

DIE NATURWISSENSCHAFTEN

23. Jahrgang

29. November 1935

Heft 48

Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

Von E. SCHRÖDINGER, Oxford.

Inhaltsübersicht.

- § 1. Die Physik der Modelle.
- § 2. Die Statistik der Modellvariablen in der Quantenmechanik.
- § 3. Beispiele für Wahrscheinlichkeitsvoraussagen.
- § 4. Kann man der Theorie ideale Gesamtheiten unterlegen?
- § 5. Sind die Variablen wirklich verwaschen?
- § 6. Der bewußte Wechsel des erkenntnistheoretischen Standpunktes.
- § 7. Die ψ -Funktion als Katalog der Erwartung.
- § 8. Theorie des Messens, erster Teil.
- § 9. Die ψ -Funktion als Beschreibung des Zustandes.
- § 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.
- § 11. Die Aufhebung der Verschränkung. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.
- § 12. Ein Beispiel.
- § 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.
- § 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit. Bedenken gegen die Sonderstellung der Zeit.
- § 15. Naturprinzip oder Rechenkunstgriff?

§ 1. Die Physik der Modelle.

In der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts war aus den großen Erfolgen der kinetischen Gastheorie und der mechanischen Theorie der Wärme ein Ideal der exakten Naturbeschreibung hervorgewachsen, das als Krönung jahrhundertelangen Forschens und Erfüllung jahrtausendealter Hoffnung einen Höhepunkt bildet und das klassische heißt. Dieses sind seine Züge.

Von den Naturobjekten, deren beobachtetes Verhalten man erfassen möchte, bildet man, gestützt auf die experimentellen Daten, die man besitzt, aber ohne der intuitiven Imagination zu wehren, eine Vorstellung, die in allen Details genau ausgearbeitet ist, *viel* genauer als irgendwelche Erfahrung in Ansehung ihres begrenzten Umfangs je verbürgen kann. Die Vorstellung in ihrer absoluten Bestimmtheit gleicht einem mathematischen Gebilde oder einer geometrischen Figur, welche aus einer Anzahl von *Bestimmungsstücken* ganz und gar berechnet werden kann; wie z. B. an einem Dreieck eine Seite und die zwei ihr anliegenden Winkel, als Bestimmungsstücke, den dritten Winkel, die anderen zwei Seiten, die drei Höhen, den Radius des eingeschriebenen Kreises usw. mit bestimmen. Von einer geometrischen Figur unterscheidet sich die Vorstellung ihrem Wesen nach bloß durch den wichtigen Umstand, daß sie auch noch in der *Zeit* als vierter Dimension ebenso klar bestimmt ist wie jene in den drei Dimensionen des Raumes. Das heißt es handelt sich (was ja selbstverständlich ist) stets um ein

Gebilde, das sich mit der Zeit verändert, das verschiedene *Zustände* annehmen kann; und wenn ein Zustand durch die nötige Zahl von Bestimmungsstücken bekannt gemacht ist, so sind nicht nur alle anderen Stücke in diesem Augenblick mit gegeben (wie oben am Dreieck erläutert), sondern ganz ebenso alle Stücke, der genaue Zustand, zu jeder bestimmten späteren Zeit; ähnlich wie die Beschaffenheit eines Dreiecks an der Basis seine Beschaffenheit an der Spitze bestimmt. Es gehört mit zum inneren Gesetz des Gebildes, sich in bestimmter Weise zu verändern, das heißt, wenn es in einem bestimmten Anfangszustand sich selbst überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jedes es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

Natürlich ist man nicht so einfältig zu denken, daß solchermaßen zu erraten sei, wie es auf der Welt wirklich zugeht. Um anzudeuten, daß man das nicht denkt, nennt man den präzisen Denkbehelf, den man sich geschaffen hat, gern ein *Bild* oder ein *Modell*. Mit seiner nachsichtslosen Klarheit, die ohne Willkür nicht herbeizuführen ist, hat man es lediglich darauf abgesehen, daß eine ganz bestimmte Hypothese in ihren Folgen geprüft werden kann, ohne neuer Willkür Raum zu geben während der langwierigen Rechnungen, durch die man Folgerungen ableitet. Da hat man gebundene Marschroute und errechnet eigentlich nur, was ein kluger Hans aus den Daten direkt herauslesen würde! Man weiß dann wenigstens, wo die Willkür steckt und wo man zu bessern hat, wenn's mit der Erfahrung nicht stimmt: in der Ausgangshypothese, im Modell. Dazu muß man stets bereit sein. Wenn bei vielen verschiedenartigen Experimenten das Naturobjekt sich wirklich so benimmt wie das Modell, so freut man sich und denkt, daß unser Bild in den wesentlichen Zügen der Wirklichkeit gemäß ist. Stimmt es bei einem neuartigen Experiment oder bei Verfeinerung der Meßtechnik nicht mehr, so ist nicht gesagt, daß man sich *nicht* freut. Denn im Grunde ist das die Art, wie allmählich eine immer bessere Anpassung des Bildes, das heißt unserer Gedanken, an die Tatsachen gelingen kann.

Die klassische Methode des präzisen Modells hat den Hauptzweck, die unvermeidliche Willkür in den Annahmen sauber isoliert zu halten, ich möchte fast sagen wie der Körper das Keimplasma, für den historischen Anpassungsprozeß an die fortschreitende Erfahrung. Vielleicht liegt der

Methode der Glaube zugrunde, daß *irgendwie* der Anfangszustand den Ablauf *wirklich* eindeutig bestimmt, oder daß ein *vollkommenes* Modell, welches mit der Wirklichkeit *ganz genau* übereinstimmt, den Ausgang aller Experimente ganz genau vorausberechnen lassen würde. Vielleicht auch gründet sich umgekehrt dieser Glaube auf die Methode. Es ist aber ziemlich wahrscheinlich, daß die Anpassung des Denkens an die Erfahrung ein *infiniter* Prozeß ist und daß „vollkommenes Modell“ einen Widerspruch im Beiwort enthält, etwa wie „größte ganze Zahl“.

Eine klare Vorstellung davon, was unter einem klassischen *Modell*, seinen *Bestimmungsstücken*, seinem *Zustand* gemeint sei, ist die Grundlage für alles Folgende. Vor allem darf ein *bestimmtes Modell* und ein *bestimmter Zustand desselben* nicht vermengt werden. Am besten wird ein Beispiel dienen. Das RUTHERFORDSche Modell des Wasserstoffatoms besteht aus zwei Massenpunkten. Als Bestimmungsstücke kann man beispielsweise die zwei mal drei rechtwinkligen Koordinaten der zwei Punkte und die zweimal drei Komponenten ihrer Geschwindigkeiten in Richtung der Koordinatenachsen verwenden — also zwölf im ganzen. Statt dessen könnte man auch wählen: die Koordinaten und Geschwindigkeitskomponenten des *Schwerpunktes*, dazu die *Entfernung* der zwei Punkte, *zwei Winkel*, welche die Richtung ihrer Verbindungslinie im Raum festlegen, und die *Geschwindigkeiten* (= Differentialquotienten nach der Zeit), mit welchen die Entfernung und die zwei Winkel sich in dem betreffenden Augenblick verändern; das sind natürlich wieder zwölf. Es gehört *nicht* mit zum Begriff „R.sches Modell des H-Atoms“, daß die Bestimmungsstücke bestimmte Zahlwerte haben sollen. Indem man ihnen solche zuschreibt, gelangt man zu einem *bestimmten Zustand* des Modells. Die klare Übersicht über die Gesamtheit der möglichen Zustände — noch ohne Beziehung zueinander — bildet „das Modell“ oder „das Modell in *irgendeinem* Zustand“. Aber zum Begriff des Modells gehört dann noch mehr als bloß: die zwei Punkte in beliebiger Lage und mit beliebigen Geschwindigkeiten begabt. Es gehört dazu noch, daß für *jeden* Zustand bekannt ist, wie er sich mit der Zeit verändern wird, solange kein äußerer Eingriff stattfindet. (Für die eine Hälfte der Bestimmungsstücke gibt zwar die andere darüber Auskunft, aber für die andere muß es erst gesagt werden.) *Diese* Kenntnis ist latent in den Aussagen: die Punkte haben die Massen m bzw. M und die Ladungen $-e$ bzw. $+e$ und ziehen sich daher mit der Kraft e^2/r^2 an, wenn ihre Entfernung r ist.

Diese Angaben, mit bestimmten Zahlwerten für m , M und e (aber natürlich *nicht* für r), gehören mit zur Beschreibung *des Modells* (nicht erst zu der eines bestimmten Zustands). m , M und e heißen *nicht* Bestimmungsstücke. Dagegen ist die Entfernung r eines. In dem zweiten „Satz“, den

wir oben beispielsweise angeführt hatten, kommt sie als siebentes vor. Auch wenn man den ersten verwendet, ist r kein unabhängiges dreizehntes, es läßt sich ja aus den 6 rechtwinkligen Koordinaten ausrechnen:

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

Die Zahl der Bestimmungsstücke (die oft auch *Variable* genannt werden im Gegensatz zu den *Modellkonstanten* wie m , M , e) ist unbegrenzt. Zwölf passend ausgewählte bestimmen alle übrigen oder den *Zustand*. Keine zwölf haben das Privileg, die Bestimmungsstücke zu sein. Beispiele anderer, besonders wichtiger Bestimmungsstücke sind: die Energie, die drei Komponenten des Impulsmomentes bezüglich des Schwerpunktes, die kinetische Energie der Schwerpunktsbewegung. Die eben genannten haben noch eine besondere Eigenart. Sie sind zwar *Variable*, d. h. sie haben in verschiedenen Zuständen verschiedene Werte. Aber in jeder *Reihe* von Zuständen, die im Laufe der Zeit wirklich durchlaufen wird, behalten sie denselben Wert bei. Sie heißen darum auch *Konstante der Bewegung* — im Unterschied von den Modellkonstanten.

§ 2. Die Statistik der Modellvariablen in der Quantenmechanik.

Im Angelpunkt der heutigen Quantenmechanik (Q.M.) steht eine Lehrmeinung, die vielleicht noch manche Umdeutung erfahren, aber, wie ich fest überzeugt bin, nicht aufhören wird, den Angelpunkt zu bilden. Sie besteht darin, daß Modelle mit Bestimmungsstücken, die einander, so wie die klassischen, eindeutig determinieren, der Natur nicht gerecht werden können.

Man würde denken, daß für den, der das glaubt, die klassischen Modelle ihre Rolle ausgespielt haben. Aber so ist es nicht. Vielmehr verwendet man gerade *sie*, nicht nur um das Negative der neuen Lehrmeinung auszudrücken; sondern auch die herabgeminderte gegenseitige Determinierung, die danach noch übrigbleibt, wird so beschrieben, als bestehe sie zwischen denselben Variablen derselben Modelle, die früher benützt wurden. Folgendermaßen.

A. Der klassische Begriff des *Zustandes* geht verloren, indem sich höchstens einer wohlausgewählten *Hälfte* eines vollständigen Satzes von Variablen bestimmte Zahlwerte zuweisen lassen; beim RUTHERFORDSchen Modell beispielsweise den 6 rechtwinkligen Koordinaten *oder* den Geschwindigkeitskomponenten (es sind noch andere Gruppierungen möglich). Die andere Hälfte bleibt dann völlig unbestimmt, während überzählige Stücke die verschiedensten Grade von Unbestimmtheit aufweisen können. Im allgemeinen werden in einem vollständigen Satz (beim R.schen Modell zwölf Stücke) *alle* nur unscharf bekannt sein. Über den Grad der Unschärfe läßt sich am besten Auskunft geben, wenn man, der klassischen Mechanik folgend, bei der Auswahl der Variablen dafür

Sorge trägt, daß sie sich zu *Paaren* sog. kanonisch konjugierter ordnen, wofür das einfachste Beispiel: eine Ortskoordinate x eines Massenpunktes und die Komponente p_x , in derselben Richtung geschätzt, seines linearen Impulses (d. i. Masse mal Geschwindigkeit). Solche zwei beschränken einander in der Schärfe, mit der sie gleichzeitig bekannt sein können, indem das Produkt ihrer Toleranz- oder Variationsbreiten (die man durch ein der Größe vorangesetztes Δ zu bezeichnen pflegt) nicht unter den Betrag einer gewissen universellen Konstante¹ herabsinken kann, etwa

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h.$$

(HEISENBERGS Ungenauigkeitsbeziehung.)

B. Wenn nicht einmal in jedem Augenblick alle Variable durch einige von ihnen bestimmt sind, dann natürlich auch nicht in einem späteren Augenblick aus erlangbaren Daten eines früheren. Man kann das einen Bruch mit dem Kausalitätsprinzip nennen, aber es ist gegenüber A nichts wesentlich Neues. Wenn in keinem Augenblick ein klassischer Zustand feststeht, kann er sich auch nicht zwangsläufig verändern. Was sich verändert, sind die *Statistiken* oder *Wahrscheinlichkeiten*, die übrigens zwangsläufig. Einzelne Variable können dabei schärfer, andere unschärfer werden. Im ganzen läßt sich behaupten, daß sich die Gesamtschärfe der Beschreibung mit der Zeit nicht ändert, was darauf beruht, daß die durch A auferlegten Beschränkungen in jedem Augenblick dieselben sind. —

Was bedeuten nun die Ausdrücke „unscharf“, „Statistik“, „Wahrscheinlichkeit“? Darüber gibt die Q.M. folgende Auskunft. Sie entnimmt die ganze unendliche Musterkarte denkbarer Variablen oder Bestimmungsstücke unbedenklich dem klassischen Modell und erklärt jedes Stück für *direkt meßbar*, ja sogar mit beliebiger Genauigkeit meßbar, wenn es nur auf es allein ankommt. Hat man sich durch eine passend ausgewählte beschränkte Zahl von Messungen eine Objektkennntnis von jenem maximalen Typus verschafft, wie sie nach A gerade noch möglich ist, dann gibt der mathematische Apparat der neuen Theorie die Mittel an die Hand, um für denselben Zeitpunkt oder für irgendeinen späteren *jeder* Variablen eine ganz bestimmte *statistische Verteilung* zuzuweisen, d. h. eine Angabe darüber, in welchem Bruchteil der Fälle sie bei diesem oder jenem Wert, oder in diesem oder jenem kleinen Intervall angetroffen werden wird (was man auch Wahrscheinlichkeit nennt). Es ist die Meinung, daß dies in der Tat die Wahrscheinlichkeit sei, die betreffende Variable, wenn man sie in dem betreffenden Zeitpunkt mißt, bei diesem oder jenem Wert anzutreffen. Durch einen einzelnen Versuch läßt sich die Richtigkeit dieser *Wahrscheinlichkeitsvoraussage* höchstens angenähert prüfen, nämlich dann, wenn sie einigermaßen

¹ $h = 1,041 \cdot 10^{-27}$ ergsec. In der Literatur wird meist das 2 π -fache davon ($6,542 \cdot 10^{-27}$ ergsec) mit h bezeichnet und für *unser* h ein h mit einem Querstrichlein geschrieben.

scharf ist, d. h. nur einen kleinen Wertebereich für überhaupt möglich erklärt. Um sie vollinhaltlich zu prüfen, muß man den ganzen Versuch *ab ovo* (d. h. einschließlich der orientierenden oder präparativen Messungen) *sehr* oft wiederholen und darf bloß die Fälle verwenden, wo die *orientierenden* Messungen genau dieselben Resultate ergeben haben. An diesen Fällen soll sich dann die für eine bestimmte Variable aus den orientierenden Messungen vorausberechnete Statistik durch Messung bestätigen — das ist die Meinung.

