BEOBACHTUNGSSPRACHE UND THEORETISCHE SPRACHE

von Rudolf CARNAP, Los Angeles

1. Einleitung. In neueren Überlegungen über die Gesamtsprache der Wissenschaft hat es sich oft als nützlich herausgestellt, zwischen Beobachtungssprache und theoretischer Sprache zu unterscheiden. Die erstere enthält Sätze wie: « Dieses Ding ist hart, weiss und kalt », die letztere solche wie: « An der Raum-Zeit-Stelle mit den Koordinaten x, y, z, t haben die Komponenten des elektrischen Feldes die und die Werte. » Die Beobachtungssprache enthält nur eine elementare Logik. Die Sätze dieser Sprache werden als vollständig verstanden vorausgesetzt. Die Deutung der theoretischen Sprache dagegen bleibt stets unvollständig. Sie besitzt eine sehr umfassende Logik, die die ganze klassische Mathematik einbegreift.

Dieser Aufsatz will einige Fragen der Beziehungen zwischen diesen beiden Sprachen in informeller Weise erörtern. Die Strukturen der Sprachen der Mathematik und der Physik als Teile der theoretischen Sprache werden deutlich gemacht. Ferner wird gezeigt, wie die Unterscheidung zwischen analytischen und synthetischen Sätzen, die gewöhnlich nur für eine vollständig gedeutete Sprache gemacht wird, auf die theoretische Sprache ausgedehnt werden kann. Paul Bernays hat kürzlich in einem Aufsatz [1] einige Punkte in der Entwicklung des logischen Empirismus dargestellt und interessante kritische Erörterungen darüber gemacht. Im vorliegenden Aufsatz werde ich unter Anderem auch einige der von Bernays aufgeworfenen Fragen beantworten und in einigen Punkten, die er berührt hat, meine heutige Auffassung darstellen oder wenigstens kurz andeuten.

Zur Kürze will ich die folgenden Bezeichnungen verwenden. L sei die hier betrachtete Gesamtsprache, die die *Beobachtungssprache* L_B und die *theoretische Sprache* L_T als Teilsprachen enthält. Die Konstanten von L werden eingeteilt in *logische* und

deskriptive (d. h. nichtlogische) Konstanten; die mathematischen Konstanten werden zu den logischen gerechnet. Die primitiven, deskriptiven Konstanten von L_B nennen wir *Beobachtungsterme* oder *B-Terme*; diese bezeichnen beobachtbare Gegenstände oder Vorgänge, und beobachtbare Eigenschaften und Beziehungen solcher Gegenstände (z. B. « Zürich », « kalt », « schwerer »). Die primitiven, deskriptiven Konstanten von L_T nennen wir *theoretische Terme* oder *T-Terme*. Wir nehmen an, dass nur Terme, die nicht auf Grund der B-Terme explizit definierbar sind, als T-Terme genommen werden. Dies mögen etwa fundamentale Terme der theoretischen Physik sein (z. B. « Masse », « Temperatur »).

Die Sprache L_B enthalte die üblichen Satzverknüpfungszeichen (darunter «$\supset$» für materielle Implikation und «$\equiv$» für materielle Äquivalenz). Sie enthalte als Variablen, die mit All- und Existenzoperatoren verwendet werden, nur Individuenvariablen, deren Werte beobachtbare Dinge oder Dingmomente oder Vorgänge sind.

2. Die Sprache der Mathematik. Die Struktur von L_T sei so, dass sie eine *Stufenlogik* mit einer unendlichen Folge von Bereichen D^0, D^1, D^2, usw. enthält; D^n heisst der Bereich n-ter Stufe. Jede Variable und jede Konstante gehört zu einer bestimmten Stufe. Jede Variable n-ter Stufe hat D^n als Wertbereich, und jede Konstante n-ter Stufe bezeichnet ein Element von D^n. Die Elemente von D^0 sind die Glieder der unendlichen Folge 0, 0^+, 0^{++}, usw. Offiziell wird für diese logischen Ausdrücke keine Deutung gegeben; ihr Gebrauch ergibt sich aus den Regeln der Sprache. Wir wollen aber, um übliche Begriffe mit diesen Ausdrücken zu verbinden, inoffiziell D^0 als den Bereich der natürlichen Zahlen ansehen, wobei « 0 » die Zahl Null bezeichnet, « 0^+ » die Zahl Eins usw. Ferner betrachten wir, für beliebiges n, D^{n+1} als den Bereich aller Teilklassen von D^n. Also ist D^1 der Bereich aller Klassen von natürlichen Zahlen, D^2 der Bereich aller Klassen von solchen Klassen usw. Ein Allsatz der Form « $(x^n)(\ldots x^n \ldots)$ » besagt, dass für jedes Element x^n von D^n $\ldots x^n \ldots$ gilt.

