



UNIVERSITÀ DI PISA

Ingegneria Robotica e Dell'Automazione

Progetto di Identificazione Sistemi Incerti

Sviluppo di un Particle Filter e confronto con EKF per la stima della posizione

Professori:

Andrea Caiti

Riccardo Costanzi

Candidati:

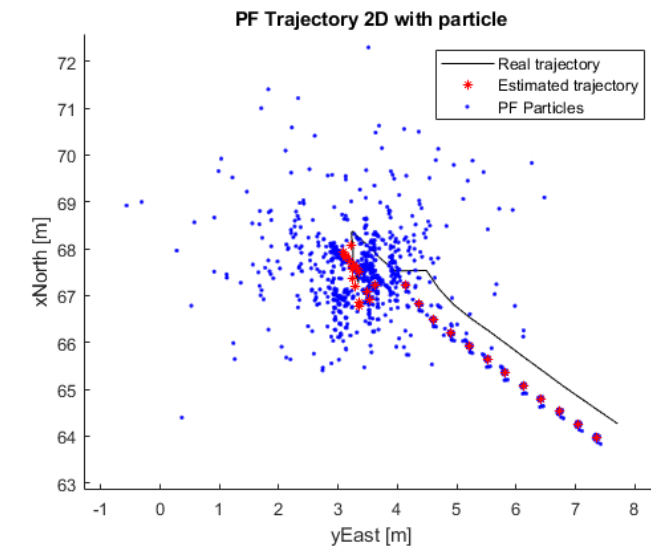
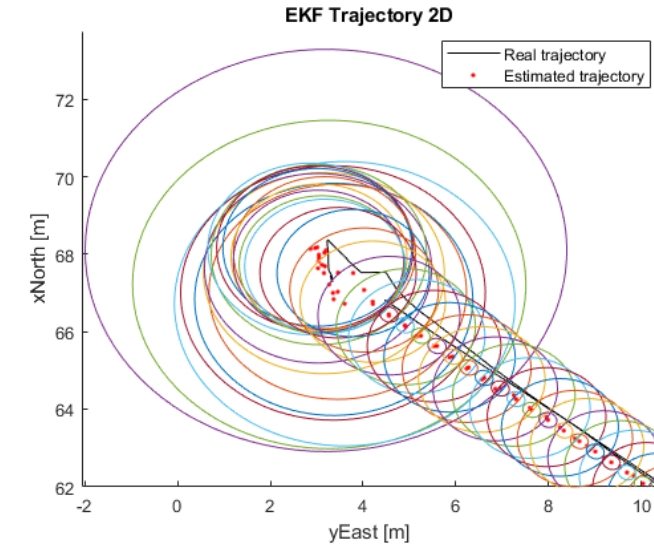
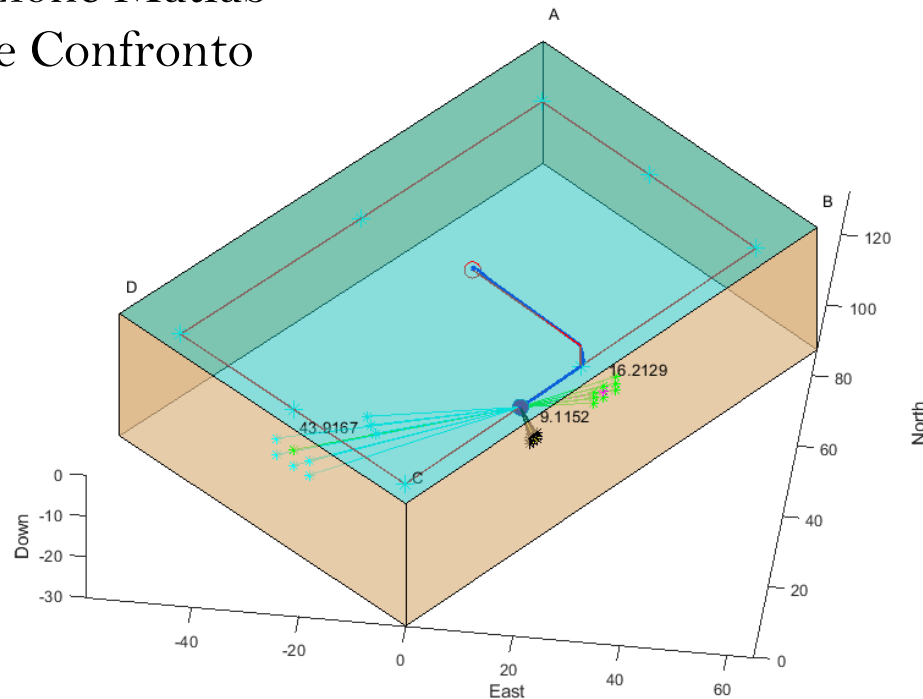
Marco Borraccino



SCOPO E STRUTTURA DEL PROGETTO

Struttura del progetto:

- Simulazione Wall Following, Team C
- EXTENDED KALMAN FILTER
- PARTICLE FILTER
- Implementazione Matlab
- Simulazioni e Confronto





INTRODUZIONE ALLA SIMULAZIONE GENERALE

Progetto Deep P.U.R.P.L.E – Wall Following
Sistemi Subacquei

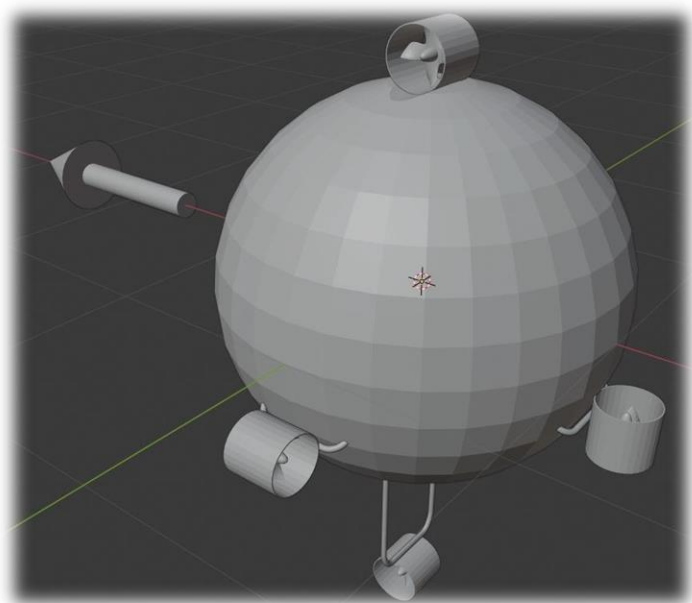


SIMULAZIONE GENERALE

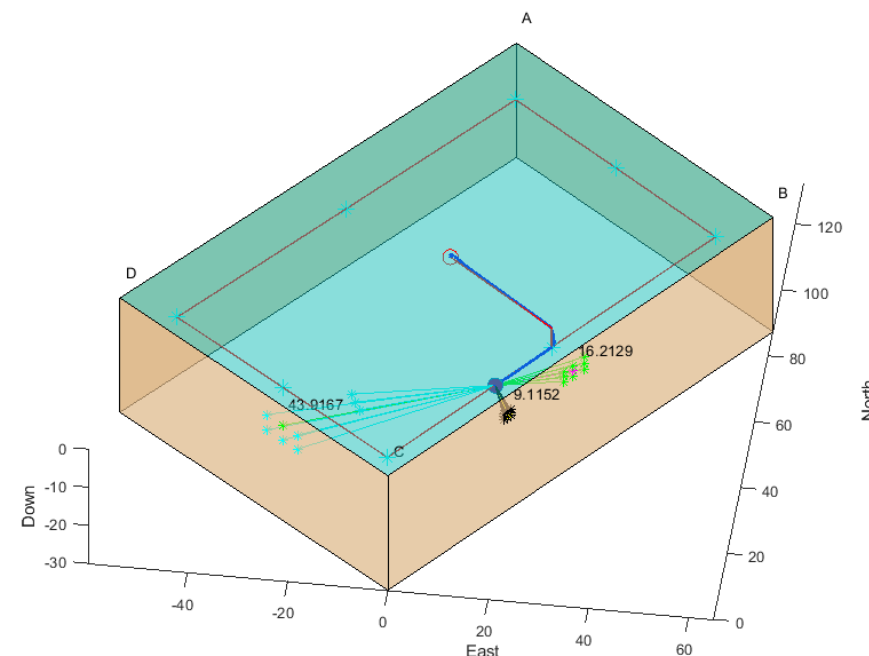
Progetto di Sistemi Subacquei - Team C



Missione: pattugliamento delle pareti di un bacino rettangolare con parametri di missione regolabili.