Man muß sich hüten, diese Meinung deshalb zu kritisieren, weil sie so schwer auszusprechen ist; das liegt an unserer Sprache. Aber eine andere Kritik drängt sich auf. Kaum ein Physiker der klassischen Epoche hat wohl beim Ausdenken eines Modells sich erdreistet zu glauben, daß dessen Bestimmungsstücke am Naturobjekt meßbar sind. Nur viel abgeleitete Folgerungen aus dem Bild waren tatsächlich der experimentellen Prüfung zugänglich. Und man durfte nach aller Erfahrung überzeugt sein: lange bevor die fortschreitende Experimentierkunst die weite Kluft überbrückt haben würde, wird das Modell durch allmähliche Anpassung an neue Tatsachen sich erheblich verändert haben. — Während nun die neue Theorie das klassische Modell für unzuständig erklärt, den *Zusammenhang der Bestimmungsstücke untereinander* wiederzugeben (wofür seine Ersinner es gemeint hatten), hält sie es anderseits für geeignet, uns darüber zu orientieren, was für *Messungen* an dem betreffenden Naturobjekt prinzipiell ausführbar sind; was denen, die das Bild ausgedacht, eine unerhörte Überspannung ihres Denkbefehls, eine leichtfertige Vorwegnahme künftiger Entwicklung geschienen hätte. Wäre das nicht prästabilisierte Harmonie von eigener Art, wenn die Forscher der klassischen Epoche, die, wie man heute hört, damals noch gar nicht wußten, was *Messen* eigentlich ist, uns gleichwohl als Vermächtnis ihnen unbewußt einen Orientierungsplan überantwortet hätten, aus dem zu entnehmen ist, was man alles z. B. an einem Wasserstoffatom grundsätzlich messen kann!?

Ich hoffe später klarzumachen, daß die herrschende Lehrmeinung aus Bedrängnis geboren ist. Vorläufig fahre ich in ihrer Darlegung fort.

§ 3. Beispiele für Wahrscheinlichkeitsvoraussagen.

Also alle Voraussagen beziehen sich nach wie vor auf Bestimmungsstücke eines klassischen Modells, auf Orte und Geschwindigkeiten von Massenpunkten, auf Energien, Impulsmomente u. dgl. m. Unklassisch ist bloß, daß nur Wahrscheinlichkeiten vorausgesagt werden. Sehen wir uns das genauer an. Offiziell handelt es sich stets darum, daß vermittels einiger *jetzt* angestellter Messungen und ihrer Resultate über die zu erwartenden Resultate anderer Messungen, die entweder augenblicklich oder zu bestimmter Zeit darauf folgen sollen, die bestmöglichen Wahrscheinlichkeitsangaben gewonnen werden, welche die

Natur zuläßt. Wie sieht die Sache nun aber wirklich aus? In wichtigen und typischen Fällen folgendermaßen.

Wenn man die Energie eines PLANCKSchen Oszillators mißt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dafür einen Wert zwischen E und E' zu finden, nur dann möglicherweise von Null verschieden, wenn zwischen E und E' ein Wert aus der Reihe

$$3\pi h\nu, 5\pi h\nu, 7\pi h\nu, 9\pi h\nu, \dots$$

liegt. Für jedes Intervall, das keinen dieser Werte enthält, ist die Wahrscheinlichkeit Null. Auf deutsch: andere Meßwerte sind ausgeschlossen. Die Zahlen sind ungerade Multipla der *Modellkonstante* $\pi h\nu$ (h = PLANCKSche Zahl, ν = Frequenz des Oszillators). Zwei Dinge fallen auf. Erstens fehlt die Bezugnahme auf vorangehende Messungen — die sind gar nicht nötig. Zweitens: die Aussage leidet wirklich nicht an einem übertriebenen Mangel an Präzision, ganz im Gegenteil, sie ist schärfer als eine wirkliche Messung je sein kann.

Ein anderes typisches Beispiel ist der Betrag des Impulsmoments. In Fig. 1 sei M ein bewegter Massenpunkt, der Pfeil soll seinen Impuls (Masse mal Geschwindigkeit) nach Größe und Richtung darstellen. O ist irgendein fester Punkt im Raum, sagen wir der Koordinatenursprung; also nicht ein Punkt mit physikalischer Bedeutung, sondern ein geometrischer Bezugspunkt. Als Betrag des Impulsmoments von M bezüglich O bezeichnet die klassische Mechanik das Produkt aus der Länge des Impulspeiles und der Länge des Lotes OF .

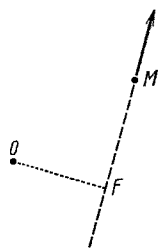


Fig. 1. *Impulsmoment:*

M ist ein materieller Punkt, O ein geometrischer Bezugspunkt. Der Pfeil soll den Impuls (= Masse mal Geschwindigkeit) von M darstellen. Dann ist das *Impulsmoment* das Produkt aus der Länge des Pfeils und der Länge OF .

In der Q.M. gilt für den Betrag des Impulsmoments ganz Ähnliches wie für die Energie des Oszillators. Wieder ist die Wahrscheinlichkeit Null für jedes Intervall, das keinen Wert aus der folgenden Reihe enthält

$$0, \hbar\sqrt{2}, \hbar\sqrt{2 \times 3}, \hbar\sqrt{3 \times 4}, \hbar\sqrt{4 \times 5}, \dots$$

d. h. nur einer dieser Werte kann herauskommen. Das gilt wieder ganz ohne Bezug auf vorangehende Messungen. Und man kann sich wohl vorstellen, wie wichtig diese präzise Aussage ist, *viel* wichtiger als die Kenntnis, welcher von diesen Werten oder welche Wahrscheinlichkeit für jeden von ihnen im Einzelfall wirklich vorliegt. Außerdem fällt hier aber noch auf, daß vom Bezugspunkt gar nicht die Rede ist: wie immer man ihn wählt, man wird einen Wert aus dieser Reihe finden. Am Modell ist diese Behauptung unsinnig, denn das Lot OF verändert sich *stetig*, wenn man den Punkt O ver-

schiebt, und der Impulspeil bleibt ungeändert. Wir sehen an diesem Beispiel, wie die Q.M. das Modell zwar benützt, um an ihm die Größen abzulesen, welche man messen kann und über welche Voraussagen zu machen für sinnvoll gehalten wird, während es für unzuständig erklärt werden muß, den Zusammenhang dieser Größen untereinander zum Ausdruck zu bringen.

Hat man nun nicht in beiden Fällen das Gefühl, daß der wesentliche Inhalt dessen, was gesagt werden soll, sich nur mit einiger Mühe zwingen läßt in die spanischen Stiefel einer Voraussage über die Wahrscheinlichkeit, für eine Variable des klassischen Modells diesen oder jenen Meßwert anzutreffen? Hat man nicht den Eindruck, daß hier von grundlegenden Eigenschaften *neuer* Merkmalgruppen die Rede ist, die mit den klassischen nur noch den Namen gemein haben? Es handelt sich keineswegs um Ausnahmefälle, gerade die wahrhaft wertvollen Aussagen der neuen Theorie haben diesen Charakter. Es gibt wohl auch Aufgaben, die sich dem Typus nähern, auf den die Ausdrucksweise eigentlich zugeschnitten ist. Aber sie haben nicht annähernd dieselbe Wichtigkeit. Und vollends die, die man sich naiverweise als Schulbeispiele konstruieren würde, die haben gar keine. „Gegeben der Ort des Elektrons im Wasserstoffatom zur Zeit $t = 0$; man konstruiere seine Ortsstatistik zu einer späteren Zeit.“ Das interessiert keinen Menschen.

Dem Wortlaut nach beziehen sich alle Aussagen auf das anschauliche Modell. Aber die wertvollen Aussagen sind an ihm wenig anschaulich und seine anschaulichen Merkmale sind von geringem Wert.

§ 4. *Kann man der Theorie ideale Gesamtheiten unterlegen?*

Das klassische Modell spielt in der Q.M. eine Proteus-Rolle. Jedes seiner Bestimmungsstücke kann unter Umständen Gegenstand des Interesses werden und eine gewisse Realität erlangen. Aber niemals alle zugleich — bald sind es diese, bald sind es jene, und zwar immer höchstens die *Halbte* eines vollständigen Variablensatzes, der ein klares Bild von dem augenblicklichen Zustand erlauben würde. Wie steht es jeweils mit den übrigen? *Haben* die dann keine Realität, vielleicht (s. v. v.) eine verschwommene Realität; oder haben stets alle eine und ist bloß, nach Satz A von § 2 ihre gleichzeitige *Kenntnis* unmöglich?

Die zweite Auffassung ist außerordentlich naheliegend für den, der die Bedeutung der *statistischen Betrachtungsweise* kennt, die in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts entstanden ist; zumal wenn er gedenkt, daß am Vorabend des neuen *aus ihr*, aus einem zentralen Problem der statistischen Wärmelehre, die Quantentheorie geboren wurde (MAX PLANCKS Theorie der Wärmestrahlung, Dezember 1899). Das Wesen jener Denkrichtung besteht gerade darin, daß man praktisch niemals alle Bestimmungsstücke des

Systems kennt, sondern *viel* weniger. Zur Beschreibung eines wirklichen Körpers in einem gegebenen Augenblick zieht man darum nicht *einen* Zustand des Modells, sondern ein sog. *Gibbsches Ensemble* heran. Damit ist gemeint eine ideale, das heißt bloß gedachte, Gesamtheit von Zuständen, welche genau unsere beschränkte Kenntnis vom wirklichen Körper widerspiegelt. Der Körper soll sich dann so benehmen wie ein *beliebig aus dieser Gesamtheit herausgegriffener* Zustand. Diese Auffassung hat die allergrößten Erfolge gehabt. Ihren höchsten Triumph bildeten solche Fälle, in denen *nicht* alle in der Gesamtheit vorkommenden Zustände *dasselbe* beobachtbare Verhalten des Körpers erwarten lassen. Der Körper benimmt sich nämlich dann wirklich bald so, bald so, genau der Voraussicht entsprechend (thermodynamische Schwankungen). Es liegt nahe, daß man versuche, die stets unscharfe Aussage der Q.M. auch zu beziehen auf eine ideale Gesamtheit von Zuständen, von denen im konkreten Einzelfall ein ganz bestimmter vorliege — aber man weiß nicht welcher.

Daß das nicht geht, zeigt uns das *eine* Beispiel vom Impulsmoment, als eines für viele. Man denke sich in Fig. 1 den Punkt *M* in die verschiedensten Lagen gegenüber *O* gebracht und mit den verschiedensten Impulsfeilen versehen und vereinige alle diese Möglichkeiten zu einer idealen Gesamtheit. Dann kann man wohl die Lagen und die Pfeile so auswählen, daß in jedem Fall das Produkt aus der Länge des Pfeils und der Länge des Lotes *OF* einen oder den anderen von den zulässigen Werten hat — bezüglich des bestimmten Punktes *O*. Aber für einen beliebigen anderen Punkt *O'* treten selbstverständlich unzulässige Werte auf. Das Heranziehen der Gesamtheit hilft also keinen Schritt weiter. — Ein anderes Beispiel ist die Energie des Oszillators. Es gibt den Fall, daß sie einen scharf bestimmten Wert hat, z. B. den niedersten $3\pi\hbar\nu$. Die Entfernung der zwei Massenpunkte (die den Oszillator bilden) erweist sich dann als sehr *unscharf*. Um diese Aussage auf ein statistisches Kollektiv von Zuständen beziehen zu können, müßte dann aber in diesem Fall die Statistik der Entfernungen wenigstens nach oben hin scharf begrenzt sein durch diejenige Entfernung, bei der schon die *potentielle Energie* den Wert $3\pi\hbar\nu$ erreicht bzw. überschreitet. So ist es aber nicht, sogar beliebig große Entfernungen kommen vor, wenn auch mit stark abnehmender Wahrscheinlichkeit. Und das ist nicht etwa ein nebensächliches Rechenergebnis, das irgendwie beseitigt werden könnte, ohne die Theorie ins Herz zu treffen: neben vielem anderen gründet sich auf diesen Sachverhalt die quantenmechanische Erklärung der Radioaktivität (GAMOW). — Die Beispiele ließen sich ins Unbegrenzte vermehren. Man beachte, daß von zeitlichen Veränderungen gar nicht die Rede war. Es würde nichts helfen, wenn man dem Modell erlauben wollte, sich ganz „unklassisch“ zu verändern, etwa zu „sprin-

gen“. Schon für den einzelnen Augenblick klappt es nicht. Es gibt in keinem Augenblick ein Kollektiv klassischer Modellzustände, auf das die Gesamtheit der quantenmechanischen Aussagen dieses Augenblicks zutrifft. Dasselbe läßt sich auch so ausdrücken: wenn ich dem Modell in jedem Augenblick einen bestimmten (mir bloß nicht genau bekannten) Zustand zuschreiben wollte oder (was dasselbe ist) *allen* Bestimmungsstücken bestimmte (mir bloß nicht genau bekannte) Zahlenwerte, so ist keine Annahme über diese Zahlenwerte *denkbar*, die nicht mit einem Teil der quantentheoretischen Behauptungen im Widerspruch stünde.

