtonschen Mechanik ebenso wie in bezug auf K.

Wir gehen in der Verallgemeinerung noch einen Schritt weiter, indem wir den Satz aussprechen: Ist K' ein in bezug auf K gleichförmig und drehungsfrei bewegtes Koordinatensystem, so verläuft das Naturgeschehen in bezug auf K' nach genau denselben allgemeinen Gesetzen wie in bezug auf K. Diese Aussage nennen wir „Relativitätsprinzip" (im engeren Sinne).

Solange man überzeugt war, daß sich alles Naturgeschehen mit Hilfe der klassischen Mechanik darstellen lasse, konnte man an der Gültigkeit dieses Relativitätsprinzips nicht zweifeln. Mit der neueren Entwickelung der Elektrodynamik und Optik aber ward es immer mehr offenkundig, daß die klassische Mechanik als Grundlage für alle physikalische Naturbeschreibung nicht zureichend sei. Damit wurde auch die Frage nach der Gültigkeit des Relativitätsprinzips zu einer wohl diskutierbaren, und es erschien nicht ausgeschlossen, daß die Antwort auf diese Frage verneinend sein könnte.

Immerhin gibt es zwei allgemeine Tatsachen, die von vornherein sehr für die Gültigkeit des Relativitätsprinzips sprechen. Wenn nämlich die klassische Mechanik auch nicht eine genügend breite Basis für die theoretische Darstellung aller physikalischen Erscheinungen liefert, so muß ihr doch ein sehr bedeutender Wahrheitsgehalt zukommen; denn sie liefert mit bewunderungswürdiger Schärfe die tatsächlichen Bewegungen der Himmelskörper. Es muß daher auch das Relativitätsprinzip auf dem Gebiete der Mechanik jedenfalls mit großer Genauigkeit gelten. Daß aber ein Prinzip von so großer Allgemeinheit, welches auf einem Erscheinungsgebiete mit solcher Exaktheit gilt, einem anderen Erscheinungsgebiete gegenüber versage, ist a priori wenig wahrscheinlich.

Das zweite Argument, auf welches wir später noch zurückkommen werden, ist folgendes. Wenn das Relativitätsprinzip (im engeren Sinne) nicht gilt, so werden die relativ zueinander gleichförmig bewegten Galileischen Koordinatensysteme K, K', K'' usw. nicht gleichwertig sein für die Beschreibung des Naturgeschehens. Dann wäre es kaum anders denkbar, als daß die Naturgesetze besonders einfach und natürlich sich nur dann formulieren ließen, wenn unter allen Galileischen

Koordinatensystemen eines (K_0) von bestimmtem Bewegungszustande als Bezugskörper gewählt würde. Dieses würden wir dann mit Recht (wegen seiner Vorzüge für die Naturbeschreibung) als das „absolut ruhende“ bezeichnen, die übrigen Galileischen Systeme K aber als „bewegt“. Wäre z. B. unser Bahndamm das System K_0, so wäre unser Eisenbahnwagen ein System K, in bezug auf welches weniger einfache Gesetze gelten würden als in bezug auf K_0. Diese geringere Einfachheit würde darauf zurückzuführen sein, daß der Wagen K gegen K_0 (d. h. „wirklich“) bewegt sei. In diesen in bezug auf K formulierten allgemeinen Naturgesetzen müßten Größe und Richtung der Fahrgeschwindigkeit des Wagens eine Rolle spielen. Es wäre z. B. zu erwarten, daß der Ton einer Orgelpfeife ein anderer wäre, wenn diese mit ihrer Achse parallel zur Fahrrichtung gestellt wird, als wenn sie mit ihrer Achse senkrecht zu dieser Richtung gestellt wird. Nun ist aber unsere Erde wegen ihrer Bahnbewegung um die Sonne einem mit etwa 30 km Geschwindigkeit fahrenden Wagen vergleichbar. Es wäre daher im Falle der Ungültigkeit des Relativitätsprinzips zu erwarten, daß die momentane Bewegungsrichtung der Erde in die Naturgesetze eingehe, daß also die physikalischen Systeme in ihrem Verhalten von der räumlichen Orientierung gegen die Erde abhängen sollten. Denn wegen der im Laufe des Jahres stattfindenden Änderung der Richtung der Geschwindigkeit der Umlaufsbewegung der Erde kann diese nicht das ganze Jahr hindurch relativ zu dem hypothetischen System K_0 in Ruhe sein. Bei aller Sorgfalt hat man aber eine derartige Anisotropie des irdischen physikalischen Raumes, d. h. eine physikalische Ungleichwertigkeit der verschiedenen Richtungen, niemals beobachten können. Dies ist ein schwer wiegendes Argument zugunsten des Relativitätsprinzips.