Ein geordnetes m-tupel beliebiger Gegenstände der genannten Bereiche lässt sich als eine Klasse höherer Stufe definieren. Eine m-stellige Relation kann als Klasse gewisser m-tupel aufgefasst werden, und eine Funktion als eine voreindeutige Relation.

In dieser Weise enthält L_T Ausdrücke und Variablen für alle Gegenstände, die in der klassischen Mathematik vorkommen: die Zahlen der verschiedenen Arten (natürliche, ganze, rationale, reelle und komplexe Zahlen) die Relationen zwischen Zahlen, Funktionen von Zahlen, usw. Aber wir machen keine ontologischen Annahmen über die «Existenz» (im metaphysischen) Sinn solcher Gegenstände. Wir führen nur Ausdrücke ein, die nach bestimmten syntaktischen Regeln gebraucht werden, mit andern Worten, wir stellen einen Kalkül auf. Die *syntaktischen Regeln*, zum Beispiel Grundsätze und Schlussregeln, werden in einer syntaktischen Metasprache formuliert. Die fundamentalen syntaktischen Regeln, etwa Formregeln, Bestimmungen für Grundsätze oder Grundsatzschemata, und Schlussregeln, regulieren wirklich ausführbare Operationen mit Zeichen. Für diese Regeln ist eine *Metasprache* mit einer elementaren Logik ähnlich der in L_B hinreichend.

Ein solcher Aufbau der Mathematik entspricht dem zuerst von Hilbert vorgeschlagenen Verfahren, das dann von ihm zusammen mit Bernays durchgeführt wurde. Diese Methode kann auch von denen angenommen werden, die eine intuitionistische, eine konstruktivistische oder sogar eine nominalistische Auffassung vertreten, da die elementare syntaktische Metasprache die Anforderungen erfüllt, die diese Auffassungen an eine sinnvolle Sprache stellen. Ferner kann eine *elementare Semantik* in einer elementaren Metasprache formuliert werden. Darüber hinaus besteht aber auch die Möglichkeit, eine *theoretische Syntax* und eine *theoretische Semantik* in einer reicheren Metasprache zu formulieren, die Teil einer theoretischen Sprache ist und daher nicht vollständig gedeutet ist. Begriffe wie Wahrheit und logische Wahrheit für eine so umfassende Sprache wie L können nur in einer solchen theoretischen Metasprache definiert werden.

Obwohl offiziell die Stufenlogik der Sprache L_T nur als ungedeuteter Kalkül aufgebaut wird, scheint es mir, dass man diese Sprache als *sinnvoll in einem weiteren Sinn* auffassen kann. Zunächst stimmen sowohl die Anhänger des Formalismus wie die des Intuitionismus darin überein, dass eine Formel wie «$2+3=5$» sinnvoll ist. Um die ganze mathematische Teilsprache als sinnvoll anzusehen, müssten wir noch folgende weitere Voraussetzungen annehmen:

(1) *a)* Allsätze über die Elemente von D^0 sind sinnvoll.

b) Wenn Allsätze über irgend einen Bereich von Gegenständen sinnvoll sind, so auch Allsätze, die sich auf Klassen solcher Gegenstände beziehen.

c) Die Konjunktion zweier sinnvoller Sätze ist sinnvoll; die Negation eines sinnvollen Satzes ist sinnvoll.

Die Intuitionisten würden dies ablehnen, und auch Hilbert und Bernays, falls « sinnvoll » in einem strengen Sinn verstanden wird. Andrerseits würde die Mehrheit der praktisch arbeitenden Mathematiker diese Voraussetzungen annehmen und als Argument hierfür auf die Tatsache hinweisen, dass in jahrhundertelanger Arbeit zahlreiche Ergebnisse, etwa über reelle Zahlen und Mengen und Funktionen von solchen, gefunden worden sind, wobei verhältnismässig selten Meinungsverschiedenheiten aufgetreten sind. Wenn wir nun Formeln als sinnvoll in einem weiteren Sinn ansehen, falls sie sich im Gebrauch einer grossen Gruppe von Personen für lange Zeit als erfolgreiche Mittel der gegenseitigen Verständigung erwiesen haben, so müssen wir doch wohl die Formeln der klassischen Mathematik als sinnvoll in diesem Sinn anerkennen.