Das ist nicht ganz, was man erwartet, wenn man hört, daß die Angaben der neuen Theorie immer unscharf sind im Vergleich zu den klassischen.

§ 5. Sind die Variablen wirklich verwaschen?

Die andere Alternative bestand darin, daß man bloß den jeweils scharfen Bestimmungsstücken Realität zugestehe — oder allgemeiner gesprochen einer jeden Variablen eine solche Art der Verwirklichung, die genau der quantenmechanischen Statistik dieser Variablen in dem betreffenden Augenblick entspricht.

Daß es nicht etwa unmöglich ist, Grad und Art der Verwaschenheit *aller* Variablen in *einem* vollkommen *klaren* Bilde zum Ausdruck zu bringen, geht schon daraus hervor, daß die Q.M. ein solches Instrument tatsächlich besitzt und verwendet, die sog. Wellenfunktion oder ψ -Funktion, auch Systemvektor genannt. Von ihr wird weiter unten noch viel die Rede sein. Daß sie ein abstraktes, unanschauliches mathematisches Gebilde sei, ist ein Bedenken, das gegenüber neuen Denkbefehlen fast immer auftaucht und nicht viel zu sagen hätte. Jedenfalls ist sie ein Gedankending, das die Verwaschenheit aller Variablen in jedem Augenblick ebenso klar und exakt konterfeit, wie das klassische Modell deren scharfe Zahlenwerte. Auch ihr Bewegungsgesetz, das Gesetz ihrer zeitlichen Änderung, solange das System sich selbst überlassen ist, steht an Klarheit und Bestimmtheit hinter den Bewegungsgleichungen des klassischen Modells um kein Jota zurück. Mithin könnte die ψ -Funktion geradezu an dessen Stelle treten, solange die Verwaschenheit sich auf atomare, der direkten Kontrolle entzogene Dimensionen beschränkt. In der Tat hat man aus der Funktion ganz anschauliche und bequeme Vorstellungen abgeleitet, beispielsweise die „Wolke negativer Elektrizität“ um den positiven Kern u. dgl. Ernste Bedenken erheben sich aber, wenn man bemerkt, daß die Unbestimmtheit grob tastbare und sichtbare Dinge ergreift, wo die Bezeichnung Verwaschenheit dann einfach falsch wird. Der Zustand eines radioaktiven Kerns ist vermutlich in solchem Grade und in solcher Art verwaschen, daß weder der Zeitpunkt des Zerfalls noch die Richtung feststeht, in der die α -Partikel, die dabei austritt, den Kern verläßt. Im Innern des Atomkerns stört uns die

Verwaschenheit nicht. Die austretende Partikel wird, wenn man anschaulich deuten will, als Kugelle beschreiben, die nach allen Richtungen und fortwährend vom Kern emaniert und einen benachbarten Leuchtschirm fortwährend in seiner ganzen Ausdehnung trifft. Der Schirm aber zeigt nicht etwa ein beständiges mattes Flächenleuchten, sondern blitzt in *einem* Augenblick an *einer* Stelle auf — oder, um der Wahrheit die Ehre zu geben, er blitzt bald hier, bald dort auf, weil es unmöglich ist, den Versuch mit bloß einem einzigen radioaktiven Atom auszuführen. Benützt man statt des Leuchtschirms einen räumlich ausgedehnten Detektor, etwa ein Gas, das von den α -Teilchen ionisiert wird, so findet man die Ionenpaare längs geradliniger Kolonnen angeordnet¹, die rückwärts verlängert das radioaktive Materiekörnchen treffen, von dem die α -Strahlung ausgeht (C.T.R. WILSONsche Bahnpuren, durch Nebeltröpfchen sichtbar gemacht, die auf den Ionen kondensieren).

Man kann auch ganz burleske Fälle konstruieren. Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine (die man gegen den direkten Zugriff der Katze

¹ Zur Veranschaulichung kann Fig. 5 oder 6 auf S. 375 des Jg. 1927 dieser Zeitschrift dienen; oder auch Fig. 1, S. 734 des vorigen Jahrganges (1934), da sind es aber Bahnpuren von Wasserstoffkernen.

sichern muß): in einem GEIGERSchen Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktiver Substanz, *so wenig*, daß im Lauf einer Stunde *vielleicht* eines von den Atomen zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keines; geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses ganze System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sich sagen, daß die Katze noch lebt, *wenn* inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiftet haben. Die ψ -Funktion des ganzen Systems würde das so zum Ausdruck bringen, daß in ihr die lebende und die tote Katze (s. v. v.) zu gleichen Teilen gemischt oder verschmiert sind.

Das Typische an diesen Fällen ist, daß eine ursprünglich auf den Atombereich beschränkte Unbestimmtheit sich in grobsinnliche Unbestimmtheit umsetzt, die sich dann durch direkte Beobachtung *entscheiden* läßt. Das hindert uns, in so naiver Weise ein „verwaschenes Modell“ als Abbild der Wirklichkeit gelten zu lassen. An sich enthielte es nichts Unklares oder Widerspruchsvolles. Es ist ein Unterschied zwischen einer verwackelten oder unscharf eingestellten Photographie und einer Aufnahme von Wolken und Nebelschwaden.

(Fortsetzung folgt.)

Der Ausbruchscyklus des Merapi in den Jahren 1933/34.

VON HANS RECK, Berlin.

Schon einmal habe ich in dieser Zeitschrift¹ über einen der stärksten Ausbrüche dieses regsten und gefährlichsten Vulkans Niederländisch-Indiens berichtet, nämlich über den des Jahres 1930, mit dem nach langer Pause eine neue Unruheperiode seines Herdes eingeleitet wurde. Dieser Paroxysmus, dessen Abklingen noch weit in das Jahr 1931 hineinreichte, ist vom vulkanologischen Dienst Niederl. Indiens sehr gründlich studiert und inzwischen in einer schönen Monographie von NEUMANN VAN PADANG² veröffentlicht worden. Drei Vulkanologen vor allem: STEHN, NEUMANN VAN PADANG und HARTMANN, verdanken wir die weitgehende Klärung der Erscheinungen dieses Ausbruches und damit eines Ausbruchstyps, der nicht von minderem allgemein vulkanologischem Interesse und nicht von geringerer praktischer Bedeutung ist als etwa der eines Stratovulkans, wie der Vesuv, oder eines Schildvulkans, wie der Skjaldbreið auf Island einer ist.

Dieser Typ läßt sich allgemein dahin charakterisieren, daß eine erste Explosivphase Träger der Befreiung des in der vorangegangenen Ruhezeit äußerlich mehr oder minder unmerklich eruptions-

reif gewordenen Magmas ist. Diese Phase kennzeichnen sowohl auf- wie absteigende Eruptionswolken; sie ist dadurch bei weitem die gefährlichste des ganzen Cyklus. Sie wirkt zerstörend und vermag stürmisch den angesammelten Überschuß an Energie im Herd. Eine zweite Phase führt zähes, gasärmer gewordenen Magma durch den Schlot empor und staut es zu einer Kuppe über dem Austrittspunkt auf. Eine dritte, mit der vorangehenden meist eng verknüpfte Phase endlich führt, ebenfalls gas- und explosionsarm, den Andrang der Lavamassen, die der stets relativ klein bleibende Kuppenbau nicht zu fassen vermag, in Stromform an der geeignetsten Stelle aus dem Kraterbereich über die Vulkanhänge ab. Diese beiden Phasen sind die Aufbauphasen des Vulkans. Eine vierte Phase endlich ist die sehr verschieden lange Pause der Erschöpfung, während welcher der Vulkan Stoff und Kräfte ergänzt und zu neuem Durchbruch sammelt.

Es ist selbstverständlich, daß bei dem überwältigenden, verwirrenden Kräftespiel eines Vulkanausbruches diese Einzelphasen ebensowenig schematisch gleich ablaufen wie die ganzen Cyklen. Die Variabilität aller Einzelheiten ist für unser Schauen und Verstehen fast unbegrenzt; sie können die erkannten Gesetzmäßigkeiten sogar zeitweise überwuchern; aber die Grundzüge des Zyklusablaufes, das Typologische, schält sich doch bei jedem Gesamtüberblick über eine solche Eruptionsperiode

¹ H. RECK, Der Merapi-Vulkan auf Java und sein Ausbruch im Dezember 1930. Naturwiss. 19, 369—373 (1931).

² M. NEUMANN VAN PADANG, De uitbarsting van den Merapi (Midden Java) in de jaren 1930—1931. Vulkanol. en seismolog. Mededeel 1933, Nr 12.

Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

Von E. SCHRÖDINGER, Oxford.

(Fortsetzung¹.)

Inhaltsübersicht.

- § 6. Der bewußte Wechsel des erkenntnistheoretischen Standpunktes.
- § 7. Die ψ -Funktion als Katalog der Erwartung.
- § 8. Theorie des Messens, erster Teil.
- § 9. Die ψ -Funktion als Beschreibung des Zustandes.
- § 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.

§ 6. Der bewußte Wechsel des erkenntnistheoretischen Standpunktes.

Im vierten Abschnitt hatten wir gesehen, daß es nicht möglich ist, die Modelle glatt zu übernehmen und den jeweils unbekannten oder nicht genau bekannten Variablen doch auch bestimmte Werte zuzuschreiben, die wir bloß nicht kennen. Im § 5 sahen wir, daß die Unbestimmtheit auch nicht eine wirkliche Verwaschenheit ist, denn es gibt jedenfalls Fälle, wo eine leicht ausführbare Beobachtung die fehlende Kenntnis verschafft. Was bleibt nun übrig? Aus diesem sehr schwierigen Dilemma hilft sich oder uns die herrschende Lehrmeinung durch Zuflucht zur Erkenntnistheorie. Man bedeutet uns, daß kein Unterschied zu machen sei zwischen dem wirklichen Zustand des Naturobjekts und dem, was ich darüber weiß, oder besser vielleicht dem, was ich darüber wissen kann, wenn ich mir Mühe gebe. *Wirklich* — so sagt man — sind ja eigentlich nur Wahrnehmung, Beobachtung, Messung. Habe ich mir durch sie in einem gegebenen Augenblick die bestmögliche Kenntnis vom Zustande des physikalischen Objekts verschafft, die naturgesetzlich erlangbar ist, so darf ich jede darüber hinausgehende Frage nach dem „wirklichen Zustand“ als *gegenstandslos* abweisen, sofern ich überzeugt bin, daß keine weitere Beobachtung meine Kenntnis davon erweitern kann — wenigstens nicht, ohne sie in anderer Hinsicht um ebensoviel zu schmälern (nämlich durch Veränderung des Zustandes, s. w. u.).

Das wirft nun einiges Licht auf die Genesis der Behauptung, die ich am Ende von § 2 als etwas sehr weitgehend bezeichnete: daß alle Modellgrößen prinzipiell meßbar sind. Man kann dieses Glaubenssatzes kaum entraten, wenn man sich gezwungen sieht, den eben erwähnten philosophischen Grundsatz, dem als obersten Schirmherrn aller Empirie kein Verständiger die Achtung versagen wird, als Diktator zu Hilfe zu rufen in den Nöten physikalischer Methodik.

Die Wirklichkeit widerstrebt der gedanklichen Nachbildung durch ein Modell. Man läßt darum

den naiven Realismus fahren und stützt sich direkt auf die unbezweifelbare These, daß *wirklich* (für den Physiker) letzten Endes nur die Beobachtung, die Messung ist. Dann hat hinfort all unser physikalisches Denken als einzige Basis und als einzigen Gegenstand die Ergebnisse prinzipiell ausführbarer Messungen, denn auf eine andere Art von Wirklichkeit oder auf ein Modell soll unser Denken sich ja jetzt ausdrücklich *nicht* mehr beziehen. Alle Zahlen, die in unseren physikalischen Berechnungen vorkommen, müssen für Maßzahlen erklärt werden. Da wir aber nicht frisch auf die Welt kommen und unsere Wissenschaft neu aufzubauen beginnen, sondern einen ganz bestimmten Rechenapparat in Gebrauch haben, von dem wir uns seit den großen Erfolgen der Q.M. weniger denn je trennen möchten, sehen wir uns gezwungen, vom Schreibtisch aus zu diktieren, welche Messungen prinzipiell möglich sind, das heißt möglich sein müssen, um unser Rechenschema ausreichend zu stützen. Dieses erlaubt einen scharfen Wert für jede Modellvariable einzeln (ja sogar für einen „halben Satz“), also muß jede einzeln beliebig genau meßbar sein. Wir dürfen uns nicht mit weniger begnügen, denn wir haben unsere naiv-realistische Unschuld verloren. Wir haben nichts als unser Rechenschema, um anzugeben, wo die Natur die Ignorabimus-Grenze zieht, d. h. was eine *bestmögliche* Kenntnis vom Objekt ist. Und könnten wir das nicht, dann würde unsere Meßwirklichkeit doch etwa sehr vom Fleiß oder der Faulheit des Experimentators abhängen, wie viel Mühe er daran wendet, sich zu informieren. Wir müssen ihm also schon sagen, wie weit er kommen könnte, wenn er nur geschickt genug wäre. Sonst wäre ernstlich zu befürchten, daß es dort, wo wir das Weiterfragen verbieten, wohl doch noch einiges Wissenswerte zu fragen gibt.

§ 7. Die ψ -Funktion als Katalog der Erwartung.