§ 6. Das Additionstheorem der Geschwindigkeiten gemäß der klassischen Mechanik.

Der schon oft betrachtete Eisenbahnwagen fahre mit der konstanten Geschwindigkeit v auf dem Geleise. Im Eisenbahnwagen durchschreite ein Mann den Wagen in dessen

Längsrichtung, und zwar in Richtung der Fahrt mit der Geschwindigkeit w. Wie rasch bzw. mit welcher Geschwindigkeit W kommt der Mann relativ zum Bahndamm während des Gehens vorwärts? Die einzig mögliche Antwort scheint aus folgender Überlegung zu entspringen:

Würde der Mann eine Sekunde lang still stehen, so käme er relativ zum Bahndamm um eine der Fahrgeschwindigkeit des Wagens gleiche Strecke v vorwärts. In Wirklichkeit durchmißt er aber außerdem relativ zum Wagen, also auch relativ zum Bahndamm in dieser Sekunde durch sein Gehen die Strecke w, welche der Geschwindigkeit seines Ganges gleich ist. Er legt also in der betrachteten Sekunde relativ zum Bahndamm im ganzen die Strecke

$$W = v + w$$

zurück. Später werden wir sehen, daß diese Überlegung, welche das Additionstheorem der Geschwindigkeiten gemäß der klassischen Mechanik ausdrückt, nicht aufrecht erhalten werden kann, daß also das soeben hingeschriebene Gesetz in Wahrheit nicht zutrifft. Einstweilen aber werden wir auf dessen Richtigkeit bauen.

§ 7. Die scheinbare Unvereinbarkeit des Ausbreitungsgesetzes des Lichtes mit dem Relativitätsprinzip.

Es gibt kaum ein einfacheres Gesetz in der Physik als dasjenige, gemäß welchem sich das Licht im leeren Raume fortpflanzt. Jedes Schulkind weiß oder glaubt zu wissen, daß diese Fortpflanzung geradlinig mit einer Geschwindigkeit $c = 300000$ km/Sek. geschieht. Wir wissen jedenfalls mit großer Exaktheit, daß diese Geschwindigkeit für alle Farben dieselbe ist; denn wäre dies nicht der Fall, so würde bei der Bedeckung eines Fixsternes durch seinen dunklen Begleiter das Emissionsminimum für die verschiedenen Farben nicht gleichzeitig beobachtet werden. Durch eine ähnliche, an die Beobachtungen der Doppelsterne sich knüpfende Überlegung konnte der holländische Astronom De Sitter auch zeigen, daß die

Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von der Bewegungsgeschwindigkeit des das Licht emittierenden Körpers nicht abhängen kann. Die Annahme, daß diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Richtung „im Raume" abhänge, ist an sich unwahrscheinlich.

Kurz, nehmen wir einmal an, das einfache Gesetz von der konstanten Lichtgeschwindigkeit c (im Vakuum) werde von dem Schulkinde mit Recht geglaubt! Wer möchte denken, daß dieses simple Gesetz den gewissenhaft überlegenden Physiker in die größten gedanklichen Schwierigkeiten gestürzt hat? Diese Schwierigkeiten ergeben sich wie folgt.