*Modello fisico del **DEEP P.U.R.P.L.E** (PUffer Robotic Pool Levee Evaluation)*



Simulazione 3D del pattugliamento del bacino

SIMULAZIONE GENERALE

Rivisitazione del blocco di Navigation System

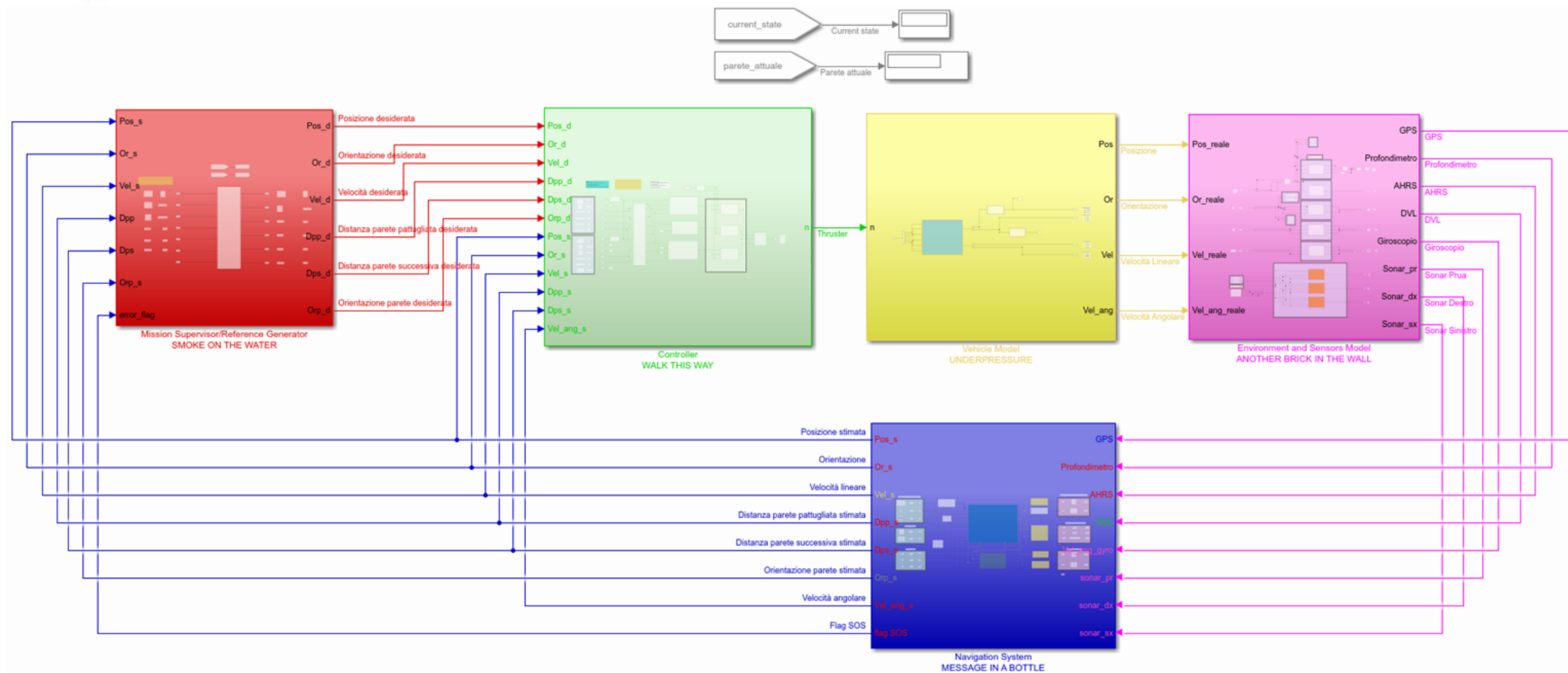


Diagramma Simulink dell'intera simulazione con filtro EKF

SIMULAZIONE GENERALE

Rivisitazione del blocco di Navigation System

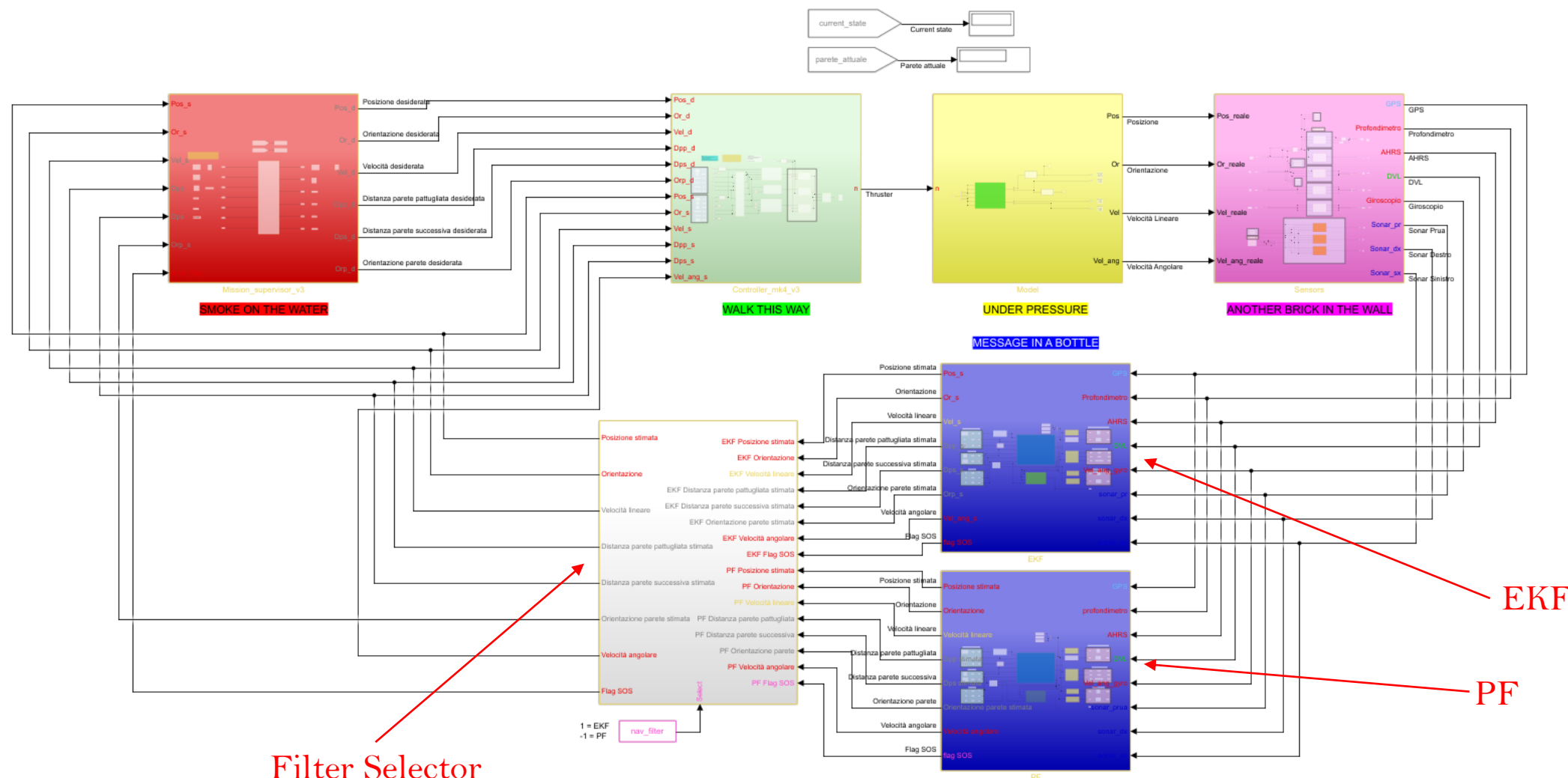


Diagramma Simulink dell'intera simulazione con filtri PF e EKF in parallelo



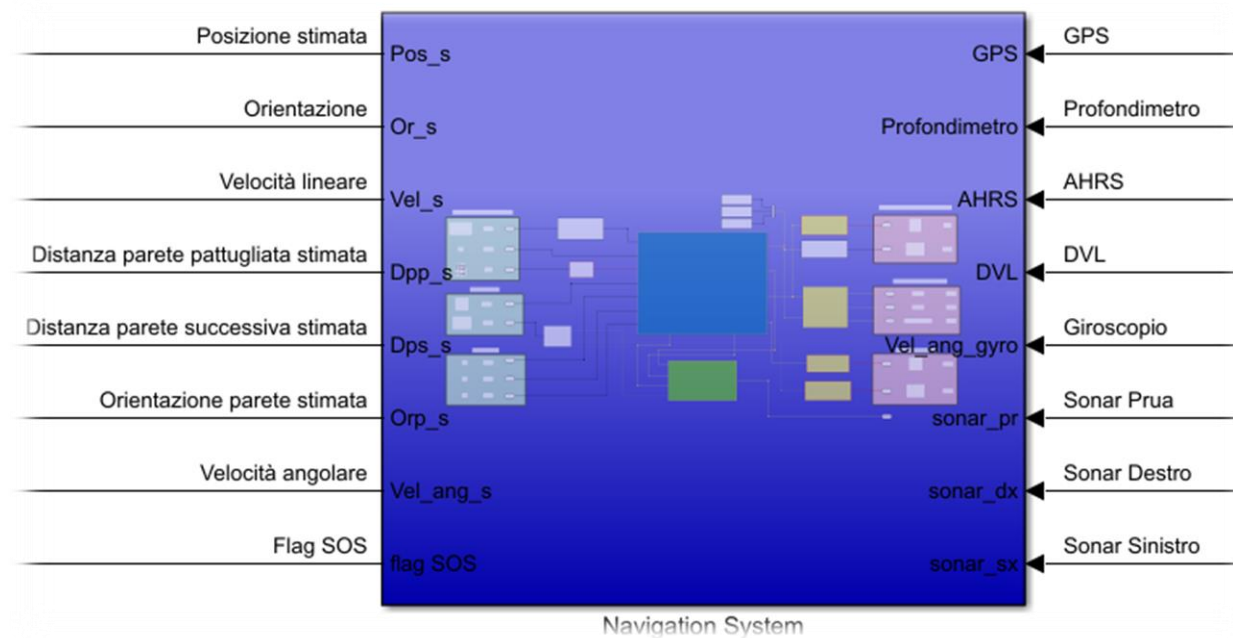
SIMULAZIONE GENERALE

Rivisitazione del blocco di Navigation System



Mission
supervisor

Controller



Environment
and Sensor
Model

Segnali di interfaccia provenienti da Environment and Sensor System e in uscita verso Controller e Mission Supervisor



DINAMICA DEL FILTRO

da tempo continuo a tempo discreto



$$\text{TC} \quad \begin{cases} \dot{\vec{\eta}}_1 = J(\vec{\eta}_2 + \vec{\omega}_{\eta_2}) (\vec{v}_1 + \vec{\omega}_{v_1}) \\ \dot{\vec{z}} = \vec{\eta}_1 + \vec{\omega}_z \end{cases} \quad \dot{\vec{\eta}}_1 = \frac{\vec{\eta}_1^k - \vec{\eta}_1^{k-1}}{\Delta T}$$

Errore di modello

$$\text{TD} \quad \begin{cases} \vec{\eta}_1^k = \vec{\eta}_1^{k-1} + \Delta T J(\vec{\eta}_2^{k-1} + \vec{\omega}_{\eta_2}^{k-1}) (\vec{v}_1^{k-1} + \vec{\omega}_{v_1}^{k-1}) + \cancel{\vec{\omega}_m^{k-1}} \\ \vec{z}^{k-1} = \vec{\eta}_1^{k-1} + \vec{\omega}_z^{k-1} \end{cases}$$

STATO Posizione Stimata (NED frame)

$$\vec{\eta}_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Orientazione (XYZ)