Andrerseits muss aber zugegeben werden, dass ein Allsatz über Klassen von natürlicher Zahlen weniger klar ist als ein solcher über natürliche Zahlen, und dass die Klarheit unseres Denkens und damit die Sicherheit der gewonnenen Einsichten beim Übergang zu höheren Stufen mehr und mehr abnimmt. Die Antinomien haben uns eindrücklich gezeigt, dass auch plausible Einsichten sich zuweilen als ungültig herausstellen. Nach meiner Ansicht folgt jedoch hieraus keineswegs, dass Formeln mit höheren Variablen sinnlos sind, sondern nur, dass unser Arbeiten mit diesen Formeln unsicher ist. Ferner wissen wir aus Gödels Ergebnissen, dass nicht einmal die Logik mit Variablen der untersten Stufe, mit andern Worten, die Arithmetik der natürlichen Zahlen, durch effektive Regeln erschöpft werden kann, und dass die Unvollständigkeit mit jeder weiteren Stufe zunimmt.

Selbst wenn wir, gemäss Hilberts Vorschlag, darauf verzichten, Einsicht über die *Gültigkeit* eines mathematischen Theorems oder Axioms durch Verstehen seines Gehaltes zu gewinnen, und uns statt dessen damit begnügen, das mathematische System als blossen Kalkül zu nehmen und nur seine *Widerspruchsfreiheit* nachzuweisen, so wissen wir heute, wiederum durch Gödel, dass hierfür neue deduktive Mittel notwendig sind, die selbst umso unsicherer sind, je umfassender der Kaklül ist. Weyl fühlte sich durch diese Ergebnisse deprimiert und entmutigt [1]. Dafür scheint mir jedoch kein hinreichender Grund zu bestehen. In der Physik ist es noch viel weniger möglich, Gewissheit zu erreichen, dass die jeweils als Postulate angenommenen Grundgesetze mit allen künftigen Beobachtungen im Einklang sein werden. Jeder Physiker ist sich stets dessen bewusst, dass möglicherweise morgen eine Unstimmigkeit entdeckt werden mag; er ist im Voraus bereit, in diesem Fall sein System zu modifizieren. Ebenso werden wir in der Mathematik, wenn ein Widerspruch gefunden werden sollte, die Postulate modifizieren; da ist kein Grund zu verzagen. In dieser Auffassung stimme ich mit Hilbert und Gödel überein; sogar Weyl sagt, dass er nicht viel dagegen einwenden könne [2]. Ich möchte jedoch betonen, dass ich hier nur eine entfernte Analogie zwischen Physik und Mathematik sehe, nämlich die Unmöglichkeit von absoluter Gewissheit. Ich würde aber nicht die logisch-mathematische Intuition, das heisst die Erfassung einer begrifflichen Beziehung, als erkenntnistheoretisch analog zur Beobachtung einer faktischen Beziehung zwischen wahrgenommenen Gegenständen ansehen, wie einige Begriffsrealisten es tun [3].

3. Die Sprache der theoretischen Wissenschaft. Aus der oben besprochenen Sprache der Mathematik ensteht die theoretische Sprache L_T durch Hinzufügung der *deskriptiven T-Terme.* Für die Beschreibung von Fakten und die Formulierung von Gesetzen irgend einer empirisch-wissenschaftlichen Theorie sind deskriptive Terme offenbar unentbehrlich. Daher scheint mir der alte Spruch, dass das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben sei, recht irreführend.

Zur Einführung der T-Terme werden nun zwei Arten von neuen

[1] WEYL [1], letzter Absatz.
[2] ID. [2], S. 212.
[3] Siehe hierüber meine Erwiderung in Carnap [3] auf Wilfrid Sellars, mit dem ich in diesem Punkt übereinstimme.