Natürlich müssen wir den Vorgang der Lichtausbreitung wie jeden anderen auf einen starren Bezugskörper (Koordinatensystem) beziehen. Als solchen wählen wir wieder unseren Bahndamm. Die Luft über demselben wollen wir uns weggepumpt denken. Längs des Bahndammes werde ein Lichtstrahl gesandt, dessen Scheitel sich nach dem vorigen mit der Geschwindigkeit c relativ zum Bahndamme fortpflanzt. Auf dem Geleise fahre wieder unser Eisenbahnwagen mit der Geschwindigkeit v, und zwar in derselben Richtung, in der sich der Lichtstrahl fortpflanzt, aber natürlich viel langsamer. Wir fragen nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtstrahles relativ zum Wagen. Es ist leicht ersichtlich, daß hier die Betrachtung des vorigen Paragraphen Anwendung finden kann; denn der relativ zum Eisenbahnwagen laufende Mann spielt die Rolle des Lichtstrahles. Statt dessen Geschwindigkeit W gegen den Bahndamm tritt hier die Lichtgeschwindigkeit gegen diesen; w ist die gesuchte Geschwindigkeit des Lichtes gegen den Wagen, für welche also gilt:

$$w = c - v.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtstrahles relativ zum Wagen ergibt sich also als kleiner als c.

Dies Ergebnis verstößt aber gegen das im § 5 dargelegte Relativitätsprinzip. Das Gesetz der Lichtausbreitung im Vakuum müßte nämlich nach dem Relativitätsprinzip wie jedes andere allgemeine Naturgesetz für den Eisenbahnwagen

als Bezugskörper gleich lauten wie für das Geleise als Bezugskörper. Das erscheint aber nach unserer Betrachtung unmöglich. Wenn sich jeder Lichtstrahl in bezug auf den Damm mit der Geschwindigkeit c fortpflanzt, so scheint eben deshalb das Lichtausbreitungsgesetz in bezug auf den Wagen ein anderes sein zu müssen — im Widerspruch mit dem Relativitätsprinzip.

Im Hinblick auf dies Dilemma erscheint es unerläßlich, entweder das Relativitätsprinzip oder das einfache Gesetz der Fortpflanzung des Lichtes im Vakuum aufzugeben. Gewiß wird der Leser, der den bisherigen Ausführungen aufmerksam gefolgt ist, erwarten, daß das Prinzip der Relativität, das sich durch seine Natürlichkeit und Einfachheit dem Geiste als fast unabweislich empfiehlt, aufrecht zu erhalten sei, daß aber das Gesetz der Lichtausbreitung im Vakuum durch ein komplizierteres, mit dem Relativitätsprinzip vereinbares Gesetz zu ersetzen sei. Die Entwickelung der theoretischen Physik zeigte aber, daß dieser Weg nicht gangbar ist. Die bahnbrechenden theoretischen Forschungen von H. A. Lorentz über die elektrodynamischen und optischen Vorgänge in bewegten Körpern zeigten nämlich, daß die Erfahrungen in diesen Gebieten mit zwingender Notwendigkeit zu einer Theorie der elektromagnetischen Vorgänge führen, welche das Gesetz der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur unabweisbaren Konsequenz hat. Deshalb waren die führenden Theoretiker eher geneigt, das Relativitätsprinzip fallen zu lassen, trotzdem sich keine einzige Erfahrungstatsache auffinden ließ, welche diesem Prinzip widersprochen hätte.

Hier setzte die Relativitätstheorie ein. Durch eine Analyse der physikalischen Begriffe von Zeit und Raum zeigte sich, daß in Wahrheit eine Unvereinbarkeit des Relativitätsprinzips mit dem Ausbreitungsgesetz des Lichtes gar nicht vorhanden sei, daß man vielmehr durch systematisches Festhalten an diesen beiden Gesetzen zu einer logisch einwandfreien Theorie gelange. Diese Theorie, welche wir zum Unterschiede von ihrer später zu besprechenden Erweiterung als „spezielle Relativitätstheorie" bezeichnen, soll im folgenden in ihren Grundgedanken dargestellt werden.