$$\vec{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

Velocità lineare

$$\vec{v}_1$$

Tempo di campionamento

$$\Delta T = 0.1 \text{ s}$$

Misure

Errore velocità lineare

$$\vec{z}$$
$$\vec{\omega}_{v_1}$$

Errore orientazione

$$\vec{\omega}_{\eta_2}$$

Errore vettore delle misure

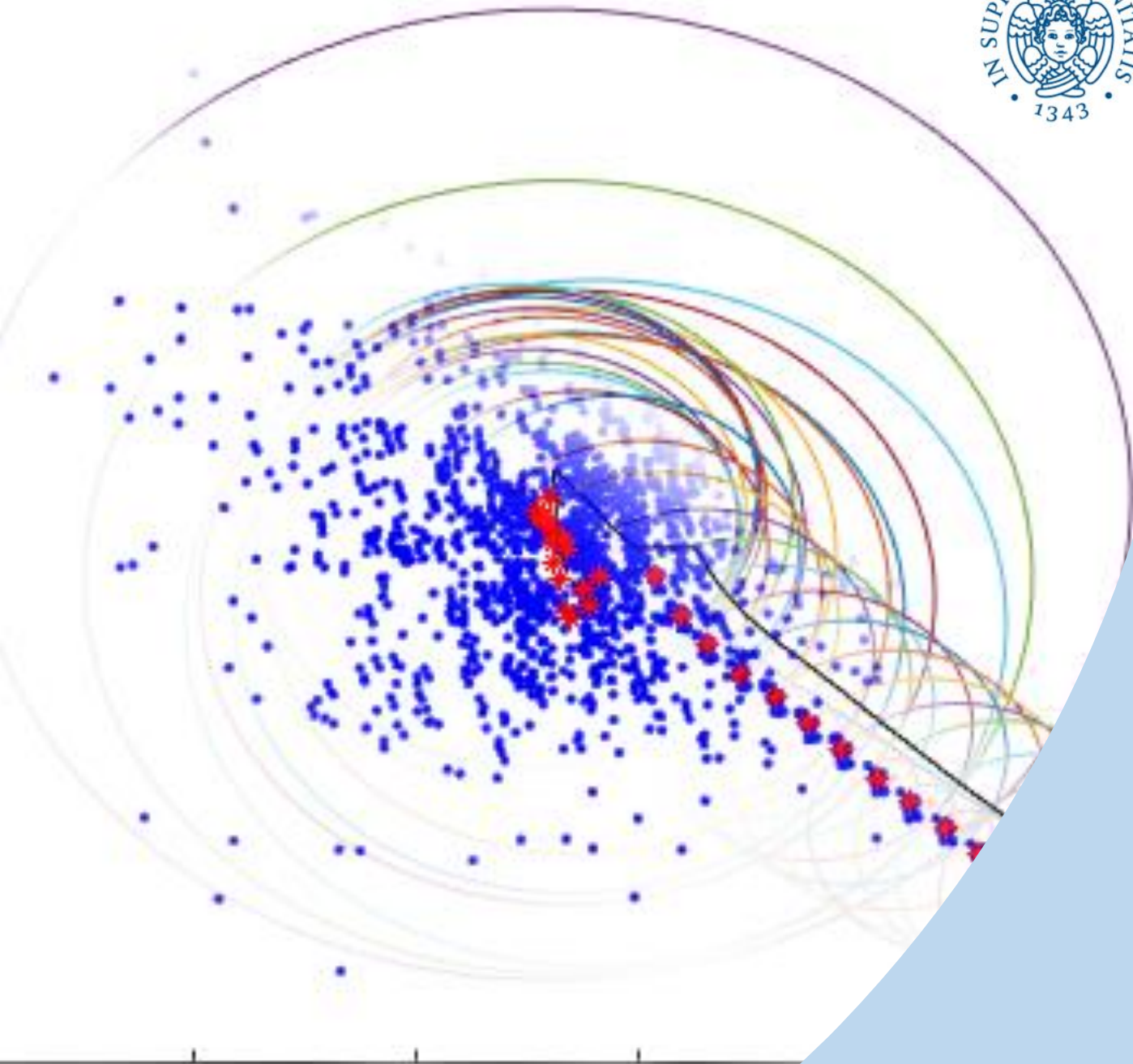
$$\vec{\omega}_z$$

Matrice di rotazione

$$J(\vec{\eta}_2)$$



EXTENDED KALMAN FILTER



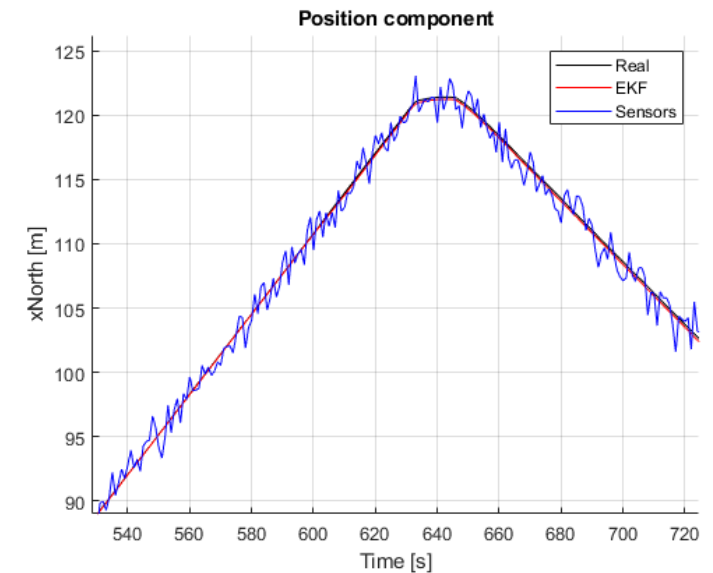
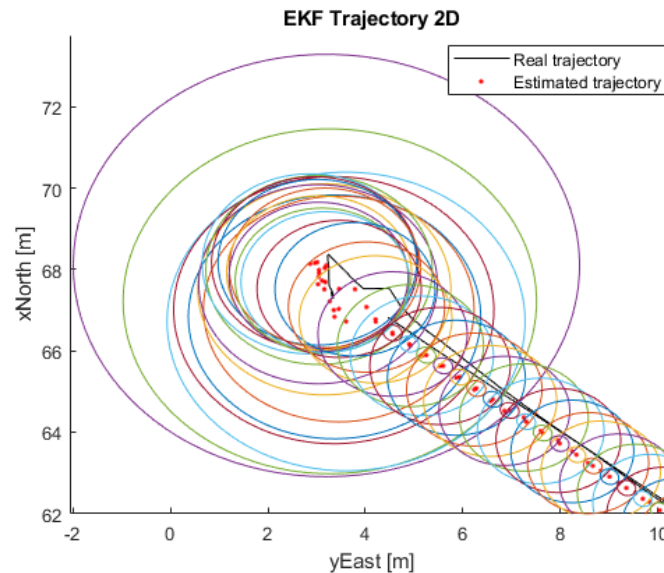


EXTENDED KALMAN FILTER

Linearizzazione del sistema non lineare in un intorno dello stato stimato e applicazione del Filtro di Kalman (*ottimo* nel senso del senso dell'errore quadratico medio) in quell'intorno.

Assumiamo tutti i rumori di misura *bianchi, gaussiani, a media nulla e indipendenti* tra loro.

1. Inizializzazione
2. Predizione
3. Correzione





EXTENDED KALMAN FILTER

Inizializzazione

Sono usate le prime misure disponibili di GPS e profundimetro e le rispettive varianze.

$$\eta_0 = \begin{bmatrix} GPS_{(xNorth)} \\ GPS_{(yEast)} \\ depth_{profondimetro} \end{bmatrix}_{|k=1}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{GPS}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{GPS}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{depth}^2 \end{bmatrix}$$



EXTENDED KALMAN FILTER

Predizione

$$\overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k|k-1}} = f\left(\overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k-1|k-1}}, \overrightarrow{v_1^{k-1}}, \overrightarrow{\eta_2^{k-1}}, \mathbf{0}\right) = \overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k-1|k-1}} + \Delta T