In der Darlegung der offiziellen Lehre fort-führend, wenden wir uns der schon oben (§ 5) erwähnten ψ -Funktion zu. Sie ist jetzt das Instrument zur Voraussage der Wahrscheinlichkeit von Maßzahlen. In ihr ist die jeweils erreichte Summe theoretisch begründeter Zukunftserwartung verkörpert, gleichsam wie in einem Katalog niedergelegt. Sie ist die Beziehungs- und Bedingtheitsbrücke zwischen Messungen und Messungen, wie es in der klassischen Theorie das Modell und sein jeweiliger Zustand war. Mit diesen hat die ψ -Funktion auch sonst viel gemein. Sie wird, im Prinzip, eindeutig festgelegt durch eine endliche Zahl

¹ Vgl. Heft 48, S. 807.

Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

Von E. SCHRÖDINGER, Oxford.

(Schluß¹.)

Inhaltsübersicht.

- § 11. Die Aufhebung der Verschränkung. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.
- § 12. Ein Beispiel.
- § 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.
- § 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit. Bedenken gegen die Sonderstellung der Zeit.
- § 15. Naturprinzip oder Rechenkunstgriff?

§ 11. Die Aufhebung der „Verschränkung“. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.

Wir kehren wieder zum allgemeinen Fall der „Verschränkung“ zurück, ohne gerade den besonderen Fall eines Meßvorgangs im Auge zu haben, wie soeben. Die Erwartungskataloge zweier Körper A und B sollen sich durch vorübergehende Wechselwirkung verschränkt haben. Jetzt sollen die Körper wieder getrennt sein. Dann kann ich einen davon, etwa B , hernehmen und meine untermaximal gewordene Kenntnis von ihm durch Messungen sukzessive zu einer maximalen ergänzen. Ich behaupte: sobald mir das zum erstenmal gelingt, und nicht eher, wird erstens die Verschränkung gerade gelöst sein und werde ich zweitens durch die Messungen an B unter Ausnutzung der Konditionalsätze, die bestanden, maximale Kenntnis auch von A erworben haben.

Denn erstens bleibt die Kenntnis vom Gesamtsystem immer maximal, weil sie durch gute und genaue Messungen keinesfalls verdorben wird. Zweitens: Konditionalsätze von der Form „wenn an A , dann an B “, kann es nicht mehr geben, sobald wir von B einen Maximalkatalog erlangt haben. Denn der ist *nicht* bedingt und zu ihm kann überhaupt nichts auf B Bezügliches mehr hinzutreten. Drittens: Konditionalsätze in umgekehrter Richtung („wenn an B , dann an A “) lassen sich in Sätze über A allein umwandeln, weil ja alle Wahrscheinlichkeiten für B schon bedingungslos bekannt sind. Die Verschränkung ist also restlos beseitigt, und da die Kenntnis vom Gesamtsystem maximal geblieben ist, kann sie nur darin bestehen, daß zum Maximalkatalog für B ein ebensolcher für A hinzutritt.

Es kann aber auch nicht etwa vorkommen, daß A indirekt, durch die Messungen an B , schon maximal bekannt wird, bevor B es noch ist. Denn dann funktionieren alle Schlüsse in umgekehrter Richtung, d. h. B ist es auch. Die Systeme werden gleichzeitig maximal bekannt, wie behauptet. Nebenbei bemerkt, würde das auch gelten, wenn man das Messen nicht gerade auf eines der beiden Systeme beschränkt. Aber das Interessante ist gerade, daß man es auf eines der beiden beschränken *kann*; daß man damit ans Ziel kommt.

Welche Messungen an B und in welcher Reihenfolge sie vorgenommen werden, ist ganz der Will-

kür des Experimentators anheimgestellt. Er braucht nicht besondere Variable auszuwählen, um die Konditionalsätze auszunutzen zu können. Er darf sich ruhig einen Plan machen, der ihn zu maximaler Kenntnis von B führen würde, auch wenn er über B gar nichts wüßte. Es kann auch nichts schaden, wenn er diesen Plan zu Ende führt. Wenn er sich nach jeder Messung überlegt, ob er etwa schon am Ziel ist, so nur, um sich weitere überflüssige Arbeit zu ersparen.

Welcher A -Katalog sich solchermaßen indirekt ergibt, hängt selbstverständlich von den Maßzahlen ab, die an B auftreten (bevor die Verschränkung ganz gelöst ist; von den späteren, falls überflüssigerweise weitergemessen wird, nicht mehr). Gesetzt nun, ich hätte in einem bestimmten Fall auf solche Art einen A -Katalog erschlossen. Dann kann ich nachdenken und mir überlegen, ob ich vielleicht einen *anderen* gefunden haben würde, wenn ich einen *anderen* Meßplan an B ins Werk gesetzt hätte. Weil ich aber doch das System A weder wirklich berührt habe noch in dem gedachten anderen Fall berührt haben würde, so müssen die Aussagen des anderen Kataloges, welche es nun auch sein mögen, alle *auch* richtig sein. Sie müssen also ganz in dem ersten enthalten sein, da der erste maximal ist. Das würde der zweite aber auch sein. Also muß er mit dem ersten identisch sein.

Seltsamerweise genügt die mathematische Struktur der Theorie dieser Forderung keineswegs automatisch. Ja noch mehr, es lassen sich Beispiele konstruieren, wo die Forderung notwendigerweise verletzt wird. Zwar kann man bei jedem Versuch nur *eine* Anordnung der Messungen (immer an B !) wirklich ausführen, denn sobald das geschehen ist, ist die Verschränkung gelöst und man erfährt durch weitere Messungen an B nichts mehr über A . Aber es gibt Fälle von Verschränkung, in welchen für die Messungen an B *zwei bestimmte Programme* angebar sind, deren jedes 1. zur Auflösung der Verschränkung führen muß, 2. zu einem A -Katalog führen *kann* — welche Maßzahlen auch immer sich im einen oder im anderen Falle einstellen mögen. Es steht nämlich einfach so, daß die *zwei Reihen* von A -Katalogen, die sich bei dem einen oder bei dem anderen Programm überhaupt einstellen können, reinlich getrennt sind und kein einziges Mitglied gemein haben.

Das sind besonders zugespitzte Fälle, in denen der Schluß so offen zutage liegt. Im allgemeinen muß man genauer überlegen. Wenn zwei Programme für die Messungen an B vorgelegt sind und die zwei Reihen von A -Katalogen, zu denen sie führen können, dann genügt es keineswegs, daß die zwei Reihen ein oder einige Mitglieder gemein haben, um sagen zu dürfen: na, dann wird also wohl immer eines von diesen sich einstellen —

¹ Vgl. Heft 48, S. 807 ff. und Heft 49, S. 823 ff.

und so die Forderung als „vermutlich erfüllt“ hinzustellen. Das genügt nicht. Denn *man kennt ja* die Wahrscheinlichkeit jeder Messung an *B*, als Messung am Gesamtsystem betrachtet, und bei vielen ab-ovo-Wiederholungen muß jede mit der ihr zugedachten Häufigkeit sich einstellen. Die zwei Reihen von *A*-Katalogen müßten also, Mitglied für Mitglied, übereinstimmen und überdies müßten die Wahrscheinlichkeiten in jeder Reihe dieselben sein. Und das nicht bloß für diese zwei Programme, sondern für jedes der unendlich vielen, die man ausdenken kann. Davon ist nun nicht im entferntesten die Rede. Die Forderung, daß der *A*-Katalog, den man erhält, immer derselbe sein sollte, durch welche Messungen an *B* man ihn auch zutage fördert, diese Forderung ist ganz und gar niemals erfüllt.

Wir wollen jetzt ein einfaches „zugespitztes“ Beispiel besprechen.

§ 12. Ein Beispiel¹.

Der Einfachheit halber betrachten wir zwei Systeme mit nur je *einem* Freiheitsgrad. D. h., jedes von ihnen soll durch *eine* Koordinate *q* und einen dazu kanonisch konjugierten Impuls *p* charakterisiert sein. Das klassische Bild wäre ein Massenpunkt, der nur auf einer Geraden beweglich ist, so wie die Kugeln jener Spielzeuge, an denen kleine Kinder das Rechnen lernen. *p* ist das Produkt Masse mal Geschwindigkeit. Für das zweite System bezeichnen wir die zwei Bestimmungsstücke mit großem *Q* und *P*. Ob die zwei auf „denselben Draht aufgefädelt“ sind, davon werden wir in unserer abstrakten Überlegung gar nicht zu reden haben. Aber wenn sie es auch sind, so kann es deshalb doch bequem sein, *q* und *Q* nicht vom selben Fixpunkt an zu rechnen. Die Gleichheit *q* = *Q* braucht darum nicht Koinzidenz zu bedeuten. Die zwei Systeme können trotzdem ganz getrennt sein.

In der zitierten Arbeit ist gezeigt, daß zwischen diesen zwei Systemen eine Verschränkung bestehen kann, die *in einem bestimmten Augenblick, auf den sich alles Folgende bezieht*, kurz durch die beiden Gleichungen

$$q = Q \quad \text{und} \quad p = -P$$

bezeichnet wird. Das heißt: *ich weiß, wenn eine Messung von q am ersten System einen gewissen Wert ergibt, wird eine sogleich darauf ausgeführte Q-Messung am zweiten denselben Wert geben und vice versa; und ich weiß, wenn eine p-Messung am ersten System einen gewissen Wert ergibt, so wird eine sogleich darauf ausgeführte P-Messung den entgegengesetzten Wert geben und vice versa.*

Eine *einzige* Messung von *q* oder *p* oder *Q* oder *P* hebt die Verschränkung auf und macht *beide* Systeme maximal bekannt. Eine zweite Messung

an demselben System modifiziert nurmehr die Aussage über *es*, lehrt nichts mehr über das andere. Man kann also nicht beide Gleichheiten in einem Versuch prüfen. Aber man kann den Versuch tausendmal ab ovo wiederholen; immer wieder dieselbe Verschränkung herstellen; je nach Laune die eine oder die andere Gleichheit prüfen; die man jeweils zu prüfen geruht, bestätigt finden. Wir setzen voraus, daß das geschehen ist.

Wenn man dann beim tausendundersten Versuch Lust bekommt, auf weitere Prüfungen zu verzichten und statt dessen am ersten System *q* und am zweiten *P* zu messen, und man findet

$$q = 4; \quad P = 7;$$

kann man dann zweifeln, daß

$$q = 4; \quad p = -7$$

eine richtige Voraussage für das erste System gewesen sein würde, oder

$$Q = 4; \quad P = 7$$

eine richtige Voraussage für das zweite? Nicht vollinhaltlich im Einzelversuch prüfbar, das sind Quantenvoraussagen ja nie, aber richtig, weil, wer sie besessen hätte, keiner Enttäuschung ausgesetzt war, welche Hälfte er auch zu prüfen beschloß.

Man kann daran nicht zweifeln. Jede Messung ist an ihrem System die erste. Direkt beeinflussen können einander Messungen an getrennten Systemen nicht, das wäre Magie. Zufallszahlen können es auch nicht sein, wenn aus tausend Versuchen feststeht, daß Jungfernmessungen koinzidieren.

Der Voraussagenkatalog *q* = 4, *p* = -7 wäre natürlich hypermaximal.

§ 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.

Nun ist eine *Voraussage* in diesem Umfang nach den Lehren der Q.M., die wir hier bis in ihre letzten Konsequenzen verfolgen, auch gar nicht möglich. Viele meiner Freunde halten sich dadurch beruhigt und erklären: was ein System dem Experimentator geantwortet *haben würde, wenn . . .*, — hat nichts mit einer wirklichen Messung zu tun und geht uns daher von unserem erkenntnistheoretischen Standpunkt aus nichts an.

Aber machen wir uns die Sache noch einmal ganz klar. Konzentrieren wir die Aufmerksamkeit auf das durch die kleinen Buchstaben *p*, *q* bezeichnete System, nennen wir es kurz das „kleine“. Die Sache steht doch so. Ich kann dem kleinen System, durch direkte Messung an ihm, *eine* von zwei Fragen vorlegen, entweder die nach *q* oder die nach *p*. Bevor ich das tue, kann ich mir, wenn ich will, durch eine Messung an dem völlig abgetrennten anderen System (das wir als Hilfsapparat auffassen wollen) die Antwort auf *eine* dieser Fragen verschafft haben, oder ich kann die Absicht haben, das nachher zu besorgen. Mein kleines System, wie ein Schüler in der Prüfung, *kann unmöglich wissen*, ob ich das getan habe und für welche Frage, oder ob und für welche ich es

¹ A. EINSTEIN, B. PODOLSKY u. N. ROSEN, Physic. Rev. 47, 777 (1935). Das Erscheinen dieser Arbeit gab den Anstoß zu dem vorliegenden — soll ich sagen Referat oder Generalbeichte?

nachher beabsichtige. Aus beliebig vielen Vorversuchen weiß ich, daß der Schüler die erste Frage, die ich ihm vorlege, stets richtig beantwortet. Daraus folgt, daß er in jedem Falle die Antwort auf *beide* Fragen *weiß*. Daß das Antworten auf die erste Frage, die mir zu stellen beliebt, den Schüler dergestalt ermüdet oder verwirrt, daß seine weiteren Antworten nichts wert sind, ändert an dieser Feststellung gar nichts. Kein Gymnasialdirektor würde, wenn diese Situation sich bei Tausenden von Schülern gleicher Provenienz wiederholt, anders urteilen, so sehr er sich auch wundern würde, *was* alle Schüler nach der Beantwortung der ersten Frage so blöd oder renitent macht. Er würde nicht auf den Gedanken kommen, daß sein, des Lehrers, Nachschlagen in einem Hilfsbuch dem Schüler die richtige Antwort erst eingibt, oder gar daß in den Fällen, wo es dem Lehrer beliebt, erst nach erfolgter Schülerantwort nachzuschlagen, die Schülerantwort den Text des Notizbuches zu des Schülers Gunsten abgeändert hat.