Postulaten aufgestellt: erstens die *theoretischen Postulate* oder *T-Postulate*, die keine B-Terme, sondern nur T-Terme enthalten, und zweitens die *Korrespondenzpostulate* oder *C-Postulate*, die sowohl B-Terme wie T-Terme enthalten. Die T-Postulate mögen etwa fundamentale Gesetze der betreffenden wissenschaftlichen Theorie darstellen. Die C-Postulate verknüpfen die T-Terme mit den B-Termen und geben daher gewisse empirische, etwa operationale Regeln für die Anwendung der T-Terme an (z. B. «Wenn ein Körper wärmer ist als ein anderer, so ist die Temperatur des ersten höher als die des zweiten»). (Es scheint besser, nicht von «operationalen Definitionen» zu sprechen, da ein T-Term auf Grund von B-Termen nicht explizit definierbar ist.) Wir nehmen an, dass die Anzahl beider Arten von Postulaten endlich ist. T sei die Konjunktion der T-Postulate, C die der C-Postulate, TC die von beiden zusammen.

Diese Methode der Einführung theoretischer Terme durch Postulate ist in den letzten fünfzig Jahren häufig von verschiedenen Gesichtspunkten aus erörtert worden [1], besonders für Terme der theoretischen Physik. Hilbert hat die Analogie zwischen einem solchen Aufbau eines Systems der theoretischen Physik und dem formalistischen Aufbau der Mathematik betont: beide Systeme können als *ungedeutete Kalküle* betrachtet werden. Wie vorhin angedeutet, ist es aber möglich, den Sätzen des mathematischen Kalküls einen wenn auch nicht mit voller Klarheit festgelegten Sinn beizulegen. Und die Terme und Sätze des physikalischen Systems erhalten durch die Verbindung mit den B-Termen mittels der C-Postulate eine *Deutung*, die gleichfalls niemals vollständig ist, da es immer möglich ist, durch Hinzufügung weiterer C- oder T-Postulate die Deutung zu verstärken. Trotz der Ähnlichkeit in dieser Hinsicht besteht aber ein grundlegender Unterschied zwischen den mathematischen Grundzeichen und den physikalischen T-Termen: die ersteren sind logische Konstanten, die letzteren deskriptive.

Unter den vielen methodologischen Problemen, die mit dem Aufbau eines theoretischen Systems, etwa eines solchen der theore-

[1] Für neuere Veröffentlichungen siehe CARNAP [2] und andere Aufsätze in *Minnesota Studies* (auch in dem in Vorbereitung befindlichen Band III), und die Bibliographien dort.

tischen Physik, auf der Basis von T- und C-Postulaten zusammenhängen, möchte ich zwei herausgreifen und kurz besprechen. Das erste Problem betrifft die theoretischen Gegenstände der Physik, das zweite betrifft die Unterscheidung zwischen analytischen und synthetischen Sätzen in einem theoretischen System.

Es wird häufig die Auffassung vertreten, dass die Einführung von theoretischen Termen für solche Gegenstände der theoretischen Physik wie Kräfte, Felder, Partikeln und dgl. mit besonderen begrifflichen Schwierigkeiten verbunden ist. Wie sollen wir uns eine Auffassung von diesen Gegenständen bilden, die wir niemals unmittelbar beobachten können? Wie sollen wir ein allgemeines Begriffsschema konstruieren, in dem nicht nur die in einem gegebenen System der Physik vorkommenden Gegenstände einen Platz finden, sondern auch andere, vielleicht Kräfte, Partikeln oder sonstige Gegenstände ganz neuer Art, an die wir heute noch gar nicht denken, die aber ein Physiker vielleicht morgen einführen möchte? Bei der oben beschriebenen Form der theoretischen Sprache treten diese Schwierigkeiten nicht auf. Hier kommen nur die folgenden beiden Arten von Gegenständen vor: erstens die durch B-Terme bezeichneten Gegenstände, nämlich beobachtbare Dinge und ihre beobachtbaren Eigenschaften und Beziehungen, und zweitens die mathematischen Gegenstände des oben beschriebenen Stufensystems, nämlich natürliche Zahlen, Klassen von solchen usw. Ich kann hier den Aufbau nicht wirklich durchführen, sondern nur einige Züge seiner Struktur durch Beispiele andeuten.