J_{\left(\overrightarrow{\eta_2^{k-1}}\right)} \overrightarrow{v_1^{k-1}}$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{L}_{k-1} \mathbf{Q}_k \mathbf{L}_{k-1}^T$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_{AHRs_{roll}}^2 \quad \sigma_{AHRs_{pitch}}^2 \quad \sigma_{AHRs_{yaw}}^2 \quad \sigma_{DVL}^2 \quad \sigma_{DVL}^2 \quad \sigma_{DVL}^2)$$

$$\mathbf{F}_{k-1} = \left(\frac{df}{d\eta_1} \right) \begin{matrix} \overrightarrow{v_1^{k-1}} \\ \overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k|k-1}} \\ \overrightarrow{\omega_{k-1}=0} \end{matrix}$$

$$\mathbf{L}_{k-1} = \left(\frac{df}{d\omega} \right) \begin{matrix} \overrightarrow{v_1^{k-1}} \\ \overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k|k-1}} \\ \overrightarrow{\omega_{k-1}=0} \end{matrix}$$



EXTENDED KALMAN FILTER

Correzione

$$\vec{e}^k = \vec{z}^k - \vec{h} \left(\overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k|k-1}}, J \right)$$

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + M_k R_k M_k^T$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1}$$

$$\overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k|k}} = \overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k|k-1}} + K_k e_k$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}$$

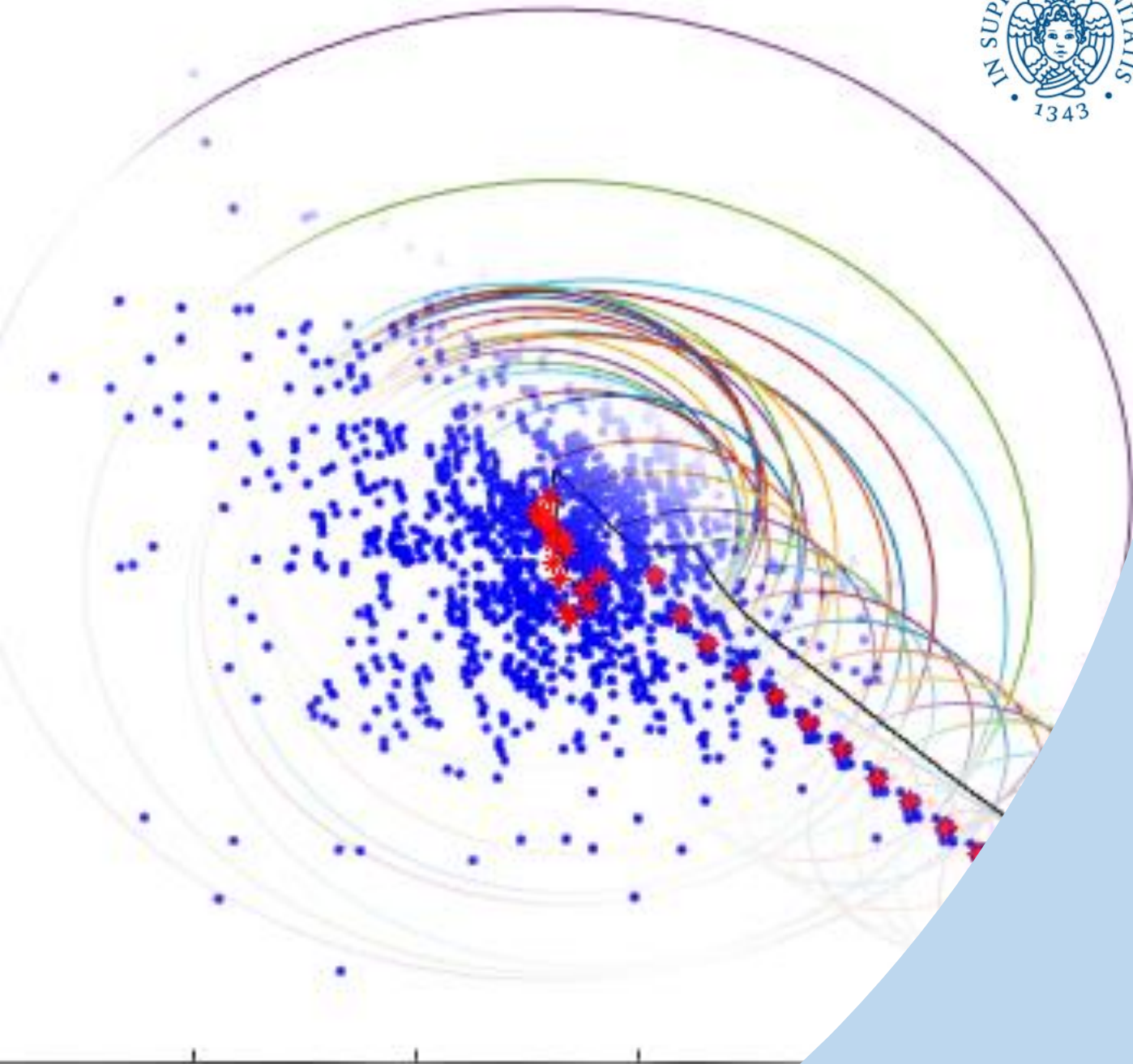
$$R = \text{diag}(\sigma_{GPS}^2 \quad \sigma_{GPS}^2 \quad \sigma_{profondimetro}^2 \quad \sigma_{sonar}^2 \quad \sigma_{sonar}^2 \quad \sigma_{sonar}^2)$$

$$M_k = \left. \frac{dh(\eta_1, J)}{d\omega_z} \right|_{\overrightarrow{\hat{\eta}_1^{k|k-1}}} = I_{6 \times 6}$$

$$H_k = \left. \frac{d\vec{h}(\eta_1, J)}{d\eta} \right|_{\hat{\eta}_{k|k-1}}$$



PARTICLE FILTER



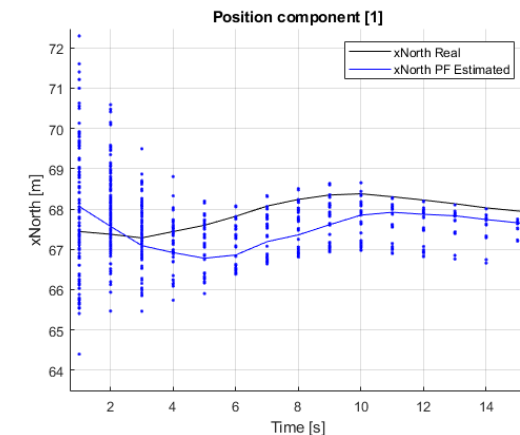
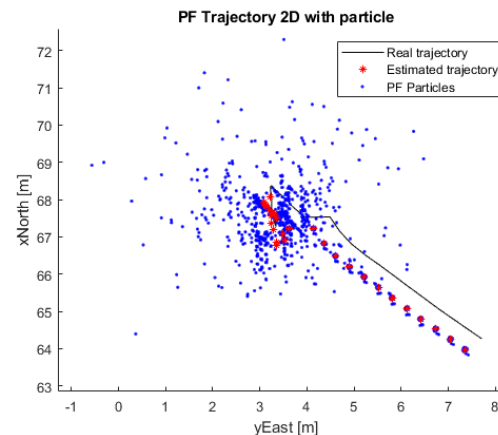