Mein kleines System hält also auf die q -Frage und auf die p -Frage je eine ganz bestimmte Antwort bereit für den Fall, daß die betreffende die erste ist, die man ihm direkt stellt. An dieser Bereitschaft kann sich kein Tüttelchen dadurch ändern, daß ich etwa am Hilfssystem das Q messe (im Bilde: daß der Lehrer in seinem Notizbuch eine der Fragen nachschlägt und dabei allerdings *die* Seite, wo die andere Antwort steht, durch einen Tintenkleks verdirbt). Der Quantenmechaniker behauptet, daß nach einer Q -Messung am Hilfssystem meinem kleinen System eine ψ -Funktion zukommt, in welcher „ q völlig scharf, p aber völlig unbestimmt ist“. Und doch hat sich, wie schon gesagt, kein Tüttelchen daran geändert, daß mein kleines System auch auf die p -Frage eine ganz bestimmte Antwort bereit hat, und zwar dieselbe wie früher.

Die Sache ist aber noch viel schlimmer. Nicht nur auf die q -Frage und auf die p -Frage hat mein kluger Schüler je eine ganz bestimmte Antwort bereit, sondern noch auf tausend andere, und zwar ohne daß ich die Mnemotechnik, mit der ihm das gelingt, im geringsten durchschauen kann. p und q sind nicht die einzigen Variablen, die ich messen kann. Irgendeiner Kombination von ihnen zum Beispiel

$$p^2 + q^2$$

entspricht nach der Auffassung der Q.M. auch eine ganz bestimmte Messung. Es zeigt sich nun¹, daß auch für diese die Antwort durch eine Messung am Hilfssystem auszumachen ist, nämlich durch die Messung von $P^2 + Q^2$, und zwar sind die Antworten geradezu gleich. Nach allgemeinen Regeln der Q.M. kann für diese Quadratsumme nur ein Wert aus der Reihe

$$\hbar, 3\hbar, 5\hbar, 7\hbar, \dots$$

herauskommen. Die Antwort, die mein kleines System auf die $(p^2 + q^2)$ -Frage bereit hat (für den Fall, daß dies die erste sein sollte, die an es herantritt), muß eine Zahl aus dieser Reihe sein. — Ganz genau so steht es mit der Messung von

$$p^2 + a^2 q^2,$$

wobei a eine beliebige positive Konstante sein soll. In diesem Fall muß nach der Q.M. die Antwort eine Zahl aus der folgenden Reihe sein:

$$a\hbar, 3a\hbar, 5a\hbar, 7a\hbar, \dots$$

Für jeden Zahlwert von a erhält man eine neue Frage, auf jede hält mein kleines System eine Antwort aus der (mit dem betreffenden a gebildeten) Reihe bereit.

Das Erstaunlichste ist nun: diese Antworten können untereinander unmöglich in dem durch die Formeln gegebenen Zusammenhang stehen! Denn sei q' die Antwort, die für die q -Frage, p' die Antwort, die für die p -Frage bereit gehalten wird, dann kann unmöglich

$$\frac{p'^2 + a^2 q'^2}{a\hbar} = \text{einer ungeraden ganzen Zahl}$$

sein für bestimmte Zahlwerte q' und p' und für *jede beliebige positive Zahl* a . Das ist nicht etwa nur ein Operieren mit gedachten Zahlen, die man nicht wirklich ermitteln kann. Zwei von den Maßzahlen kann man sich ja verschaffen, z. B. q' und p' , die eine durch direkte, die andere durch indirekte Messung. Und dann kann man sich (s. v. v.) davon überzeugen, daß obiger Ausdruck, aus den Maßzahlen q' und p' und einem willkürlichen a gebildet, keine ungerade ganze Zahl ist.

Der Mangel an Einblick in den Zusammenhang der verschiedenen bereit gehaltenen Antworten (in die „Mnemotechnik“ des Schülers) ist ein vollkommener, die Lücke wird nicht etwa durch eine neuartige Algebra der Q.M. ausgefüllt. Der Mangel ist um so befremdender, als man anderseits beweisen kann: die Verschränkung ist schon durch die Forderungen $q = Q$ und $p = -P$ eindeutig festgelegt. Wenn wir wissen, daß die Koordinaten gleich und die Impulse entgegengesetzt gleich sind, so folgt quantenmechanisch eine *ganz bestimmte* ein-eindeutige Zuordnung *aller möglichen* Messungen an den beiden Systemen. Für *jede* Messung am „kleinen“ kann man sich die Maßzahl durch eine passend angeordnete Messung am „großen“ verschaffen, und jede Messung am großen orientiert zugleich über das Ergebnis, das eine bestimmte Art von Messung am kleinen geben wird oder gegeben hat. (Natürlich in demselben Sinn wie bisher immer: nur die jungfräuliche Messung an jedem System zählt.) Sobald wir die zwei Systeme in die Situation gebracht haben, daß sie (kurz gesagt) in Koordinate und Impuls übereinstimmen, stimmen sie (kurz gesagt) auch in bezug auf alle anderen Variablen überein.

Aber wie die Zahlwerte all dieser Variablen an *einem* System untereinander zusammenhängen, wissen wir gar nicht, obwohl das System für jede

¹ E. SCHRÖDINGER, Proc. Cambridge philos. Soc. (im Druck).

einen ganz bestimmten in Bereitschaft haben muß: denn wir können, wenn wir wollen, gerade ihn am Hilffsystem in Erfahrung bringen und finden ihn dann bei direkter Messung stets bestätigt.

Soll man sich nun denken, weil wir über die Beziehung zwischen den in *einem* System bereitgestellten Variablenwerten so gar nichts wissen, daß keine besteht, daß weitgehend beliebige Kombinationen vorkommen können? Das würde heißen, daß solch ein System von „*einem* Freiheitsgrad“ nicht bloß *zwei* Zahlen zu seiner ausreichenden Beschreibung nötig hätte, wie die klassische Mechanik wollte, sondern viel mehr, vielleicht unendlich viele. Aber dann ist es doch seltsam, daß *zwei* Systeme immer gleich in *allen* Variablen übereinstimmen, wenn sie in zweien übereinstimmen. Man müßte also zweitens annehmen, daß dies an unserer Ungeschicklichkeit liegt; müßte denken, daß wir praktisch nicht imstande sind, zwei Systeme in eine Situation zu bringen, in der sie bezüglich zweier Variablen übereinstimmen, ohne nolens volens die Übereinstimmung auch für alle übrigen Variablen mit herbeizuführen, obwohl das an sich nicht nötig wäre. Diese *beiden* Annahmen müßte man machen, um den völligen Mangel an Einsicht in den Zusammenhang der Variablenwerte innerhalb eines Systems nicht als eine große Verlegenheit zu empfinden.

§ 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit. Bedenken gegen die Sonderstellung der Zeit.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, daran zu erinnern, daß alles, was in den Abschnitten 12 und 13 gesagt worden ist, sich auf einen einzigen Augenblick bezieht. Die Verschränkung ist nicht zeitbeständig. Sie bleibt zwar dauernd eine eindeutige Verschränkung *aller* Variablen, aber die Zuordnung wechselt. Das heißt folgendes. Zu einer späteren Zeit t kann man wohl auch wieder die Werte von q oder von p , die *dann* gelten, durch eine Messung am Hilffsystem in Erfahrung bringen, aber die Messungen, die man dazu am Hilffsystem vornehmen muß, sind *andere*. Welche es sind, kann man in einfachen Fällen leicht sehen. Es kommt jetzt natürlich auf die Kräfte an, die innerhalb jedes der beiden Systeme wirken. Nehmen wir an, es wirken keine Kräfte. Die Masse wollen wir, Einfachheit halber, für beide gleich setzen und m nennen. Dann würden im klassischen Modell die Impulse p und P konstant bleiben, weil es doch die mit der Masse multiplizierten Geschwindigkeiten sind; und die Koordinaten zur Zeit t , die wir zur Unterscheidung mit dem Index t beheften wollen (q_t, Q_t), würden sich aus den anfänglichen, die auch weiterhin q, Q heißen sollen, so berechnen:

$$q_t = q + \frac{p}{m} t$$

$$Q_t = Q + \frac{P}{m} t.$$

Sprechen wir zuerst von dem kleinen System. Die natürlichste Art, es klassisch zur Zeit t zu be-

schreiben, ist durch Angabe von Koordinate und Impuls *zu dieser Zeit*, d. i. durch q_t und p . Aber man kann es auch anders machen. Man kann statt q_t auch q angeben. Auch q ist ein „Bestimmungsstück zur Zeit t “, und zwar zu jeder Zeit t , und zwar eines, das sich mit der Zeit nicht ändert. Das ist so ähnlich, wie ich ein gewisses Bestimmungsstück meiner eigenen Person, nämlich mein *Alter*, entweder durch die Zahl 48 angeben kann, welche sich mit der Zeit verändert und beim System der Angabe von q_t entspricht, oder durch die Zahl 1887, was in Dokumenten üblich ist und der Angabe von q entspricht. Nun ist nach obigem

$$q = q_t - \frac{p}{m} t.$$

Ähnlich für das zweite System. Wir nehmen also als Bestimmungsstücke

$$\text{für das erste System } q_t - \frac{p}{m} t \text{ und } p$$

$$,, \quad ,, \quad \text{zweite } ,, \quad Q_t - \frac{P}{m} t \text{ und } P.$$

Der Vorteil ist, daß *zwischen diesen dauernd dieselbe Verschränkung fortbesteht*:

$$q_t - \frac{p}{m} t = Q_t - \frac{P}{m} t$$

$$p = -P$$

oder aufgelöst:

$$q_t = Q_t - \frac{2t}{m} P; \quad p = -P.$$

Was mit der Zeit anders wird, ist also nur dies: die Koordinate des „kleinen“ Systems wird nicht einfach durch eine Koordinatenmessung am Hilffsystem ermittelt, sondern durch eine Messung des Aggregates

$$Q_t - \frac{2t}{m} P.$$

Darunter darf man sich aber nicht etwa vorstellen, daß man Q_t und P mißt, denn das geht ja nicht. Sondern man hat sich zu denken, wie man es sich in der Q.M. immer zu denken hat, daß es ein direktes Meßverfahren für dieses Aggregat gibt. Im übrigen gilt, mit dieser Änderung, *alles*, was in den Abschnitten 12 und 13 gesagt worden ist, für jeden Zeitpunkt; insbesondere besteht in jedem Zeitpunkt die ein-eindeutige Verschränkung *aller* Variablen samt ihren üblen Konsequenzen.

Genau so steht es auch, wenn innerhalb jedes Systems eine Kraft wirkt, aber q_t und p verschränken sich dann mit Variablen, die komplizierter aus Q_t und P zusammengesetzt sind.

Ich habe das kurz erklärt, damit wir uns folgendes überlegen können. Daß die Verschränkung sich mit der Zeit ändert, macht uns doch ein wenig nachdenklich. Müssen etwa alle Messungen, von denen die Rede war, in ganz kurzer Zeit, eigentlich *momentan*, zeitlos, vollzogen werden, um die unerbittlichen Konsequenzen zu rechtfertigen? Läßt sich der Spuk bannen durch den Hinweis, daß die Messungen Zeit gebrauchen? Nein. Man hat ja

bei jedem einzelnen Versuch bloß je *eine* Messung an jedem System nötig; bloß die jungfräuliche gilt, weitere würden ohnehin belanglos sein. Wie lange die Messung dauert, braucht uns also nicht zu kümmern, da wir doch keine zweite folgen lassen wollen. Man muß bloß die zwei Jungfernmessungen so einrichten können, daß sie die Variablenwerte für denselben bestimmten, uns vorher bekannten *Zeitpunkt* liefern, vorher bekannt, weil wir doch die Messungen auf ein Variablenpaar richten müssen, das gerade in diesem Zeitpunkt verschränkt ist.

— Vielleicht ist es nicht möglich, die Messungen so einzurichten?

= Vielleicht. Ich vermute es sogar. Bloß: die *heutige* Q.M. muß das fordern. Denn sie ist nun einmal so eingerichtet, daß ihre Voraussagen stets für einen bestimmten *Zeitpunkt* gemacht sind. Da sie sich auf Maßzahlen beziehen sollen, hätten sie gar keinen Inhalt, wenn sich die betreffenden Variablen nicht *für* einen bestimmten Zeitpunkt messen ließen, mag nun die Messung selber lang oder kurz dauern.

Wann wir das Resultat *erfahren*, ist uns natürlich ganz gleichgültig. Das hat theoretisch so wenig Belang wie etwa die Tatsache, daß man einige Monate braucht, um die Differentialgleichungen des Wetters für die nächsten drei Tage zu integrieren. — Der drastische Vergleich mit dem Schülerexamen wird dem Buchstaben nach in einigen Punkten unzutreffend, dem Geist nach besteht er zu Recht. Der Ausdruck „das System *weiß*“ wird vielleicht nicht mehr die Bedeutung haben, daß die Antwort aus der Situation eines Augenblicks entspringt, sie mag vielleicht geschöpft sein aus einer Sukzession von Situationen, die einen endlichen Zeitraum umfaßt. Aber selbst wenn dem so wäre, brauchte es uns nicht zu bekümmern, wenn nur das System seine Antwort irgendwie aus sich heraus schöpft ohne eine andere Hilfe, als daß wir ihm (durch die Versuchsanordnung) sagen, *welche* Frage wir beantwortet wünschen; und wenn nur die Antwort selber einem *Zeitmoment* eindeutig zugeordnet ist; was bei jeder Messung, von welcher die heutige Q.M. spricht, wohl oder übel vorausgesetzt werden muß, sonst hätten die quantenmechanischen Voraussagen keinen Inhalt.

Wir sind aber bei unserer Diskussion auf eine Möglichkeit gestoßen. Wenn sich die Auffassung durchführen ließe, daß die quantenmechanischen Vorhersagen sich nicht oder nicht immer auf einen ganz bestimmten scharfen Zeitpunkt beziehen, dann brauchte man das auch von den Maßzahlen nicht zu fordern. Dadurch würde, da die verschränkten Variablen mit der Zeit wechseln, die Aufstellung der antinomischen Behauptungen außerordentlich erschwert.