§ 8. Über den Zeitbegriff in der Physik.

An zwei weit voneinander entfernten Stellen *A* und *B* unseres Bahndammes hat der Blitz ins Geleise eingeschlagen. Ich füge die Behauptung hinzu, diese beiden Schläge seien gleichzeitig erfolgt. Wenn ich dich nun frage, lieber Leser, ob diese Aussage einen Sinn habe, so wirst du mir mit einem überzeugten „Ja" antworten. Wenn ich aber jetzt in dich dringe mit der Bitte, mir den Sinn der Aussage genauer zu erklären, merkst du nach einiger Überlegung, daß die Antwort auf diese Frage nicht so einfach ist, wie es auf den ersten Blick scheint.

Nach einiger Zeit wird dir vielleicht folgende Antwort in den Sinn kommen: „Die Bedeutung der Aussage ist an und für sich klar und bedarf keiner weiteren Erläuterung; einiges Nachdenken müßte ich allerdings aufwenden, wenn ich den Auftrag erhielte, durch Beobachtungen zu ermitteln, ob im konkreten Falle die beiden Ereignisse gleichzeitig stattfanden oder nicht." Mit dieser Antwort kann ich mich aber aus folgendem Grunde nicht zufrieden geben. Gesetzt, ein geschickter Meteorologe hätte durch scharfsinnige Überlegungen herausgefunden, daß es an den Orten *A* und *B* immer gleichzeitig einschlagen müsse, dann entsteht die Aufgabe, nachzuprüfen, ob dieses theoretische Resultat der Wirklichkeit entspricht oder nicht. Analog ist es bei allen physikalischen Aussagen, bei denen der Begriff „gleichzeitig" eine Rolle spielt. Der Begriff existiert für den Physiker erst dann, wenn die Möglichkeit gegeben ist, im konkreten Falle herauszufinden, ob der Begriff zutrifft oder nicht. Es bedarf also einer solchen Definition der Gleichzeitigkeit, daß diese Definition die Methode an die Hand gibt, nach welcher im vorliegenden Falle aus Experimenten entschieden werden kann, ob beide Blitzschläge gleichzeitig erfolgt sind oder nicht. Solange diese Forderung nicht erfüllt ist, gebe ich mich als Physiker (allerdings auch als Nichtphysiker!) einer Täuschung hin, wenn ich glaube, mit der Aussage der Gleichzeitigkeit einen

Sinn verbinden zu können. (Bevor du mir dies mit Überzeugung zugegeben hast, lieber Leser, lies nicht weiter.)

Nach einiger Zeit des Nachdenkens machst du nun folgenden Vorschlag für das Konstatieren der Gleichzeitigkeit. Die Verbindungsstrecke *AB* werde dem Geleise nach ausgemessen und in die Mitte *M* der Strecke ein Beobachter gestellt, der mit einer Einrichtung versehen ist (etwa zwei um 90° gegeneinander geneigte Spiegel), die ihm eine gleichzeitige optische Fixierung beider Orte *A* und *B* erlaubt. Nimmt dieser die beiden Blitzschläge gleichzeitig wahr, so sind sie gleichzeitig.

Ich bin mit diesem Vorschlag sehr zufrieden und halte die Sache dennoch nicht für ganz geklärt, weil ich mich zu folgendem Einwand gedrängt fühle: „Deine Definition wäre unbedingt richtig, wenn ich schon wüßte, daß das Licht, welches dem Beobachter in *M* die Wahrnehmung der Blitzschläge vermittelt, sich mit der gleichen Geschwindigkeit auf der Strecke $A \longrightarrow M$ wie auf der Strecke $B \longrightarrow M$ fortpflanze. Eine Prüfung dieser Voraussetzung wäre aber nur dann möglich, wenn man über die Mittel der Zeitmessung bereits verfügte. Man scheint sich also hier in einem logischen Zirkel zu bewegen."