PARTICLE FILTER^[1]^[2]

Sequential Importance Sampling (SIS) algorithm: si rappresenta la d.d.p. a posteriori della stima come un set di **particelle** (campioni) con dei pesi d'importanza associati (*Metodo Monte Carlo*). Sulla base di questi si calcola la stima e la covarianza dello stato.

Assumiamo tutti i rumori di misura *bianchi, gaussiani, a media nulla e indipendenti* tra loro.

1. Inizializzazione
2. Predizione
3. Correzione
4. Ricampionamento



^[1] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp, A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking, IEEE Trans. Signal Process. 50 (2) (2002) 174–188.

^[2] F. Gustafsson, Particle filter theory and practice with positioning applications, IEEE Aerospace Electron. Syst. Mag. 25 (7) (2010) 53–82.



PARTICLE FILTER

Inizializzazione

Il primo set di *particelle* è creato sulla base delle prime misure di GPS e profundimetro.

$$\vec{s}_i^0 = \begin{bmatrix} GPS_{(xNorth)} + \omega_{GPSx} \\ GPS_{(yEast)} + \omega_{GPSy} \\ depth_{prof} + \omega_{prof} \end{bmatrix}_{|k=1}$$

$$\omega_{GPSx} \sim N(0, \sigma_{GPS}^2)$$

$$\omega_{GPSy} \sim N(0, \sigma_{GPS}^2)$$

$$\omega_{prof} \sim N(0, \sigma_{prof}^2)$$

Ogni particella ha la stessa probabilità delle altre, per cui il loro *peso* è uguale.

$$w_i^0 = \frac{1}{N}$$

$$\sum_{i=1}^N w_i^0 = 1$$

N = numero di *particelle*



PARTICLE FILTER

Predizione

Propagazione delle particelle:

$$\begin{aligned}\omega_{AHRS} &\sim N(0, \sigma_{AHRS}^2) \\ \omega_{DVL} &\sim N(0, \sigma_{DVL}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{s}_i^{k|k-1} &= f\left(\vec{s}_i^{k-1|k-1}, \vec{v}_1^{k-1}, \vec{\eta}_2^{k-1}, \omega_{AHRS}, \omega_{DVL}\right) = \\ &= \vec{s}_i^{k-1|k-1} + \Delta T J_{\left(\vec{\eta}_2^{k-1} + \omega_{AHRS}\right)} \left(\vec{v}_1^{k-1} + \omega_{DVL}\right)\end{aligned}$$

Calcolo stima e covarianza dello stato:

$$\widehat{\vec{\eta}}_1^{k|k-1} = \sum_{i=1}^N w_i^{k-1} \cdot \vec{s}_i^{k|k-1}$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=1}^N w_i^{k-1} \left(\vec{s}_i^{k|k-1} - \widehat{\vec{\eta}}_1^{k|k-1} \right) \left(\vec{s}_i^{k|k-1} - \widehat{\vec{\eta}}_1^{k|k-1} \right)^T$$



PARTICLE FILTER

Correzione

$$\overrightarrow{e}_i^k = \overrightarrow{z}^k - \vec{h} \left(\vec{s}_i^{k|k-1}, J \right)$$

Verosimiglianza basata su d.d.p. congiunta *gaussiana* (\overrightarrow{e}_i^k vettore di dimensione variabile)

$$l_i = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m + \det(R)}} e^{\left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{e}_i^k{}^T R \overrightarrow{e}_i^k \right)}$$

$m =$ numero di sensori
usati per la correzione

Aggiorno i pesi:

$$w_i^k = w_i^{k-1} \cdot l_i$$

$$w_i^k = w_i^k \frac{1}{\sum w_i^k}$$

Ricalcolo stima e covarianza dello stato:

$$\widehat{\vec{\eta}}_1^{k|k} = \sum_{i=1}^N w_i^k \cdot \vec{s}_i^{k|k-1}$$

$$P_{k|k} = \sum_{i=1}^N w_i^k \left(\vec{s}_i^{k|k-1} - \widehat{\vec{\eta}}_1^{k|k} \right) \left(\vec{s}_i^{k|k-1} - \widehat{\vec{\eta}}_1^{k|k} \right)^T$$



PARTICLE FILTER

Ricampionamento[1][2][3]

Fenomeno della ***sample depletion***: dopo qualche iterazione tutte le particelle, tranne qualcuna, hanno un peso trascurabile. La stima si basa solo su poche particelle.

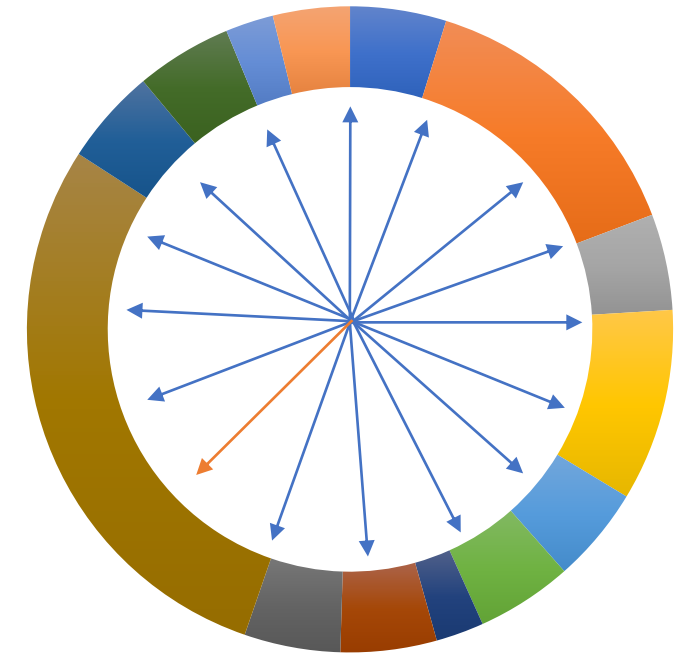
Varietà di soluzioni in letteratura.

Si ordina lo spazio delle particelle in base al loro peso.

Si divide casualmente tale spazio in parti uguali e si selezionano quelle con peso maggiore.

Si crea il nuovo set di N particelle sulla base di quelle più significative.

Distribuzione dei pesi



[1] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp, A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking, IEEE Trans. Signal Process. 50 (2) (2002) 174–188.

[2] F. Gustafsson, Particle filter theory and practice with positioning applications, IEEE Aerospace Electron. Syst. Mag. 25 (7) (2010) 53–82.

[3] Tiancheng Li, Miodrag Bolic, and Petar M. Djuric, Resampling Methods for Particle Filtering, IEEE Signal Processing Magazine [70-86] May 2015



PARTICLE FILTER

Ricampionamento[1][2][3]

Quando è necessario *ricampionare*?

Frequenza del ricampionamento **fissa**: ricampionamento ad ogni iterazione oppure ad ogni n iterazioni.

Frequenza del ricampionamento **variabile**: basata sul *numero effettivo* di particelle.

$$N_{eff}^k = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_i^k)^2}$$

$$N_{eff}^k < \frac{2}{3}N$$

[1] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp, A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking, IEEE Trans. Signal Process. 50 (2) (2002) 174–188.

[2] F. Gustafsson, Particle filter theory and practice with positioning applications, IEEE Aerospace Electron. Syst. Mag. 25 (7) (2010) 53–82.

[3] Tiancheng Li, Miodrag Bolic, and Petar M. Djuric, Resampling Methods for Particle Filtering, IEEE Signal Processing Magazine [70-86] May 2015



PARTICLE FILTER

N° di particelle

Quante *particelle* sono necessarie?