Daß die zeitlich scharfe Voraussage ein Mißgriff ist, ist auch aus anderen Gründen wahrscheinlich. Die Maßzahl der Zeit ist wie jede andere das Resultat einer Beobachtung. Darf man ge-

rade der Messung an einer Uhr eine Ausnahmestellung einräumen? Soll sie sich nicht wie jede andere auf eine Variable beziehen, die im allgemeinen keinen scharfen Wert hat und ihn jedenfalls nicht zugleich mit *jeder* anderen Variablen haben kann? Wenn man den Wert einer *anderen* für einen bestimmten *Zeitpunkt* voraussagt, muß man nicht befürchten, daß beide zugleich gar nicht scharf bekannt sein können? Innerhalb der heutigen Q.M. läßt sich der Befürchtung kaum recht nachgehen. Denn die Zeit wird a priori als dauernd genau bekannt angesehen, obwohl man sich sagen müßte, daß jedes Auf-die-Uhr-Sehen den Fortschritt der Uhr in unkontrollierbarer Weise stört.

Ich möchte wiederholen, daß wir eine Q.M., deren Aussagen *nicht* für scharf bestimmte Zeitpunkte gelten sollen, nicht besitzen. Mir scheint, daß dieser Mangel sich gerade in jenen Antinomien kundgibt. Womit ich nicht sagen will, daß es der einzige Mangel ist, der sich in ihnen kundgibt.

§ 15. Naturprinzip oder Rechenkunstgriff?

Daß die „scharfe Zeit“ eine Inkonsistenz innerhalb der Q.M. ist und daß außerdem, sozusagen unabhängig davon, die Sonderstellung der Zeit ein schweres Hindernis bildet für die Anpassung der Q.M. an das *Relativitätsprinzip*, darauf habe ich in den letzten Jahren immer wieder hingewiesen, leider ohne den Schatten eines brauchbaren Gegenvorschlags machen zu können¹. Beim Überschaun der ganzen heutigen Situation, wie ich sie hier zu schildern versucht, drängt sich noch eine Bemerkung ganz anderer Art auf in bezug auf die so heftig angestrebte, aber noch nicht wirklich erreichte „Relativisierung“ der Q.M.

Die merkwürdige Theorie des Messens, das scheinbare Umspringen der ψ -Funktion und schließlich die „Antinomien der Verschränkung“ entspringen alle aus der einfachen Art, in welcher der Rechenapparat der Quantenmechanik zwei getrennte Systeme gedanklich zu einem einzigen zusammenzufügen erlaubt; wofür er geradezu prädestiniert scheint. Wenn zwei Systeme in Wechselwirkung treten, treten, wie wir gesehen haben, nicht etwa ihre ψ -Funktionen in Wechselwirkung, sondern die hören sofort zu existieren auf und eine einzige für das Gesamtsystem tritt an ihre Stelle. Sie besteht, um das kurz zu erwähnen, zuerst einfach aus dem *Produkt* der zwei Einzel-funktionen; welches, da die eine Funktion von ganz anderen Veränderlichen abhängt als die andere, eine Funktion von allen diesen Veränderlichen ist oder „in einem Gebiet von viel höherer Dimensionszahl spielt“ als die Einzelfunktionen. Sobald die Systeme aufeinander einzuwirken beginnen, hört die Gesamtfunktion auf, ein Produkt zu sein, und zerfällt auch, wenn sie sich wieder

¹ Berl. Ber. 16. April 1931; Annales de l'Institut H. POINCARÉ, S. 269 (Paris 1931); Cursos de la universidad internacional de verano en Santander, I, S. 60 (Madrid, Signo, 1935).

getrennt haben, nicht wieder in Faktoren, die sich den Systemen einzeln zuweisen ließen. So verfügt man vorläufig (bis die Verschränkung durch eine wirkliche Beobachtung gelöst wird) nur über eine *gemeinsame* Beschreibung der beiden in jenem Gebiet von höherer Dimensionszahl. Das ist der Grund, weshalb die Kenntnis der Einzelsysteme auf das Notdürftigste, ja auf Null herabsinken kann, während die des Gesamtsystems dauernd maximal bleibt. Bestmögliche Kenntnis eines Ganzen schließt *nicht* bestmögliche Kenntnis seiner Teile ein — und darauf beruht doch der ganze Spuk.

Wer das überlegt, den muß folgende Tatsache doch recht nachdenklich stimmen. Das gedankliche Zusammenfügen zweier oder mehrerer Systeme zu *einem* stößt auf große Schwierigkeit, sobald man in die Q.M. das spezielle Relativitätsprinzip einzuführen sucht. Das Problem eines einzigen Elektrons hat P. A. M. DIRAC¹ schon vor nunmehr sieben Jahren verblüffend einfach und schön relativistisch gelöst. Eine Reihe experimenteller Bestätigungen, durch die Schlagworte Elektronendruck, positives Elektron und Paarerzeugung bezeichnet, können an der grundsätzlichen Richtigkeit der Lösung keinen Zweifel lassen. Aber erstens tritt sie doch sehr stark aus dem Denkschema der Q.M. (demjenigen, das ich *hier* zu schildern suchte) heraus², zweitens stößt man auf hartnäckigen Widerstand, sobald man von der DIRACschen Lösung aus, nach dem Vorbilde der nichtrelativen Theorie, zum Problem mehrerer Elektronen vorzudringen sucht. (Das zeigt schon, daß die Lösung aus dem allgemeinen Schema herausfällt, denn in diesem ist, wie erwähnt, das Zusammenfügen von Teilsystemen das Allereinfachste.) Ich maße mir über die Versuche, die in dieser Richtung vorliegen, kein Urteil an³. Daß sie das

Ziel erreicht haben, glaube ich schon deshalb nicht, weil die Autoren es nicht behaupten.

Ähnlich steht es mit einem anderen System, dem elektromagnetischen Feld. Seine Gesetze sind „die verkörperte Relativitätstheorie“, eine *unrelative* Behandlung ist überhaupt unmöglich. Gleichwohl war dieses Feld, das als klassisches Modell der Wärmestrahlung den ersten Anstoß zur Quantentheorie gegeben hat, das erste System, welches „gequantelt“ wurde. Daß dies mit einfachen Mitteln gelingen konnte, liegt daran, daß man es hier ein bißchen leichter hat, weil die Photonen, die „Lichtatome“, überhaupt nicht direkt aufeinander einwirken¹, sondern bloß unter Vermittlung der geladenen Teilchen. Eine wirklich einwandfreie Quantentheorie des elektromagnetischen Feldes besitzen wir auch heute noch nicht². Man kommt mit dem *Aufbau aus Teilsystemen* nach dem Muster der unrelativen Theorie zwar weit (DIRACsche Lichttheorie³), aber doch wohl nicht ganz ans Ziel.

Vielleicht ist das einfache Verfahren, das die unrelative Theorie dafür besitzt, doch nur ein bequemer Rechenkunstgriff, der aber heute, wie wir gesehen haben, einen unerhört großen Einfluß auf unsere Grundeinstellung zur Natur erlangt hat.

Für die Muße zur Abfassung dieses Referates habe ich Imperial Chemical Industries Limited, London, wärmstens zu danken.

bridge philos. Soc. 30, 150 (1934). — R. PEIERLS, Proc. roy. Soc. Lond. A 146, 420 (1934). — W. HEISENBERG, Z. Physik 90, 209 (1934).

¹ Das trifft aber wahrscheinlich nur näherungsweise zu. Vgl. M. BORN u. L. INFELD, Proc. roy. Soc. Lond. A 144, 425 u. 147, 522 (1934); 150, 141 (1935). Dies ist der jüngste Versuch einer Quantenelektrodynamik.

² Hier wieder die wichtigsten Arbeiten, zum Teil gehörten sie ihrem Inhalt nach auch unter das vorletzte Zitat: P. JORDAN u. W. PAULI, Z. Physik 47, 151 (1928). — W. HEISENBERG u. W. PAULI, Z. Physik 56, 1 (1929); 59, 168 (1930). — P. A. M. DIRAC, V. A. FOCK u. B. PODOLSKY, Physik. Z. d. Sowj. 6, 468 (1932). — N. BOHR u. L. ROSENFELD, Danske Videnskaberne Selskab, math.-phys. Mitt. 12, 8 (1933).

³ Ein treffliches Referat: E. FERMI, Rev. of modern physics 4, 87 (1932).

Kurze Originalmitteilungen.

Für die kurzen Originalmitteilungen ist ausschließlich der Verfasser verantwortlich. Der Herausgeber bittet, 1. im Manuskript der *kurzen Originalmitteilungen* oder in einem Begleitschreiben die Notwendigkeit einer baldigen Veröffentlichung an dieser Stelle zu *begründen*, 2. die Mitteilungen auf einen Umfang von *höchstens einer Druckspalte* zu beschränken.

Über die katalysierte Photoreduktion von Küpenfarbstoffen.

Kürzlich haben in dieser Zeitschrift H. v. EULER, H. HELLSTRÖM und K. BRANDT¹ Versuche über photochemische Oxydo-Reduktionsgleichgewichte des Methylenblaus beschrieben, bei welchen die katalytische Wirkung des Ferriions eine besondere Rolle spielt. Da ich schon in einer früheren Arbeit² eine katalytische Wirkung des Fe⁺⁺ auf das photochemische Ausbleichen des Thionins (LAUTHschen Violett) bei Anwesenheit von Diäthylallylthioharnstoff fest-

stellte und diese Wirkung mit Hilfe der Zwischenreaktionstheorie der Katalyse erklärte, einige weitere Versuche auf diesem Gebiete jedoch noch nicht veröffentlicht habe, möchte ich folgendes zur theoretischen Klärung dieser Erscheinungen mitteilen.

Belichtet man eine 0,001proz. wässrige Thioninlösung, der 0,0075 Mol/Liter Ferrosulfat und 0,01 Mol/Liter H₂SO₄ zugesetzt wurde und die auf etwa + 10° abgekühlt ist, mit dem Licht einer starken Bogenlampe (etwa 90 Amp), so erfolgt in 1—2 Sekunden vollständiges Ausbleichen des Farbstoffes und bei Abblendung des Lichtes kehrt die Farbe der Lösung in 1—2 Sekunden wieder zurück. Erwärmt man die Lösung, so erfolgt das Ausbleichen beim Belichten langsamer

¹ Naturwiss. 23, 486 (1935).

² Z. physik. Chem. B 15, 18 (1931).

passend ausgewählter Messungen am Objekt, halb soviel als in der klassischen Theorie nötig waren. So wird der Katalog der Erwartungen erstmalig angelegt. Von da verändert er sich mit der Zeit, genau wie der Zustand des Modells in der klassischen Theorie, zwangsläufig und eindeutig („kausal“) — das Abrollen der ψ -Funktion wird beherrscht durch eine partielle Differentialgleichung (erster Ordnung in der Zeit und aufgelöst nach $\partial\psi/\partial t$). Das entspricht der ungestörten Bewegung des Modells in der klassischen Theorie. Aber das geht nur so lange, bis man wieder irgendeine Messung vornimmt. Bei jeder Messung ist man genötigt, der ψ -Funktion (= dem Voraussagenkatalog) eine eigenartige, etwas plötzliche Veränderung zuzuschreiben, die von der gefundenen Maßzahl abhängt und sich darum nicht vorhersehen läßt; woraus allein schon deutlich ist, daß diese zweite Art von Veränderung der ψ -Funktion mit ihrem regelmäßigen Abrollen zwischen zwei Messungen nicht das mindeste zu tun hat. Die abrupte Veränderung durch die Messung hängt eng mit den im § 5 besprochenen Dingen zusammen und wird uns noch eingehend beschäftigen, sie ist der interessanteste Punkt der ganzen Theorie. Es ist genau der Punkt, der den Bruch mit dem naiven Realismus verlangt. Aus diesem Grund kann man die ψ -Funktion nicht direkt an die Stelle des Modells oder des Readings setzen. Und zwar nicht etwa weil man einem Realding oder einem Modell nicht abrupte unvorhergesehene Änderungen zumuten dürfte, sondern weil vom realistischen Standpunkt die Beobachtung ein Naturvorgang ist wie jeder andere und nicht per se eine Unterbrechung des regelmäßigen Naturlaufs hervorrufen darf.

§ 8. Theorie des Messens, erster Teil.

Die Ablehnung des Realismus hat logische Konsequenzen. Eine Variable hat im allgemeinen keinen bestimmten Wert, bevor ich ihn messe: dann heißt, ihn messen, nicht, den Wert ermitteln, den sie hat. Was heißt es aber dann? Es muß doch ein Kriterium dafür geben, ob eine Messung richtig oder falsch, eine Methode gut oder schlecht, genau oder ungenau ist — ob sie überhaupt den Namen Meßverfahren verdient. Jedes Herumspielen mit einem Zeigerinstrument in der Nähe eines anderen Körpers, wobei man dann irgendeinmal eine Ablesung macht, kann doch nicht eine Messung an diesem Körper genannt werden. Nun, es ist ziemlich klar; wenn nicht die Wirklichkeit den Meßwert, so muß wenigstens der Meßwert die Wirklichkeit bestimmen, er muß nach der Messung wirklich vorhanden sein in dem Sinne, der allein noch anerkannt wird. Das heißt, das verlangte Kriterium kann bloß dieses sein: bei Wiederholung der Messung muß wieder dasselbe herauskommen. Durch öftere Wiederholung kann ich die Genauigkeit des Verfahrens prüfen und zeigen, daß ich nicht bloß spiele. Es ist sympathisch, daß sich diese Anweisung genau mit dem Vorgehen des Experimentators deckt, dem der „wahre Wert“ ja auch

nicht von vornherein bekannt ist. Wir formulieren das Wesentliche folgendermaßen:

Die planmäßig herbeigeführte Wechselwirkung zweier Systeme (Meßobjekt und Meßinstrument) heißt eine Messung an dem ersten System, wenn sich ein direkt sinnenfälliges variables Merkmal des zweiten (Zeigerstellung) bei sofortiger Wiederholung des Vorganges (an demselben Meßobjekt, das inzwischen keinen anderweitigen Einflüssen ausgesetzt worden sein darf) stets innerhalb gewisser Fehlergrenzen reproduziert.

Dieser Erklärung wird noch manches hinzuzufügen sein, sie ist keine tadellose Definition. Empirie ist komplizierter als Mathematik und läßt sich nicht so leicht in glatte Sätze einfangen.