Wir wollen annehmen, dass die Anzahl aller beobachtbaren Gegenstände entweder endlich oder abzählbar-unendlich ist, und dass diese Gegenstände in einer beliebigen Weise numeriert sind (z. B. möge der Körper k die Nummer 17 haben). Betrachten wir nun eine physikalische Grösse, deren Wert für jeden beobachtbaren Körper eine reelle Zahl ist (z. B. die Masse des Körpers). Diese Grösse kann dann in unserem System als eine Funktion f nachkonstruiert werden, die den numerischen Wert nicht dem Körper selbst, sondern seiner Nummer zuschreibt. (Z. B. wird die Aussage, dass der Körper k die Masse 5 hat, durch den Satz « $f(17) = 5$ » ausgedrückt.) Das Funktionszeichen « f » ist hier zwar eine deskriptive Konstante, aber die Funktion f ist identisch mit einer mathematischen Funktion g (d. h. für jedes n, $f(n) = g(n)$), die zu dem obigen Stufensystem gehört). [Dieser Sachverhalt ist analog zu dem folgenden, der leichter einsehbar ist. Die Konstante « n_P » sei definiert durch « die Anzahl der Planeten ». Diese Konstante ist zwar deskriptiv, aber der durch sie bezeichnete Gegenstand ist eine natürliche Zahl, gehört also zum Bereich D^0. Die Zahl n_P ist identisch mit 9; aber der Identitätssatz « $n_P = 9$ » ist synthetisch.] Wir können ferner ein raum-zeitliches Koordinatensystem einführen, in dem zunächst jedem kleinen Körper zu irgend einem Zeitpunkt ein geordnetes Quadrupel reeller Zahlen zugeordnet wird. Dann wird durch Verallgemeinerung jede solche Quadrupel als Vertreter eines Raum-Zeit-Punktes (also eines unbeobachtbaren, theoretischen Gegenstandes) genommen. Dann werden auch physikalische Grössen eingeführt (z. B. Massendichte), die für jeden Raum-Zeit-Punkt einen Wert haben, etwa eine reelle Zahl. Eine Funktion dieser Art wird in unserem System durch eine Funktion F von Quadrupeln reeller Zahlen nachkonstruiert. Hier ist wiederum F identisch mit einer mathematischen Funktion von demselben logischen Typus. Eine physikalische Partikel wird nun als ein vier-dimensionales Raum-Zeit-Gebiet (mit sehr kleiner räumlicher und vielleicht sehr grosser zeitlicher Ausdehnung) aufgefasst, innerhalb dessen gewisse physikalische Grössen eine charakteristische Verteilung haben. (Ein Elektron im klassischen Sinn ist z. B. durch eine bestimmte lokale Verteilung der elektrischen Ladungsdichte und der Massendichte charakterisiert.) Diese Beispiele genügen wohl, um zu zeigen, dass es nicht nötig ist, für die deskriptiven T-Terme der theoretischen Physik neue Arten von Gegenständen anzunehmen. Diese Terme bezeichnen mathematische Gegenstände, zum Beispiel Zahlen oder Funktionen von Zahlen oder dergleichen, die aber physikalisch charakterisiert sind, nämlich so, dass sie die in den C-Postulaten festgesetzten Beziehungen zu beobachtbaren Vorgängen haben und ferner die in den T-Postulaten angegebenen Bedingungen erfüllen.

4. Die Unterscheidung zwischen analytisch und synthetisch in der theoretischen Sprache. Wir nennen einen wahren Satz *logisch wahr (im engeren Sinn)*, wenn seine Wahrheit schon durch die Bedeutung der vorkommenden logischen Konstanten bestimmt ist. Als technischen Term (Explikat) für diesen Begriff wollen wir « *L-wahr* » nehmen. Eine der üblichen Definitionen hierfür ist wie folgt:

D1. Ein Satz *S* heisst *L-wahr* (in der Sprache *L*), wenn er entweder ein wahrer Satz ohne deskriptive Konstanten ist oder aus einem solchen Satz durch Einsetzung von deskriptiven Konstanten entsteht.

Wir sagen, dass S_1 S_2 *L-impliziert* oder dass S_2 aus S_1 *(logisch) folgt*, wenn $S_1 \supset S_2$ *L-wahr ist*; wir sagen, dass S_1 *L-äquivalent* mit S_2 ist, wenn $S_1 \equiv S_2$ L-wahr ist.

Wir nennen einen wahren Satz *analytisch* (oder logisch wahr im weiteren Sinn), wenn seine Wahrheit schon allein durch die Bedeutung der vorkommenden Konstanten, einschliesslich der deskriptiven, bestimmt ist (z. B. « Kein Junggeselle ist verheiratet »). Als technischen Term für diesen Begriff wollen wir « *A-wahr* » nehmen. Dieser Begriff kann auf Grund von Bedeutungspostulaten definiert werden, die die zwischen den primitiven, deskriptiven Konstanten bestehenden Bedeutungsbeziehungen darstellen [1]. Wir wollen hier diese Postulate *A-Postulate* nennen. *A* sei die Konjunktion der *A*-Postulate in einer gegebenen Sprache. Dann stellen wir für diese Sprache die folgende Definition auf:

D2. Ein Satz *S* heisst *A-wahr*, wenn er aus den A-Postulaten folgt.