Calo delle prestazioni con $N < 100$ *particelle*

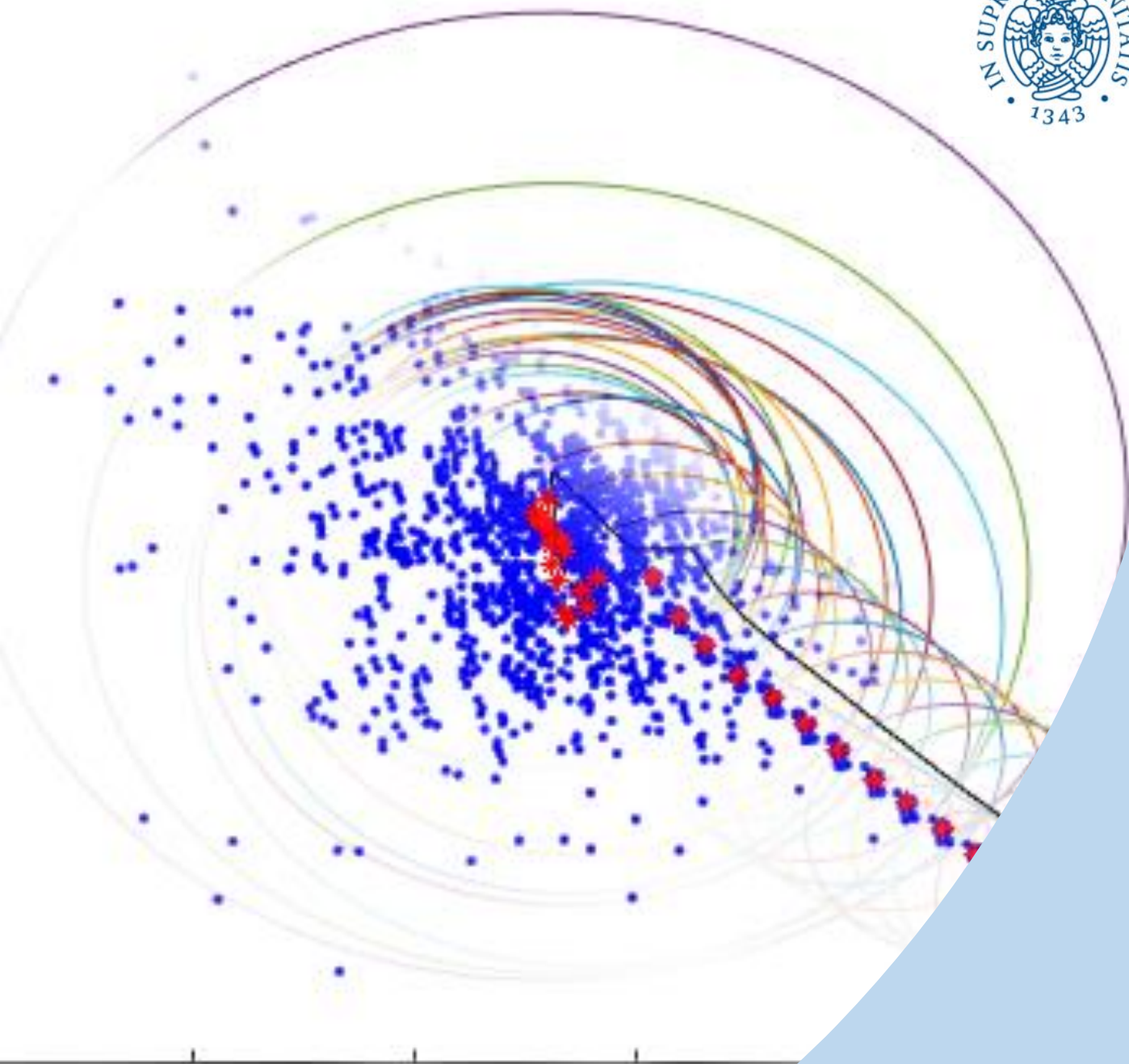
Buone prestazioni con $N = 100 \div 1000$ *particelle*