Vor der ersten Messung kann für sie eine beliebige quantentheoretische Voraussage bestanden haben. Nach ihr lautet die Voraussage jedenfalls: innerhalb der Fehlergrenzen wieder derselbe Wert. Der Voraussagenkatalog (= die ψ -Funktion) wird also durch die Messung verändert in bezug auf die Variable, die wir messen. Wenn das Meßverfahren schon von früher her als verläßlich bekannt ist, dann reduziert gleich die erste Messung die theoretische Erwartung innerhalb der Fehlergrenzen auf den gefundenen Wert selbst, welche Erwartung auch immer vorher bestanden haben mag. Das ist die typische abrupte Veränderung der ψ -Funktion bei der Messung, wovon oben die Rede war. Aber nicht nur für die gemessene Variable selbst ändert sich im allgemeinen der Erwartungskatalog in unvorhergesehener Weise, sondern auch für andere, insbesondere für ihre „kanonisch konjugierte“. Wenn etwa vorher eine ziemlich scharfe Vorhersage für den Impuls eines Teilchens vorlag und man mißt jetzt seinen Ort genauer als damit, nach Satz A von § 2, verträglich ist, so muß das die Impulsvorhersage modifizieren. Der quantenmechanische Rechenapparat besorgt das übrigens ganz von selbst: es gibt gar keine ψ -Funktion, die, wenn man vereinbarungsgemäß die Erwartungen an ihr abliest, dem Satz A widersprechen würde.

Da sich der Erwartungskatalog bei der Messung radikal verändert, ist das Objekt dann nicht mehr geeignet, um die statistischen Voraussagen, die vorher gemacht waren, in ihrer ganzen Ausdehnung zu prüfen; am allerwenigsten für die gemessene Variable selbst, denn für die wird ja jetzt immer wieder (nahezu) derselbe Wert kommen. Das ist der Grund für die Vorschrift, die schon in § 2 gegeben wurde: man kann die Wahrscheinlichkeitsvorhersage zwar schon vollinhaltlich prüfen, aber man muß dazu den ganzen Versuch ab ovo wiederholen. Man muß das Meßobjekt (oder ein ihm gleiches) wieder genau so vorbehandeln, wie das erstmal, damit wieder derselbe Erwartungskatalog (= ψ -Funktion) gelte wie vor der ersten Messung. Dann „wiederholt“ man sie. (Dieses Wiederholen bedeutet also jetzt ganz etwas anderes als früher!). Alles das muß man nicht zweimal, sondern sehr oft tun. Dann wird sich die vorausgesagte Statistik einstellen — das ist die Meinung.

Man beachte den Unterschied zwischen den Fehlergrenzen und der Fehlerstatistik *der Messung* einerseits und der theoretisch vorausgesagten Statistik andererseits. Sie haben nichts miteinander zu schaffen. Sie stellen sich ein bei den zwei ganz verschiedenen Arten von *Wiederholung*, von denen soeben die Rede war.

Hier ergibt sich die Gelegenheit, die oben versuchte Umgrenzung des *Messens* noch etwas zu vertiefen. Es gibt Meßinstrumente, die in der Stellung stehen bleiben, in der die Messung sie gelassen. Auch könnte der Zeiger durch einen Unfall stecken bleiben. Man würde dann immer wieder genau dieselbe Ablesung machen, und nach unserer Anweisung wäre das eine ganz besonders genaue Messung. Das ist es auch, bloß nicht am Objekt, sondern am Instrument selbst! In der Tat fehlt in unserer Anweisung noch ein wichtiger Punkt, der aber nicht gut vorher gegeben werden konnte, nämlich was eigentlich den Unterschied ausmacht zwischen dem *Objekt* und dem *Instrument* (daß an dem letzteren die Ablesung gemacht wird, ist mehr eine Äußerlichkeit). Wir sahen soeben, das Instrument muß unter Umständen, wenn nötig, wieder in seinen neutralen Anfangszustand zurückversetzt werden, bevor man eine Kontrollmessung macht. Dem Experimentator ist das wohl bekannt. Theoretisch erfaßt man die Sache am besten, indem man vorschreibt, daß grundsätzlich das Meßinstrument vor jeder Messung der gleichen Vorbehandlung zu unterwerfen ist, so daß *für es* jedesmal derselbe Erwartungskatalog (= ψ -Funktion) gilt, wenn es an das Objekt herangebracht wird. Am Objekt dagegen ist geradezu jeder Eingriff verboten, wenn eine *Kontrollmessung* gemacht werden soll, eine „Wiederholung erster Art“ (die zur Fehlerstatistik führt). Das ist der charakteristische Unterschied zwischen Objekt und Instrument. Für eine „Wiederholung zweiter Art“ (welche zur Prüfung der Quantenvorhersage dient) verschwindet er. Da ist der Unterschied zwischen den beiden auch wirklich sehr unbedeutend.

Wir entnehmen daraus noch, daß man bei einer zweiten Messung auch ein anderes gleichgebautes und gleichvorbereitetes Instrument verwenden darf, es muß nicht notwendig *dasselbe* sein; man tut das ja auch zuweilen, zur Kontrolle des ersten. Ja es kann vorkommen, daß zwei ganz verschieden gebaute Instrumente zueinander in der Beziehung stehen, daß, wenn man mit ihnen nacheinander mißt (Wiederholung erster Art!) ihre beiden Anzeigen einander ein-eindeutig zugeordnet sind. Sie messen dann am Objekt wesentlich dieselbe Variable — d. h. dieselbe bei passender Beschriftung der Skalen.

§ 9. Die ψ -Funktion als Beschreibung des Zustandes.

Die Ablehnung des Realismus legt auch Verpflichtungen auf. Vom Standpunkt des klassischen Modells ist der jeweilige Aussageinhalt der ψ -Funktion sehr unvollständig, er umfaßt nur etwa

50 % einer vollständigen Beschreibung. Vom neuen Standpunkt aus muß er vollständig sein aus Gründen, die schon am Ende von § 6 gestreift wurden. Es muß unmöglich sein, ihm neue richtige Aussagen hinzuzufügen, ohne ihn sonst zu verändern; sonst hat man nicht das Recht, alle Fragen, die über ihn hinausgehen, als gegenstandslos zu bezeichnen.

Daraus folgt, daß zwei verschiedene Kataloge, die für dasselbe System unter verschiedenen Umständen oder zu verschiedenen Zeiten gelten, sich wohl teilweise überdecken können, aber nie so, daß der eine ganz in dem anderen enthalten ist. Denn sonst wäre er einer Ergänzung durch weitere richtige Aussagen fähig, nämlich durch diejenigen, um die der andere ihn übertrifft. — Die mathematische Struktur der Theorie genügt dieser Forderung automatisch. Es gibt keine ψ -Funktion, welche genau dieselben Aussagen wiedergibt wie eine andere und noch einige mehr.

Daher müssen, wenn die ψ -Funktion eines Systems sich verändert, sei es von selbst, sei es durch Messungen, in der neuen Funktion stets auch Aussagen fehlen, die in der früheren enthalten waren. Im Katalog können nicht bloß Neueintragungen, es müssen auch Streichungen stattgefunden haben. Nun können Kenntnisse wohl *erworben*, aber nicht *eingebüßt* werden. Die Streichungen heißen also, daß die vorhin richtigen Aussagen jetzt falsch geworden sind. Eine richtige Aussage kann bloß falsch werden, wenn sich der *Gegenstand* verändert, auf den sie sich bezieht. Ich halte es für einwandfrei, diese Schlußfolgerung so auszudrücken:

Satz 1: Wenn verschiedene ψ -Funktionen vorliegen, befindet sich das System in verschiedenen Zuständen.

Wenn man bloß von Systemen spricht, für die überhaupt eine ψ -Funktion vorliegt, so lautet die Umkehrung dieses Satzes:

Satz 2: Bei gleicher ψ -Funktion befindet sich das System im gleichen Zustand.

Diese Umkehrung folgt nicht aus Satz 1, sondern ohne Verwendung desselben direkt aus der Vollständigkeit oder Maximalität. Wer bei gleichem Erwartungskatalog noch eine Verschiedenheit für möglich hält, würde zugeben, daß jener nicht über alle berechtigten Fragen Auskunft gibt. — Der Sprachgebrauch fast aller Autoren heißt obige zwei Sätze gut. Sie konstruieren natürlich eine Art neuer Realität, ich glaube, auf völlig legitime Art. Sie sind übrigens nicht trivial tautologisch, nicht bloße Worterklärungen für „Zustand“. Ohne die Voraussetzung der Maximalität des Erwartungskataloges könnte die Veränderung der ψ -Funktion durch bloßes Einholen neuer Informationen bewirkt sein.

Wir müssen sogar noch einem Einwand gegen die Ableitung des Satzes 1 begegnen. Man könnte sagen, jede einzelne von den Aussagen oder Kenntnissen, um die es sich da handelt, ist doch eine Wahrscheinlichkeitsaussage, der die Kategorie

richtig oder *falsch* gar nicht in bezug auf den Einzelfall zukommt, sondern in bezug auf ein Kollektiv, das zustande kommt, indem man das System tausendmal in derselben Weise präpariert (um alsdann dieselbe Messung folgen zu lassen; vgl. § 8). Das stimmt, aber wir müssen ja alle Mitglieder dieses Kollektivs als identisch gelagert erklären, weil für jedes dieselbe ψ -Funktion, derselbe Aussagenkatalog gilt und wir nicht Unterschiede zugeben dürfen, die im Katalog nicht zum Ausdruck kommen (vgl. die Begründung des Satzes 2). Das Kollektiv besteht also aus identischen Einzelfällen. Wenn eine Aussage für *es* falsch wird, muß auch der Einzelfall sich geändert haben, sonst wäre auch das Kollektiv wieder das gleiche.

§ 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.

Nun war vorhin gesagt (§ 7) und erläutert (§ 8) worden, daß jede *Messung* das Gesetz, das die stetige zeitliche Veränderung der ψ -Funktion sonst beherrscht, suspendiert und an ihr eine ganz andere Veränderung hervorbringt, die von keinem Gesetz beherrscht, sondern vom Resultat der Messung diktiert wird. Während einer Messung können aber nicht andere Naturgesetze gelten als sonst, denn sie ist, objektiv betrachtet, ein Naturvorgang wie jeder andere, sie kann den regelmäßigen Ablauf der Natur nicht unterbrechen. Da sie den der ψ -Funktion unterbricht, kann die letztere — so hatten wir in § 7 gesagt — *nicht* als versuchsweises Abbild einer objektiven Wirklichkeit gelten wie das klassische Modell. Aber im letzten Abschnitt hat sich nun doch so etwas herauskristallisiert.

Ich versuche nochmals, schlagwortartig pointiert, zu kontrastieren: 1. Das Springen des Erwartungskataloges bei der Messung ist *unvermeidlich*, denn wenn das Messen irgendeinen Sinn behalten soll, so *muß* nach einer guten Messung der *Meßwert* gelten. 2. Die sprunghafte Änderung wird sicher *nicht* von dem sonst geltenden zwangsläufigen Gesetz beherrscht, denn sie hängt vom Meßwert ab, der unvorhergehen ist. 3. Die Änderung schließt (wegen der „Maximalität“) bestimmt auch *Verlust* an Kenntnis ein, Kenntnis ist unverlierbar, also *muß* der *Gegenstand* sich verändern — *auch* bei den sprunghaften Änderungen und bei ihnen *auch* in unvorhergesehener Weise, *anders* als sonst.

Wie reimt sich das? Die Dinge liegen nicht ganz einfach. Es ist der schwierigste und interessanteste Punkt der Theorie. Wir müssen offenbar versuchen, die Wechselwirkung zwischen Meßobjekt und Meßinstrument objektiv zu erfassen. Dazu müssen wir einige sehr abstrakte Überlegungen vorausschicken.

Die Sache ist die. Wenn man für zwei vollkommen getrennte Körper, oder besser gesagt, für jeden von ihnen einzeln je einen vollständigen Erwartungskatalog — eine maximale Summe von Kenntnis — eine ψ -Funktion — besitzt, so besitzt man sie selbstverständlich auch für die beiden

Körper zusammen, d. h. wenn man sich denkt, daß nicht jeder von ihnen einzeln, sondern beide zusammen den Gegenstand unseres Interesses, unserer Fragen an die Zukunft bilden¹.

Aber das Umgekehrte ist nicht wahr. *Maximale Kenntnis von einem Gesamtsystem schließt nicht notwendig maximale Kenntnis aller seiner Teile ein, auch dann nicht, wenn dieselben völlig voneinander abgetrennt sind und einander zur Zeit gar nicht beeinflussen.* Es kann nämlich sein, daß ein Teil dessen, was man weiß, sich auf Beziehungen oder Bedingtheiten zwischen den zwei Teilsystemen bezieht (wir wollen uns auf zwei beschränken), folgendermaßen: wenn eine bestimmte Messung am ersten System *dieses* Ergebnis hat, so gilt für eine bestimmte Messung am zweiten diese und diese Erwartungsstatistik; hat aber die betreffende Messung am ersten System *jenes* Ergebnis, so gilt für die am zweiten eine gewisse andere Erwartung; tritt am ersten ein *drittes* Ergebnis auf, so gilt wieder eine andere Erwartung am zweiten; und so weiter, in der Art einer vollständigen Disjunktion aller Maßzahlen, welche die eine gerade ins Auge gefaßte Messung am ersten System überhaupt liefern kann. Solchermaßen kann irgendein Meßprozeß oder, was dasselbe ist, irgendeine Variable des zweiten Systems an den noch nicht bekannten Wert irgendeiner Variablen des ersten geknüpft sein, und natürlich auch umgekehrt. Wenn das der Fall ist, wenn solche Konditionalsätze im Gesamtkatalog stehen, *dann kann er bezüglich der Einzelsysteme gar nicht maximal sein.* Denn der Inhalt von zwei maximalen Einzelkatalogen würde für sich schon ausreichen zu einem maximalen Gesamtkatalog, es könnten nicht noch die Konditionalsätze hinzutreten.