Nach einiger weiterer Überlegung wirfst du mir aber mit Recht einen etwas verächtlichen Blick zu und erklärst mir: „Ich halte meine Definition von vorhin trotzdem aufrecht, da sie in Wahrheit gar nichts über das Licht voraussetzt. An die Definition der Gleichzeitigkeit ist nur die eine Forderung zu stellen, daß sie in jedem realen Falle eine empirische Entscheidung an die Hand gibt über das Zutreffen oder Nichtzutreffen des zu definierenden Begriffs. Daß meine Definition dies leistet, ist unbestreitbar. Daß das Licht zum Durchlaufen des Weges $A \longrightarrow M$ und zum Durchlaufen der Strecke $B \longrightarrow M$ dieselbe Zeit brauche, ist in Wahrheit keine Voraussetzung oder Hypothese über die physikalische Natur des Lichtes, sondern eine Festsetzung, die ich nach freiem Ermessen treffen kann, um zu einer Definition der Gleichzeitigkeit zu gelangen."

Es ist klar, daß diese Definition benutzt werden kann, um der Aussage der Gleichzeitigkeit nicht nur zweier Ereignisse, sondern beliebig vieler Ereignisse einen exakten Sinn zu geben, wie die Ereignisorte relativ zum Bezugskörper (hier dem Bahndamm) gelagert sein mögen[1]. Damit gelangt man auch zu einer Definition der „Zeit“ in der Physik. Man denke sich nämlich in den Punkten A, B, C des Geleises (Koordinatensystems) Uhren von gleicher Beschaffenheit aufgestellt und derart gerichtet, daß deren Zeigerstellungen gleichzeitig (im obigen Sinne) dieselben sind. Dann versteht man unter der „Zeit“ eines Ereignisses die Zeitangabe (Zeigerstellung) derjenigen dieser Uhren, welche dem Ereignis (räumlich) unmittelbar benachbart ist. Auf diese Weise wird jedem Ereignis ein Zeitwert zugeordnet, der sich prinzipiell beobachten läßt.

Diese Festsetzung enthält noch eine physikalische Hypothese, an deren Zutreffen man ohne empirische Gegengründe kaum zweifeln wird. Es ist nämlich angenommen, daß alle diese Uhren „gleich rasch“ gehen, wenn sie von gleicher Beschaffenheit sind. Exakt formuliert: Wenn zwei an verschiedenen Stellen des Bezugskörpers ruhend angeordnete Uhren so eingestellt werden, daß eine Zeigerstellung der einen mit derselben Zeigerstellung der anderen gleichzeitig (im obigen Sinne) ist, so sind gleiche Zeigerstellungen überhaupt gleichzeitig (im Sinne obiger Definition).

§ 9. Die Relativität der Gleichzeitigkeit.

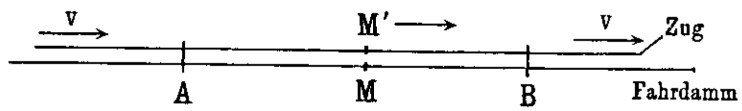
Bisher haben wir unsere Betrachtung auf einen bestimmten Bezugskörper bezogen, den wir als „Bahndamm“ bezeichnet

[1] Wir nehmen ferner an, daß, wenn drei Ereignisse A, B, C derartig an verschiedenen Orten stattfinden, daß, wenn A gleichzeitig mit B und B gleichzeitig mit C ist (gleichzeitig im Sinne obiger Definition), das Kriterium der Gleichzeitigkeit auch für das Ereignispaar $A—C$ erfüllt sei. Diese Annahme ist eine physikalische Hypothese über das Ausbreitungsgesetz des Lichtes; sie muß unbedingt erfüllt sein, wenn es möglich sein soll, an dem Gesetz von der Konstanz der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit festzuhalten.