Nessun miglioramento nelle prestazioni con $N = 10.000$ *particelle*

Scelto un valore di **$N = 1000$**

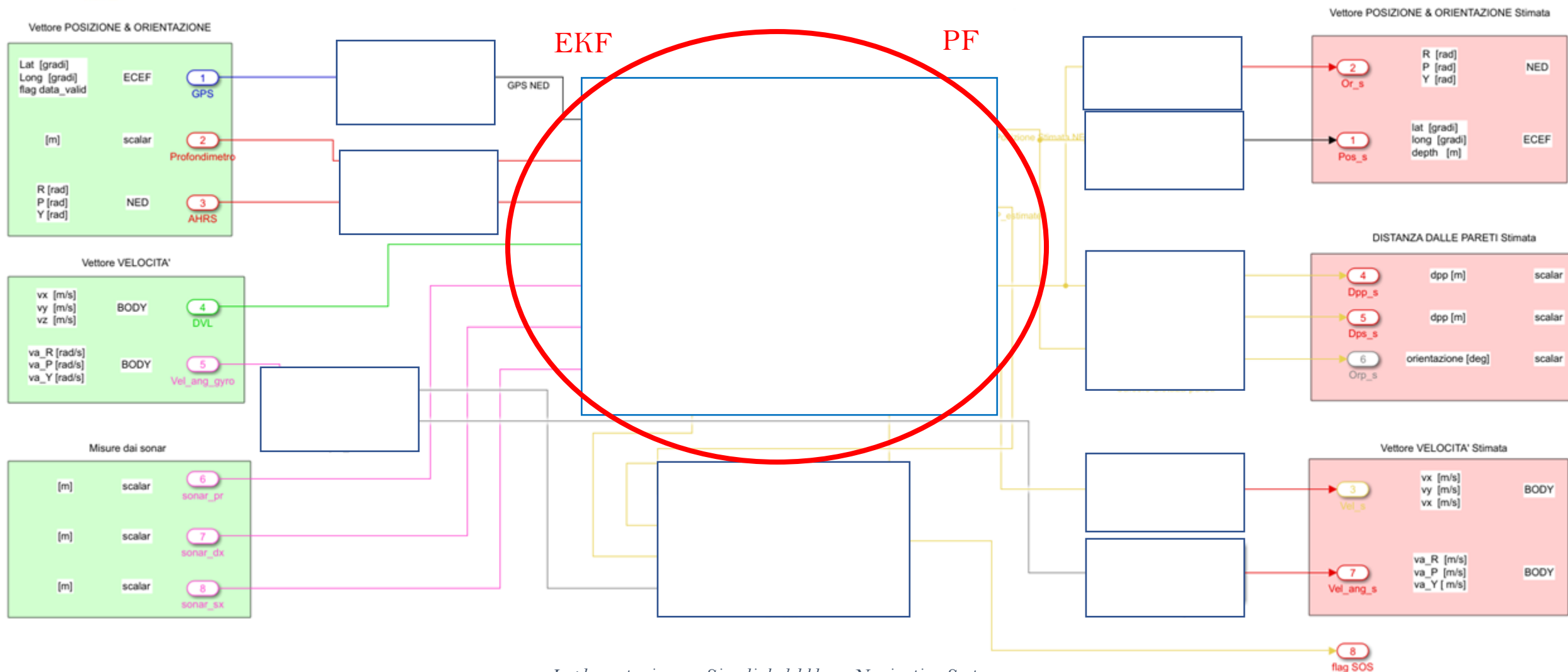


CENNO ALLA IMPLEMENTAZIONE SU MATLAB



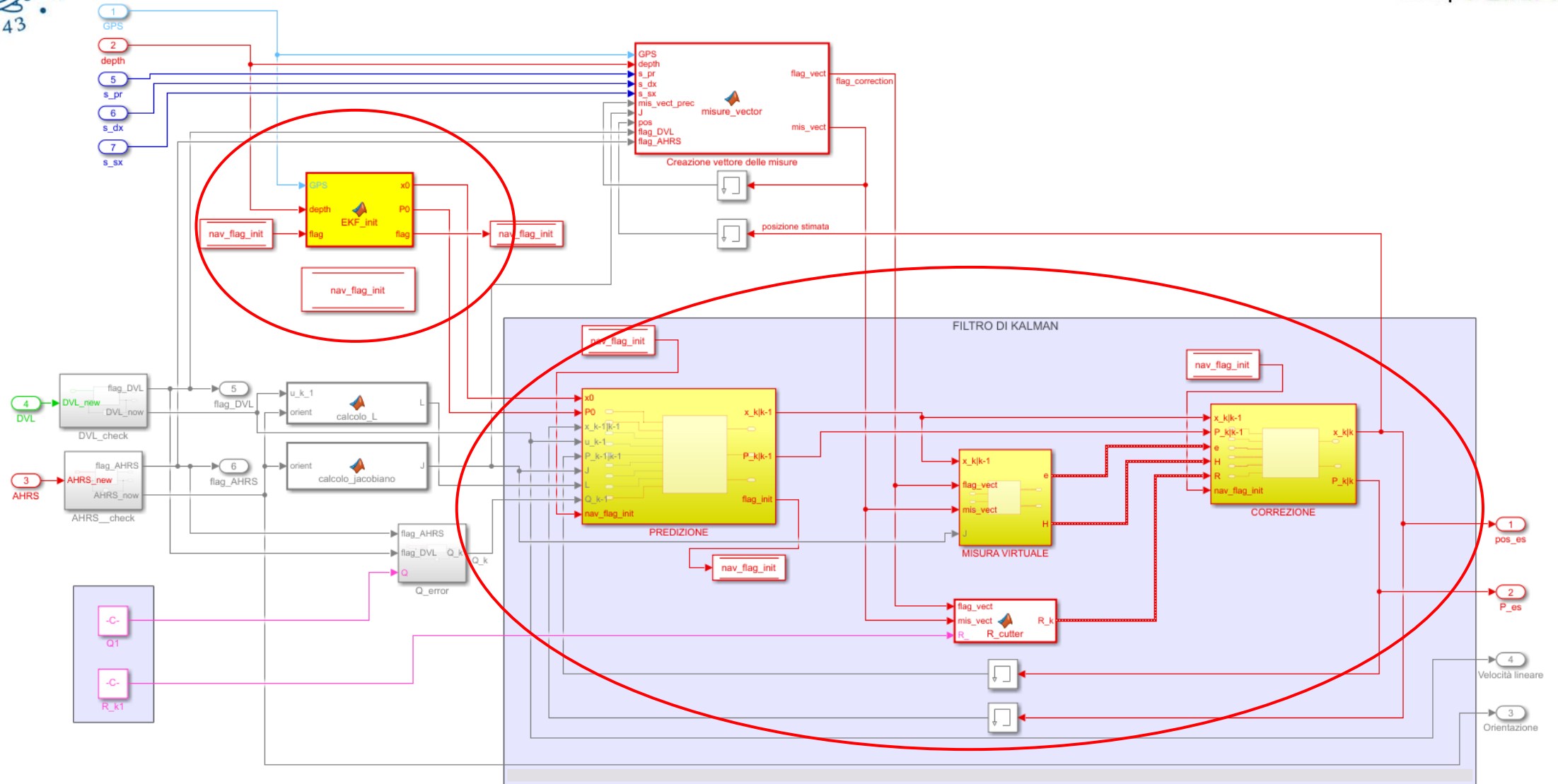


Blocco Navigation System



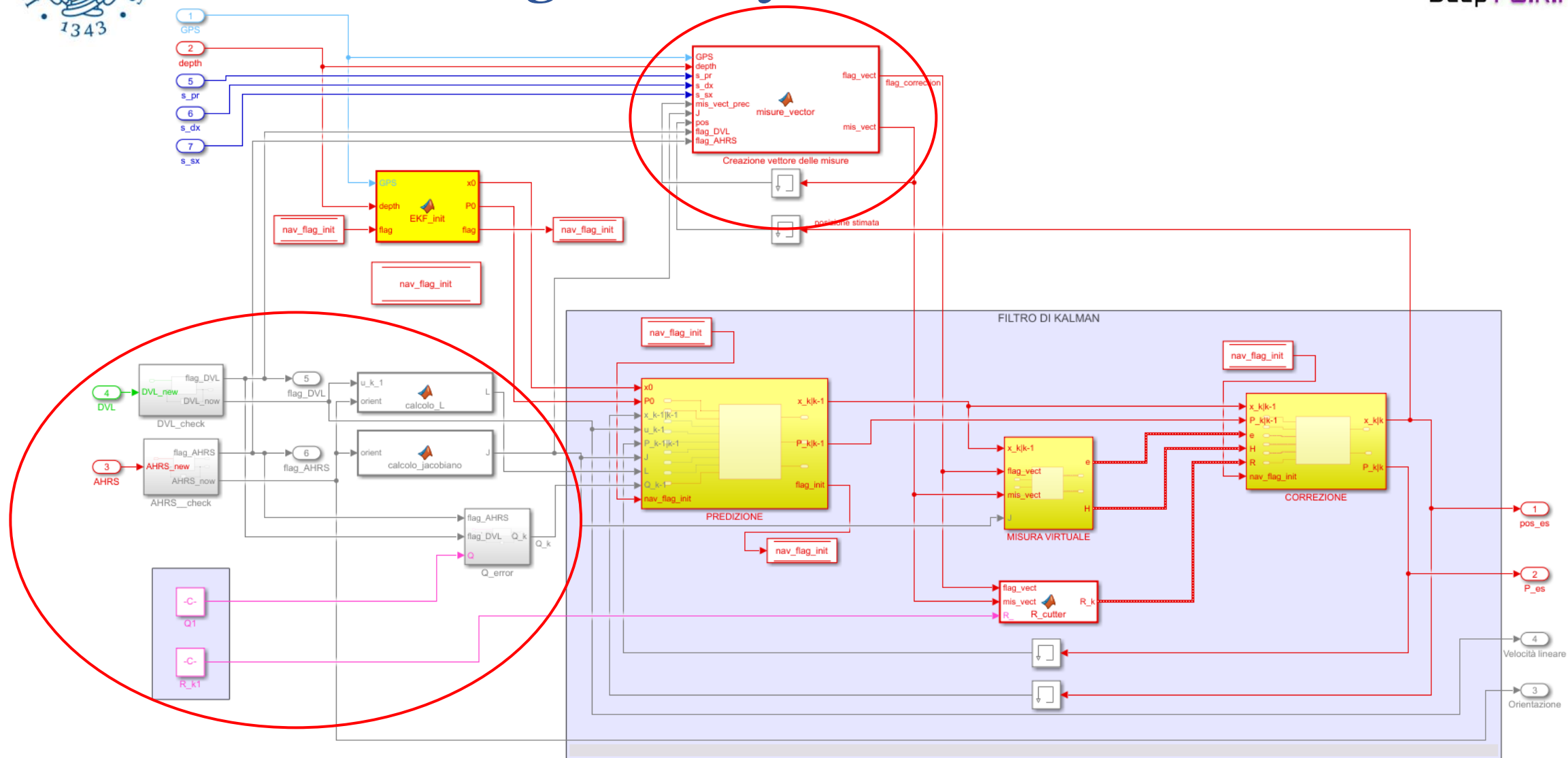
Implementazione su Simulink del blocco Navigation System