Wenn zum Beispiel « Junggeselle » und « verheiratet » primitive Prädikate in einer gegebenen Sprache sind und ihre Bedeutungen so verstanden werden, dass sie sich logisch ausschliessen, so wird etwa der folgende Satz als *A*-Postulat aufgestellt: « Für jedes x, wenn x ein Junggeselle ist, so ist x nicht verheiratet. » Da die Bedeutungen der *B*-Terme nach Voraussetzung vollständig und klar bekannt sind, so bildet die Aufstellung von *A*-Postulaten für sie keine prinzipiellen Schwierigkeiten. A_B sei die Konjunktion der *A*-Postulate für die *B*-Terme.

Im Gegensatz zu den *B*-Termen sind die *T*-Terme nicht vollständig gedeutet. Sie haben nur so viel Bedeutung, wie ihnen durch die Postulate *TC* zugeschrieben wird. Aber diese Postulate haben eine zweifache Funktion. Sie tragen nicht nur zur Bedeutungsbestimmung der *T*-Terme bei, sondern stellen auch den faktischen Gehalt der Theorie dar. Das zeigt sich zum Beispiel darin, dass mit

[1] Die Bedeutungspostulate sind ausführlich erklärt in Carnap [1].

ihrer Hilfe aus Sätzen über beobachtete Vorgänge Voraussagen über künftige beobachtbare Vorgänge abgeleitet werden können. Daher kann ein *C*-Postulat oder ein *T*-Postulat im Allgemeinen (abgesehen von gewissen Sonderfällen, die wir hier beiseite lassen wollen) nicht als ein *A*-Postulat genommen werden. Darin liegt eine der Schwierigkeiten der Aufgabe, den Begriff der *A*-Wahrheit für Sätze mit *T*-Termen zu definieren [1]. Aus diesen und anderen Gründen halten einige Philosophen diese Aufgabe sogar für unlösbar [2]. Soviel ich weiss, ist bisher keine Lösung angegeben worden.

Es scheint mir jedoch, dass es einen Weg gibt, diese Schwierigkeiten zu überwinden. Das Verfahren, das ich jetzt beschreiben will [3], verwendet eine Idee von F. P. Ramsey [1] [4]. Dieser schlug vor, eine gegebene Theorie *TC* in folgender Weise in einen Satz *R* ohne *T*-Terme umzuformen. Wenn *n* verschiedene *T*-Terme vorkommen, so werden diese überall in *TC* durch *n* verschiedene, in *TC* nicht vorkommende Variablen von passenden Typen ersetzt. Dann wird der Satz *R* durch Voranstellung von *n* Existenzoperatoren mit diesen *n* Variablen gebildet; die in *C* vorkommenden *B*-Terme bleiben hierbei unverändert. Ramsey zeigte, dass für diesen Satz *R* folgendes gilt:

(2) Jeder Satz ohne *T*-Terme, der aus *TC* folgt, folgt auch aus *R*.

(Die Umkehrung hiervon gilt natürlich auch, da *R* aus *TC* folgt.) Daher können wir *R* als eine Darstellung des empirischen Gehaltes, oder genauer: des Beobachtungsgehaltes, der Theorie *TC* auffassen. Der Satz *R* besagt, dass es *n* mathematische Gegenstände gibt, die die Postulate *TC* erfüllen, oder genauer: die zu beobachtbaren Vorgängen in den durch *C* festgelegten Beziehungen stehen und die zu einander die in *T* angegebenen Beziehungen haben. *R* ist somit im Allgemeinen ein faktischer Satz, der durch Beobachtungen nachgeprüft werden kann.

Ramsey schlug vor, den Existenzsatz *R* anstelle der Postulate

[1] Diese Schwierigkeiten sind zum Beispiel von Hempel [1] und [2] und Bernays [1] besprochen worden.

[2] Zum Beispiel Quine [1] und [2].

[3] Dieses Verfahren ist ausführlicher erklärt in Carnap [4].