Diese bedingten Vorhersagen sind übrigens nicht etwas, das hier plötzlich neu hereingeschnitten kommt. Es gibt sie in jedem Erwartungskatalog. Wenn man die ψ -Funktion kennt und eine bestimmte Messung macht und die hat ein bestimmtes Ergebnis, so kennt man wieder die ψ -Funktion, voilà tout. Bloß im vorliegenden Fall, weil das Gesamtsystem aus zwei völlig getrennten Teilen bestehen soll, hebt sich die Sache als etwas Besonderes ab. Denn dadurch bekommt es einen Sinn, zu unterscheiden zwischen Messungen an dem einen und Messungen an dem anderen Teilsystem. Das verschafft jedem von ihnen die volle Anwartschaft auf einen privaten Maximalkatalog; anderseits bleibt es möglich, daß ein Teil des erlangbaren Gesamtwissens auf Konditionalsätze, die zwischen den Teilsystemen spielen, sozusagen verschwendet ist und so die privaten Anwartschaften unbefriedigt läßt — obwohl der Gesamtkatalog maximal ist, das heißt obwohl die ψ -Funktion des Gesamtsystems bekannt ist.

¹ Selbstverständlich. Es können uns nicht etwa Aussagen über die Beziehung der beiden zueinander fehlen. Denn das wäre, mindestens für den einen der beiden, etwas, das zu seiner ψ -Funktion hinzutritt. Und das kann es nicht geben.

Halten wir einen Augenblick inne. Diese Feststellung in ihrer Abstraktheit sagt eigentlich schon alles: Bestmögliches Wissen um ein Ganzes schließt nicht notwendig das gleiche für seine Teile ein. Übersetzen wir das in die Sprechweise von § 9: Das Ganze ist in einem bestimmten Zustand, die Teile für sich genommen nicht.

— Wieso? In irgendeinem Zustand muß ein System doch sein.

= Nein. Zustand ist ψ -Funktion, ist maximale Kenntnissumme. Die muß ich mir ja nicht verschafft haben, ich kann ja faul gewesen sein. Dann ist das System in keinem Zustand.

— Schön, dann ist aber auch das agnostische Frageverbot noch nicht in Kraft und ich darf mir in unserem Falle denken: in irgendeinem Zustand (= ψ -Funktion) wird das Teilsystem schon sein, ich kenne ihn bloß nicht.

= Halt. Leider nein. Es gibt kein „ich kenne bloß nicht“. Denn für das Gesamtsystem liegt maximale Kenntnis vor. —

Die Insuffizienz der ψ -Funktion als Modellersatz beruht ausschließlich darauf, daß man sie nicht immer hat. Hat man sie, so darf sie gut und gern als Beschreibung des Zustands gelten. Aber man hat sie zuweilen nicht, in Fällen, wo man es billig erwarten dürfte. Und dann darf man nicht postulieren, daß sie „in Wirklichkeit schon eine bestimmte sei, man kenne sie bloß nicht“; der einmal gewählte Standpunkt verbietet das. „Sie“ ist nämlich eine Summe von Kenntnissen und Kenntnisse, die niemand kennt, sind keine. —

Wir fahren fort. Daß ein Teil des Wissens in Form disjunktiver Bedingungssätze zwischen den zwei Systemen schwebt, kann gewiß nicht vorkommen, wenn wir die beiden von entgegengesetzten Enden der Welt heranschaffen und ohne Wechselwirkung juxtaaponieren. Denn dann „wissen“ die zwei ja voneinander nichts. Eine Messung an dem einen kann unmöglich einen Anhaltspunkt dafür geben, was von dem anderen zu erwarten steht. Besteht eine „Verschränkung der Voraussetzungen“, so kann sie offenbar nur darauf zurückgehen, daß die zwei Körper früher einmal im eigentlichen Sinn ein System gebildet, das heißt in Wechselwirkung gestanden, und *Spuren* aneinander hinterlassen haben. Wenn zwei getrennte Körper, die einzeln maximal bekannt sind, in eine Situation kommen, in der sie aufeinander einwirken, und sich wieder trennen, dann kommt regelmäßig das zustande, was ich eben *Verschränkung* unseres Wissens um die beiden Körper nannte. Der gemeinsame Erwartungskatalog besteht anfangs aus einer logischen Summe der Einzelkataloge; während des Vorgangs entwickelt er sich zwangsläufig nach bekanntem Gesetz (von Messung ist ja gar nicht die Rede). Das Wissen bleibt maximal, aber es hat sich zum Schluß, wenn die Körper sich wieder getrennt haben, nicht wieder aufgespalten in eine logische Summe von Wissen um die Einzelkörper. Was davon noch erhalten ist, kann, eventuell sehr stark, unter-

maximal geworden sein. — Man beachte den großen Unterschied gegenüber der klassischen Modelltheorie, wo natürlich bei bekannten Anfangszuständen und bekannter Einwirkung die Endzustände einzeln genau bekannt wären.

Der im § 8 beschriebene Meßprozeß fällt nun genau unter dieses allgemeine Schema, wenn wir es anwenden auf das Gesamtsystem Meßobjekt + Meßinstrument. Indem wir so ein objektives Bild dieses Vorganges, wie von irgendeinem anderen, konstruieren, dürfen wir hoffen, das seltsame Springen der ψ -Funktion aufzuklären, wenn schon nicht zu beseitigen. Also der eine Körper ist jetzt das Meßobjekt, der andere das Instrument. Um jeden Eingriff von außen zu vermeiden, richten wir es so ein, daß das Instrument mittels eines eingebauten Uhrwerks automatisch an das Objekt herankriecht und ebenso wieder fort-kriecht. Die Ablesung selbst verschieben wir, weil wir doch zunächst untersuchen wollen, was „objektiv“ geschieht; aber wir lassen das Ergebnis zu späterer Verwendung automatisch im Instrument sich aufzeichnen, wie das ja heute oft gemacht wird.

Wie steht es jetzt, nach automatisch vollzogener Messung? Wir besitzen nach wie vor einen maximalen Erwartungskatalog für das Gesamtsystem. Der registrierte Meßwert steht natürlich nicht darin. Mit Bezug auf das Instrument ist der Katalog also sehr unvollständig, er sagt uns nicht einmal, wo die Schreibfeder ihre Spur hinterlassen hat. (Man erinnere sich der vergifteten Katze!) Das macht, unser Wissen hat sich in Konditionalsätze sublimiert: *wenn* die Marke bei Teilstrich 1 ist, *dann* gilt für das Meßobjekt dies und das, *wenn* sie bei 2 ist, dann dies und jenes, *wenn* sie bei 3 ist, dann ein drittes usw. Hat nun die ψ -Funktion des Meßobjektes einen Sprung gemacht? Hat sie sich nach dem zwangsläufigen Gesetz (nach der partiellen Differentialgleichung) weiterentwickelt? Keines von beiden. Sie ist nicht mehr. Sie hat sich, nach dem zwangsläufigen Gesetz für die *Gesamt- ψ -Funktion*, mit der des Meßinstruments verheddert. *Der Erwartungskatalog des Objekts hat sich in eine konditionale Disjunktion von Erwartungskatalogen aufgespalten* wie ein Baedeker, den man kunstgerecht zerlegt. Bei jeder Sektion steht außerdem noch die Wahrscheinlichkeit, daß sie zutrifft — abgeschrieben aus dem ursprünglichen Erwartungskatalog des Objekts. Aber *welche* zutrifft — welcher Abschnitt des Baedekers für die Weiterreise zu benützen ist, das läßt sich nur durch wirkliche Inspektion der Marke ermitteln.

Und wenn wir *nicht* nachsehen? Sagen wir, es wurde photographisch registriert und durch ein Malheur bekommt der Film Licht, bevor er entwickelt wird. Oder wir haben aus Versehen statt eines Films schwarzes Papier eingelegt. Ja dann haben wir durch die mißglückte Messung nicht nur nichts Neues erfahren, sondern haben Kenntnis eingebüßt. Das ist nicht erstaunlich. Durch einen äußeren Eingriff wird natürlich die

Kenntnis, die man von einem System hat, zunächst immer verdorben. Man muß den Eingriff schon sehr behutsam organisieren, damit sie sich nachher wieder zurückgewinnen läßt.

Was haben wir durch diese Analyse gewonnen? *Erstens* den Einblick in das disjunktive Aufspalten des Erwartungskataloges, welches noch ganz stetig erfolgt und durch Einbetten in einen gemeinsamen Katalog für Instrument und Objekt ermöglicht wird. Aus dieser Verquickung kann das Objekt nur dadurch wieder herausgelöst werden, daß das lebende Subjekt vom Resultat der Messung wirklich Kenntnis nimmt. Irgendeinmal muß das geschehen, wenn das, was sich abgespielt hat, wirklich eine Messung heißen soll, — wie sehr es uns auch am Herzen liege, den Vorgang so objektiv wie möglich herauszupräparieren. Und das ist der *zweite* Einblick, den wir gewinnen: *erst bei diesem Inspizieren*, welches die Disjunktion entscheidet, passiert etwas Unstetiges, Sprunghaftes. Man ist geneigt, es einen *mental*en Akt zu nennen, denn das Objekt ist ja schon abgeschaltet, wird nicht mehr physisch ergriffen; was ihm wider-

fahren, ist schon vorbei. Aber es wäre nicht ganz richtig, zu sagen, daß die ψ -Funktion des Objekts, die sich *sonst* nach einer partiellen Differentialgleichung, unabhängig vom Beobachter, verändert, *jetzt* infolge eines mentalen Aktes sprunghaft wechselt. Denn sie war verlorengegangen, es gab sie nicht mehr. Was nicht ist, kann sich auch nicht verändern. Sie wird wiedergeboren, wird restituiert, wird aus der verwickelten Kenntnis, die man besitzt, herausgelöst durch einen Wahrnehmungsakt, der in der Tat bestimmt nicht mehr eine physische Einwirkung auf das Meßobjekt ist. Von der Form, in der man die ψ -Funktion zuletzt gekannt, zu der neuen, in der sie wieder auftritt, führt kein stetiger Weg — er führte eben durch die Vernichtung. Kontrastiert man die zwei Formen, so erscheint die Sache als Sprung. In Wahrheit liegt wichtiges Geschehen dazwischen, nämlich die Einwirkung der zwei Körper aufeinander, während welcher das Objekt keinen privaten Erwartungskatalog besaß und auch keinen Anspruch darauf hatte, weil es nicht selbständig war.

(Schluß folgt.)

Über die Variabilität des Ringmosaikvirus (X-Virus) der Kartoffel¹.

Von E. KÖHLER, Berlin-Dahlem.

Unter der Bezeichnung Ringmosaikvirus (oder auch X-Virus) faßt man eine Gruppe von Mosaikviren der Kartoffel zusammen, die dadurch charakterisiert sind, daß sie auf den Blättern des Tabaks, ihrer Testpflanze, als Krankheitszeichen eigentümliche Ringmuster hervorrufen. Wichtige Charakteristika sind ferner folgende: Leichte Übertragbarkeit mit dem Saft, relativ hohe Widerstandsfähigkeit gegen Erhitzen, keine Übertragbarkeit durch die Blattlausart *Myzus persicae*, hohe Verdünnungsresistenz. Das Ringmosaikvirus besitzt eine außergewöhnliche Verbreitung in den Kartoffelbeständen der ganzen Welt. An wirtschaftlicher Bedeutung tritt es hinter gewissen anderen Viren zurück, da die meisten Kartoffelsorten gegen dieses Virus ausgesprochen tolerant sind und nicht oder jedenfalls nicht merklich geschädigt werden.

Dem Umstand, daß die meisten Sorten (Klone) so hochgradig tolerant sind, hat das Virus auch seine weite Verbreitung zu verdanken. Der Mensch hatte keine Veranlassung, es bei toleranten Sorten durch Selektion zu unterdrücken. Daher sehen wir auch, daß alle toleranten Sorten einer unaufhaltsamen Verseuchung durch dieses Virus unterliegen, während die weniger toleranten durch die Gegenwirkung des Menschen in großem Umfang davon befreit bleiben.

Eine besonders hervorstechende Eigenschaft des Ringmosaikvirus ist seine Variabilität. Kaum 2 Stämme, die wir durch einfaches Überimpfen von Kartoffeln auf Tabak gewinnen, sind einander

vollkommen gleich. Dazu kommt die zuerst von KENNETH M. SMITH gemachte Beobachtung, daß solche Stämme auf dem Tabak im Laufe der Zeit eine Verstärkung erfahren können, daß also augenscheinlich Virulenzänderungen eine Rolle spielen.

In der letzten Zeit haben JAMES JOHNSON und KOCH an nordamerikanischen Kartoffeln die Feststellung gemacht, daß innerhalb der Ringmosaikgruppe 2 Typen unterschieden werden müssen, die sie als potato ring spot-Virus und Mottle-Virus bezeichnen. Von diesen zeichnet sich das letztere durch eine etwas erhöhte Hitzeresistenz aus. In manchen nordamerikanischen Sorten kommen beide Typen im Gemisch vor, manche Sorten enthalten augenscheinlich entweder nur das eine oder nur das andere Virus. Von jedem Typus lassen sich Stämme unterschiedlicher Virulenz isolieren. Durch unsere eigenen Untersuchungen konnten wir diese Feststellungen weitgehend bestätigen, und zwar sind dem potato ring spot-Virus u. a. unsere früher isolierten Stämme Mb 12 (von „Magnum bonum“), E 1 (von „Erdgold“), H 19 (von „Kl. Sp. Wohltmann“), M 23 (von „Kl. Sp. Wohltmann“) zuzusprechen. Von diesen ist Mb 12 der virulenzschwächste und nahezu latent, M 23 der virulenzstärkste. Das Mottle-Virus haben wir vorwiegend in der Sorte „Erstling“ (synon. „Duke of York“) angetroffen. Manche aus der nördlichen Provinz Hannover stammende Herkünfte dieser Sorte waren fast rein mit diesem Virus durchsetzt, nur gelegentlich fanden wir darin auch Beimengungen eines anderen Typus. Wir konnten 3 Mottle-Stämme unterschiedlicher Virulenz isolieren, die als Erstl. 34, Erstl. 25 und Erstl. Mix bezeichnet wurden, von ihnen ist das

¹ Nach einem auf dem VI. Internationalen Botanikerkongreß in Amsterdam gehaltenen Vortrag. Eine ausführliche Abhandlung ist in Vorbereitung.