haben. Es fahre nun auf dem Geleise ein sehr langer Zug mit der konstanten Geschwindigkeit v in der in Fig. 1 angegebenen Richtung. Menschen, die in diesem Zuge fahren, werden mit Vorteil den Zug als starren Bezugskörper (Koordinatensystem) verwenden; sie beziehen alle Ereignisse auf den Zug. Jedes Ereignis, welches längs des Geleises stattfindet, findet dann auch an einem bestimmten Punkte des Zuges statt. Auch die Definition der Gleichzeitigkeit läßt sich in bezug auf den Zug in genau derselben Weise geben, wie in bezug auf den Bahndamm. Es entsteht aber nun naturgemäß folgende Frage:

Sind zwei Ereignisse (z. B. die beiden Blitzschläge A und B), welche in bezug auf den Bahndamm gleichzeitig

Fig. 1.



sind, auch in bezug auf den Zug gleichzeitig? Wir werden sogleich zeigen, daß die Antwort verneinend lauten muß.

Wenn wir sagen, daß die Blitzschläge A und B in bezug auf den Bahndamm gleichzeitig sind, so bedeutet dies: die von den Blitzorten A und B ausgehenden Lichtstrahlen begegnen sich in dem Mittelpunkte M der Fahrdammstrecke $A—B$. Den Ereignissen A und B entsprechen aber auch Stellen A und B auf dem Zuge. Es sei M' der Mittelpunkt der Strecke $A—B$ des fahrenden Zuges. Dieser Punkt M' fällt zwar im Augenblick der Blitzschläge[1] mit dem Punkte M zusammen, bewegt sich aber in der Zeichnung mit der Geschwindigkeit v des Zuges nach rechts. Würde ein bei M' im Zuge sitzender Beobachter diese Geschwindigkeit nicht besitzen, so würde er dauernd in M bleiben, und es würden ihn dann die von den Blitzschlägen A und B ausgehenden Lichtstrahlen gleichzeitig erreichen, d. h., diese beiden Strahlen würden sich gerade bei ihm begegnen. In Wahrheit aber eilt er

[1] Vom Fahrdamm aus beurteilt!

(vom Bahndamm aus beurteilt) dem von B herkommenden Lichtstrahl entgegen, während er dem von A herkommenden Lichtstrahl vorauseilt. Der Beobachter wird also den von B ausgehenden Lichtstrahl früher sehen, als den von A ausgehenden. Die Beobachter, welche den Eisenbahnzug als Bezugskörper benutzen, müssen also zu dem Ergebnis kommen, der Blitzschlag B habe früher stattgefunden als der Blitzschlag A. Wir kommen also zu dem wichtigen Ergebnis:

Ereignisse, welche in bezug auf den Bahndamm gleichzeitig sind, sind in bezug auf den Zug nicht gleichzeitig und umgekehrt (Relativität der Gleichzeitigkeit). Jeder Bezugskörper (Koordinatensystem) hat seine besondere Zeit; eine Zeitangabe hat nur dann einen Sinn, wenn der Bezugskörper angegeben ist, auf den sich die Zeitangabe bezieht.

Die Physik hat nun vor der Relativitätstheorie stets stillschweigend angenommen, daß die Bedeutung der Zeitangaben eine absolute, d. h. vom Bewegungszustande des Bezugskörpers unabhängige, sei. Daß diese Annahme aber mit der nächstliegenden Definition der Gleichzeitigkeit unvereinbar ist, haben wir soeben gesehen; läßt man sie fallen, so verschwindet der in § 7 entwickelte Konflikt des Gesetzes der Vakuum-Lichtausbreitung mit dem Relativitätsprinzip.