[4] Die methodologische Bedeutsamkeit des Ramsey-Satzes *R* ist ausführlich besprochen in Hempel [1].

TC zu verwenden und so die T-Terme ganz zu vermeiden. Das hat gewisse Vorteile, bringt aber auch Komplikationen mit sich. Daher behalte ich die T-Terme bei, aber wähle zum Zweck der Unterscheidung von analytisch und synthetisch andere Postulate. Wir stellen den Satz R als ein *P-Postulat* auf, d. h. als ein synthetisches (z. B. physikalisches) Postulat. Als *A-Postulat* A_T für die T-Terme nehmen wir den Bedingungssatz $R \supset TC$. Es lässt sich leicht zeigen, dass für diesen Satz A_T folgendes gilt:

(3) *a)* Die Konjunktion $R \cdot A_T$ ist L-äquivalent mit TC.
b) Jeder Satz ohne T-Terme, der aus A_T folgt, ist L-wahr.

Die Aufstellung von A_T als A-Postulat für die T-Terme (und die in C vorkommenden B-Terme) erscheint im Hinblick auf die genannten Ergebnisse berechtigt. Denn erstens besagt dieser Satz, der alle T-Terme enthält, zusammen mit dem Satz R, der keine T-Terme enthält, ebenso viel wie die Postulate TC, wie (3) *a)* zeigt. Und zweitens macht A_T, wie aus (3) *b)* hervorgeht, keine faktische Aussage über Beobachtbares. A_T besagt nur folgendes: *Falls* die Welt so beschaffen ist, dass es überhaupt n-tupel von mathematischen Gegenständen gibt, die TC erfüllen, so sollen die T-Terme so verstanden werden, dass die von ihnen bezeichneten Gegenstände ein derartiges n-tupel bilden.

Bei der ersten Form der Theorie, in der die Sätze von TC als Postulate genommen werden, sind die Sätze R und A_T Theoreme. Bei der zweiten Form, in der die Sätze R und A_T als Postulate auftreten, sind die Sätze von TC Theoreme. Wir haben hier also zwei äquivalente Darstellungen derselben Theorie.

Die A-Postulate A_B für die B-Terme zusammen mit A_T bilden nun die A-Postulate für die Gesamtsprache L. Daher definieren wir:
D3. Ein Satz S heisst *A-wahr* in der Sprache L, wenn er aus A_B und A_T folgt.
Ferner wollen wir definieren:
D4. Ein Satz S heisst *P-wahr* in der Sprache L, wenn er aus A_B, A_T und R folgt.

Damit haben wir unser Ziel erreicht, nämlich eine Explikation des Begriffes der analytischen Sätze für eine Sprache mit theoretischen Termen.

Literaturverzeichnis

Bernays P. [1], Von der Syntax der Sprache zur Philosophie der Wissenschaften. *Dialectica* 11 (1957), 233-246.

Carnap R. [1], Meaning postulates. *Philos. Studies* 3 (1952), 65-73. (Abgedruckt im Anhang von: Carnap, *Meaning and necessity*, 2. Aufl., Chicago 1956.)

Carnap R. [2], The methodological character of theoretical concepts. *Minnesota studies* [1], 38-76.

Carnap R. [3], Replies and systematic expositions. In: Schilpp [2].

Carnap R. [4], Carl G. Hempel on scientific theories. (Reply to Hempel [2] in Carnap [3].)

Gödel K. [1], Russell's mathematical logic. In: Schilpp [1].

Hempel C. G. [1], The theoretician's dilemma: A study in the logic of theory construction. In: *Minnesota studies* [2], 37-98.

Hempel C. G. [2], Implications of Carnap's work for the philosophy of science. In: Schilpp [2].

Minnesota studies in the philosophy of science [1], Band I, hg. von H. Feigl und M. Scriven. Minneapolis, Minn., 1956.

Minnesota studies in the philosophy of science [2], Band II, hg. von H. Feigl, M. Scriven und G. Maxwell, ebendort 1958.

Quine W. V. [1], Two dogmas of empiricism. *Philos. Review* 60 (1951), 20-43. (Abgedruckt in: Quine, *From a logical point of view*, Cambridge, Mass., 1953.)

Quine W. V. [2], Carnap and logical truth. In: Schilpp [2]. (Teilweise abgedruckt in: S. Hook (Hg.), *American philosophers at work*, New York, 1956.)