Zu jenem Konflikt führt nämlich die Überlegung des § 6, die nun nicht mehr aufrecht zu erhalten ist. Wir schlossen dort, daß der Mann im Wagen, der relativ zu diesem die Strecke w in einer Sekunde durchläuft, diese Strecke auch relativ zum Bahndamm in einer Sekunde durchläuft. Da nun aber die Zeit, welche ein bestimmter Vorgang mit Bezug auf den Wagen braucht, nach den soeben angestellten Überlegungen nicht gleich gesetzt werden darf der vom Bahndamm als Bezugskörper aus beurteilten Dauer desselben Vorganges, so kann nicht behauptet werden, daß der Mann durch sein Gehen relativ zum Geleise die Strecke w in einer Zeit zurücklegt, welche — vom Bahndamm aus beurteilt — gleich einer Sekunde ist.

Die Überlegung des § 6 ruht übrigens noch auf einer zweiten Voraussetzung, die im Lichte einer strengen Überlegung

als willkürlich erscheint, wenn sie auch vor der Aufstellung der Relativitätstheorie stets (stillschweigend) gemacht wurde.

§ 10. Über die Relativität des Begriffes der räumlichen Entfernung.

Wir betrachten zwei bestimmte Stellen des mit der Geschwindigkeit v längs des Bahndammes dahinfahrenden Zuges[1]) und fragen nach deren Entfernung. Wir wissen bereits, daß man zur Messung einer Entfernung eines Bezugskörpers bedarf, mit Bezug auf welchen die Entfernung ausgemessen wird. Am einfachsten ist es, den Zug selbst als Bezugskörper (Koordinatensystem) zu verwenden. Ein im Zuge fahrender Beobachter mißt den Abstand, indem er in gerader Linie seinen Maßstab etwa längs der Wagenböden so oft aufträgt, bis er von dem einen markierten Punkte zum anderen gelangt. Die Zahl, welche angibt, wie oft der Stab angelegt werden muß, ist dann die gesuchte Entfernung.

Anders ist es, wenn die Entfernung vom Geleise aus beurteilt werden soll. Da bietet sich folgende Methode. Nennt man A' und B' die beiden Punkte des Zuges, um deren Entfernung es sich handelt, so sind diese beiden Punkte mit der Geschwindigkeit v längs des Bahndammes bewegt. Wir fragen nun zuerst nach den Punkten A bzw. B des Bahndammes, bei welchen die beiden Punkte A' und B' zu einer bestimmten Zeit t — vom Bahndamm aus beurteilt — gerade vorbeilaufen. Diese Punkte A und B des Bahndammes sind vermöge der in § 8 gegebenen Zeitdefinition ermittelbar. Hierauf wird der Abstand dieser Punkte A und B durch wiederholtes Abtragen des Meterstabes längs des Bahndammes gemessen.

Es ist a priori durchaus nicht ausgemacht, daß diese letztere Messung dasselbe Ergebnis zeitigen müsse wie die erstere. Vom Bahndamm aus gemessen kann also die Länge des Zuges eine andere sein als vom Zuge selbst aus gemessen. Dieser Umstand ergibt einen zweiten gegen die scheinbar so einleuchtende Betrachtung des § 6 zu erhebenden Einwand.

[1]) Etwa die Mitte des 1. und 100. Wagens.

Legt nämlich der Mann im Wagen in einer Zeiteinheit — vom Zuge aus gemessen — die Strecke w zurück, so braucht diese Strecke — vom Bahndamm aus gemessen — nicht auch gleich w zu sein.

§ 11. Die Lorentz-Transformation.

Die Überlegungen der letzten drei Paragraphen zeigen uns, daß die scheinbare Unvereinbarkeit des Ausbreitungsgesetzes des Lichtes mit dem Relativitätsprinzip in § 7 durch eine Betrachtung abgeleitet worden ist, welche der klassischen Mechanik zwei durch nichts gerechtfertigte Hypothesen entlehnte; diese Hypothesen lauten:

1. Der Zeitabstand zwischen zwei Ereignissen ist vom Bewegungszustande des Bezugskörpers unabhängig.
2. Der räumliche Abstand zwischen zwei Punkten eines starren Körpers ist vom Bewegungszustande des Bezugskörpers unabhängig.