Ramsey F. P. [1], Theories, 1929. Veröffentlicht als Kap. IX A in: *The foundations of mathematics*, London and New York, 1931.

Schilpp P. A. (Hg.) [1], *The philosophy of Bertrand Russell.* (The library of living philosophers, vol. 5), New York, 1944.

Schilpp P. A. (Hg.) [2], *The philosophy of Rudolf Carnap.* Ebendort in Vorbereitung.

Weyl H. [1], Mathematics and logic. *Amer. Math. Monthly* 53 (1946), 2-13.

Weyl H. [2], Review of Schilpp [1]. Ebendort, 208-214.

Zusammenfassung

Unter den nichtlogischen Konstanten der Wissenschaftssprache werden zwei Arten unterschieden, die Beobachtungsterme (z. B. « blau ») und die theoretischen Terme (z. B. « elektrisches Feld »). Die letzteren werden nicht durch Definitionen eingeführt, sondern durch Postulate zweier Arten, nämlich theoretische Postulate, zum Beispiel Grundgesetze der Physik, und Korrespondenzpostulate, die die theoretischen Terme mit Beobachtungstermen verbinden. Wie schon Hilbert gezeigt hat, können in dieser Weise sowohl die Mathematik als auch die theoretische Physik als ungedeutete Kalküle aufgestellt werden. Es wird hier kurz erklärt, dass durch diesen Aufbau auch den mathematischen Termen eine Bedeutung (in einem weiteren Sinne) beigelegt wird. Die theoretischen Terme erhalten durch die Korrespondenzpostulate wenigstens eine unvollständige Deutung. Es wird gezeigt, wie die Unterscheidung von analytischen und synthetischen Sätzen auch für die theoretische Sprache definiert werden kann.

Abstract

Among the non-logical constants of the language of science two kinds are distinguished, the observation terms (e.g., « blue ») and the theoretical terms (e.g., « electric field »). The latter terms are introduced, not by definitions, but by postulates of two kinds, theoretical postulates, e.g., basic laws of physics, and correspondence postulates which connect the theoretical terms with observation terms. As Hilbert has explained, both mathematics and theoretical physics can in this way be constructed in the form of uninterpreted calculi. It is here briefly indicated that by this method of construction also the mathematical terms have meanings (in a wider sense) assigned to them. The theoretical terms obtain at least an incomplete interpretation by means of the correspondence postulates. It is shown how the distinction between analytic and synthetic sentences can be defined also for the theoretical language.

CALCULUSES AND FORMAL SYSTEMS

by Haskell B. Curry, Pennsylvania State University, U.S.A.

In his recent book[1] Lorenzen presents a notion of calculus which is in some respects more precise than similar notions which preceded it. The present paper is a study of this notion and its relation to a notion of formal system which I have advocated elsewhere.[2] The presentation is informal, except that in § 4 there is an explicit theorem about symbolic structure which includes, as a special case, the theorem that the Łukasiewicz parenthesis-free notation can be interpreted in only one way.

1. Definition of an L_1-calculus. The basic notion of Lorenzen will be called here an *L_1-calculus*. It will be described in terms which are not quite literal translations of those which he uses.

We begin with an *alphabet*, say $\mathfrak{A}$, which is simply a finite set of simple symbols, here called *letters*. A finite string (or sequence) of letters will be called a *word*. Letters and words of $\mathfrak{A}$ will sometimes be called $\mathfrak{A}$-letters or $\mathfrak{A}$-words.

Beside the $\mathfrak{A}$-letters we need a supply of additional letters which we call *word-variables*. We suppose they constitute a (possibly infinite) alphabet $\mathfrak{X}$. Words in the alphabet $\mathfrak{A} \cup \mathfrak{X}$ will be called *$\mathfrak{A}$-formulas*.

Given $\mathfrak{A}$, an L_1-calculus $\mathfrak{K}$ over $\mathfrak{A}$ is defined by a set of *rules* each of which is of the form

$$(1) \qquad A_1, A_2, \ldots, A_m \vdash A_0,$$

where the A_i are $\mathfrak{A}$-formulas, and $m > 0$. A rule with $m = 0$ will be called an *initiation rule*; those with $m > 0$ are *derivation rules*.

[1] [17], Chapter 1. (Numbers in brackets refer to the Bibliography at the end.) Similar notions appear in the work of Post (see [20], [21]).

[2] See [12]. An earlier edition is in [7]. Still earlier editions, using slightly different notation are in [10], [8].