Läßt man nun diese Hypothesen fallen, so verschwindet das Dilemma des § 7, weil das in § 6 abgeleitete Additionstheorem der Geschwindigkeiten ungültig wird. Es taucht vor uns die Möglichkeit auf, daß das Gesetz der Lichtausbreitung im Vakuum mit dem Relativitätsprinzip vereinbar sein könnte. Wir kommen zu der Frage: Wie ist die Überlegung des § 6 zu modifizieren, um den scheinbaren Widerspruch zwischen diesen beiden fundamentalen Ergebnissen der Erfahrung zu beseitigen? Diese Frage führt auf eine allgemeine. In der Überlegung des § 6 kommen Orte und Zeiten in bezug auf den Zug und in bezug auf den Bahndamm vor. Wie findet man Ort und Zeit eines Ereignisses in bezug auf den Zug, wenn Ort und Zeit des Ereignisses in bezug auf den Bahndamm bekannt sind? Gibt es eine solche denkbare Antwort auf diese Frage, daß das Gesetz der Lichtausbreitung im Vakuum dem Relativitätsprinzip nicht widerspricht? Anders ausgedrückt: Ist eine Relation zwischen Ort und Zeit der einzelnen Ereignisse in bezug auf beide Bezugskörper denkbar, derart, daß jeder Lichtstrahl relativ zum Bahndamm und relativ zum Zug die Ausbreitungsgeschwindigkeit c besitzt?

Diese Frage führt zu einer bejahenden, ganz bestimmten Antwort, zu einem ganz bestimmten Verwandlungsgesetz für die Raum-Zeit-Größen eines Ereignisses beim Übergang von einem Bezugskörper zu einem anderen.

Bevor wir hierauf eingehen, sei folgende Zwischenüberlegung eingeschaltet. Wir haben bis jetzt stets nur Ereignisse betrachtet, die sich längs des Bahndammes abspielten, der mathematisch die Funktion einer geraden Linie zu übernehmen hatte. Man kann sich aber in der in § 2 angegebenen Weise diesen Bezugskörper seitlich und nach oben durch ein Stabgerüst derart fortgesetzt denken, daß ein irgendwo stattfindendes Ereignis relativ zu diesem Stabgerüst lokalisiert werden kann. Analog kann man sich den mit der Geschwindigkeit v fahrenden Zug durch den ganzen Raum fortgesetzt denken, so daß jedes noch so ferne Ereignis auch in bezug auf das zweite Gerüst lokalisiert werden könnte. Davon, daß diese Gerüste einander in Wahrheit wegen der Undurchdringlichkeit der festen Körper immer wieder zerstören müßten, können wir absehen, ohne in prinzipielle Fehler zu geraten. In jedem solchen Gerüst denken wir uns drei aufeinander senkrechte Wände ausgezeichnet und als „Koordinatenebenen" bezeichnet („Koordinatensystem"). Dem Bahndamm entspricht dann ein Koordinatensystem K, dem Zug ein Koordinatensystem K'. Ein irgendwo stattfindendes Ereignis wird bezüglich K räumlich fixiert durch die drei Lote x, y, z auf die Koordinatenebenen und zeitlich fixiert durch einen Zeitwert t. Dasselbe Ereignis wird bezüglich K' raum-zeitlich fixiert durch entsprechende Werte x' y', z' t', welche mit x, y, z, t natürlich nicht übereinstimmen. Wie diese Größen als Ergebnisse physikalischer Messungen aufzufassen sind, wurde früher ausführlich dargelegt.

Unser Problem lautet in exakter Formulierung offenbar folgendermaßen. Wie groß sind die Werte x', y', z', t' eines Ereignisses in bezug auf K', wenn die Größen x, y, z, t desselben Ereignisses in bezug auf K gegeben sind? Die Beziehungen müssen so gewählt werden, daß dem Gesetz der Vakuumfortpflanzung des Lichtes für einen und denselben Lichtstrahl