Blocco Navigation System: EKF



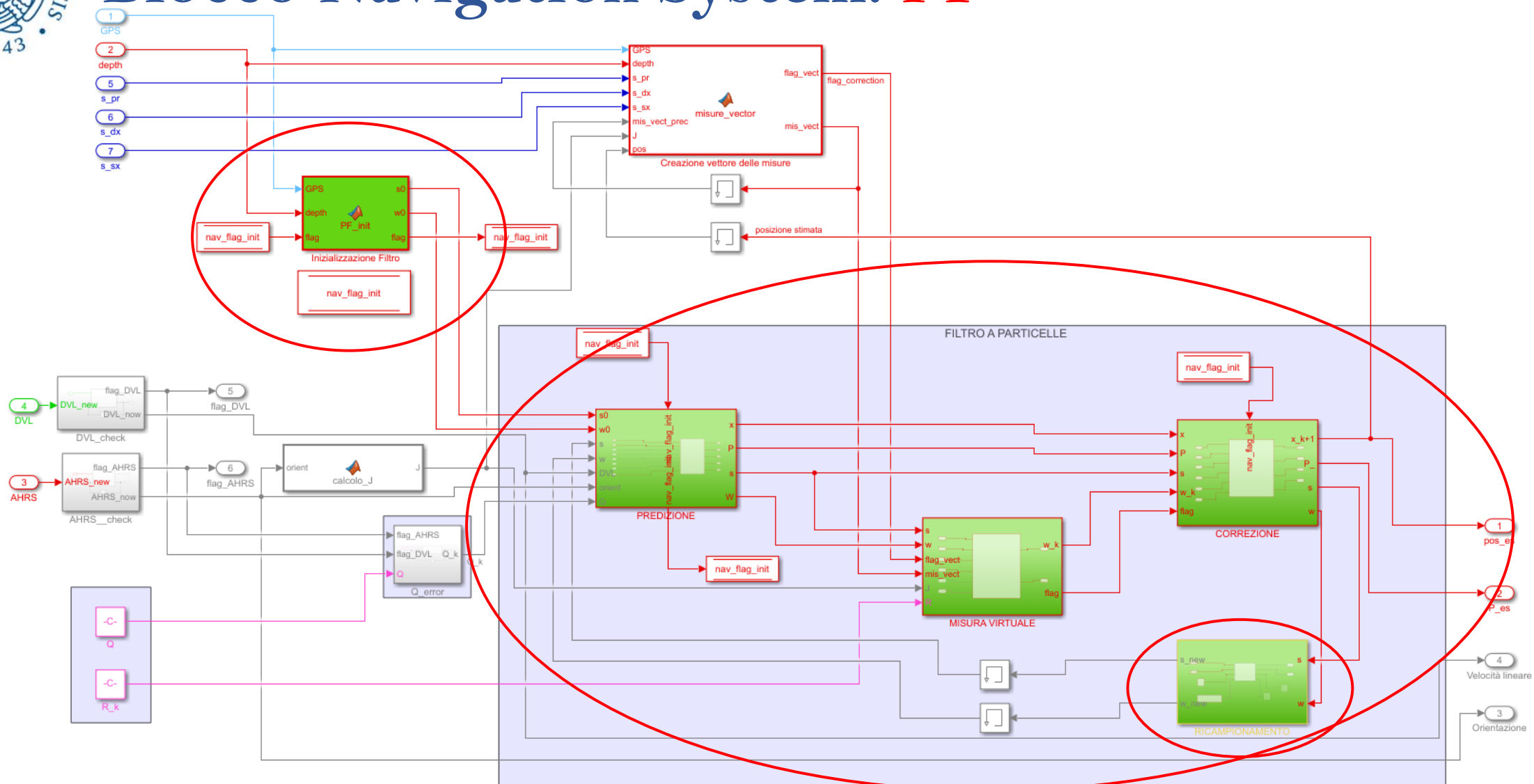
Implementazione su Simulink del filtro EKF TD per la stima della posizione

Blocco Navigation System: EKF

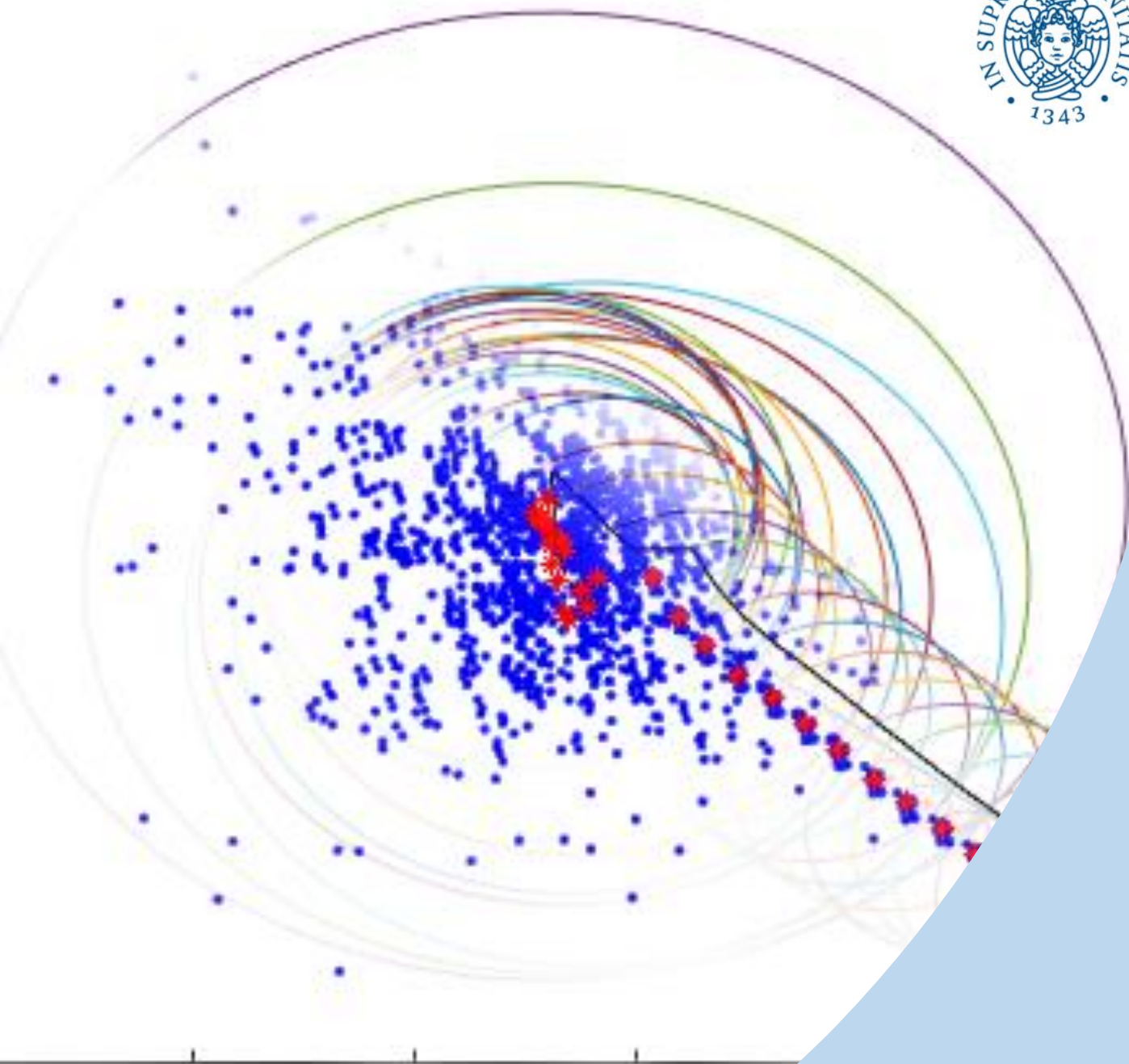




Blocco Navigation System: PF



Implementazione su Simulink del filtro PF per la stima della posizione



SIMULAZIONI E CONFRONTO



SIMULAZIONI E CONFRONTO

Simulazioni con EKF e PF in parallelo con diversi parametri di missione.

Metriche usate per il confronto:

- Norma dell'errore errore assoluto

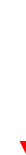
$$\varepsilon^k = \left\| \overrightarrow{\eta_1^k} - \widehat{\overrightarrow{\eta_1^k}} \right\|$$

- RMSE (Root Mean Square Error)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\overrightarrow{\eta_1^k} - \widehat{\overrightarrow{\eta_1^k}} \right)^2}$$



SIMULAZIONI E CONFRONTO



Parete iniziale	Profondità [m]	Distanza dalla parete [m]	Verso di ispezione	Orientazione relativa	Velocità [m/s]		RMSE _x [m]	RMSE _y [m]	RMSE _z [m]	RMSE _{tot} [m]
BC	5	8	Orario	10°	0,4	<i>EKF</i>	0.12087	0.13486	0.017051	0.1819
						<i>PF</i>	0.14062	0.13849	0.017923	0.19818
BC	5	8	Orario	20°	0,4	<i>EKF</i>	0.18143	0.17986	0.017027	0.25603
						<i>PF</i>	0.18211	0.20509	0.018106	0.27487
BC	5	8	Orario	30°	0,4	<i>EKF</i>	0.15964	0.18261	0.016895	0.24314
						<i>PF</i>	0.17924	0.18466	0.018862	0.25803
BC	5	8	Orario	40°	0,4	<i>EKF</i>	0.13809	0.15712	0.01677	0.20986
						<i>PF</i>	0.1653	0.15645	0.017587	0.22827
BC	5	8	Orario	50°	0,4	<i>EKF</i>	0.13805	0.15298	0.017031	0.20676
						<i>PF</i>	0.17633	0.17269	0.018303	0.24748
BC	5	8	Orario	60°	0,4	<i>EKF</i>	0.15798	0.16614	0.016856	0.22988
						<i>PF</i>	0.16435	0.16801	0.019395	0.23583
BC	5	8	Orario	70°	0,4	<i>EKF</i>	0.21021	0.23616	0.017142	0.31663
						<i>PF</i>	0.20359	0.25391	0.019388	0.32602
BC	5	8	Orario	80°	0,4	<i>EKF</i>	0.11133	0.13913	0.016819	0.17898
						<i>PF</i>	0.16572	0.16877	0.017275	0.23716
BC	5	8	Orario	90°	0,4	<i>EKF</i>	0.1118	0.13962	0.016908	0.17966
						<i>PF</i>	0.14055	0.13832	0.017531	0.19798

Tabella con i valori dell'RMSE in base ai parametri di missione



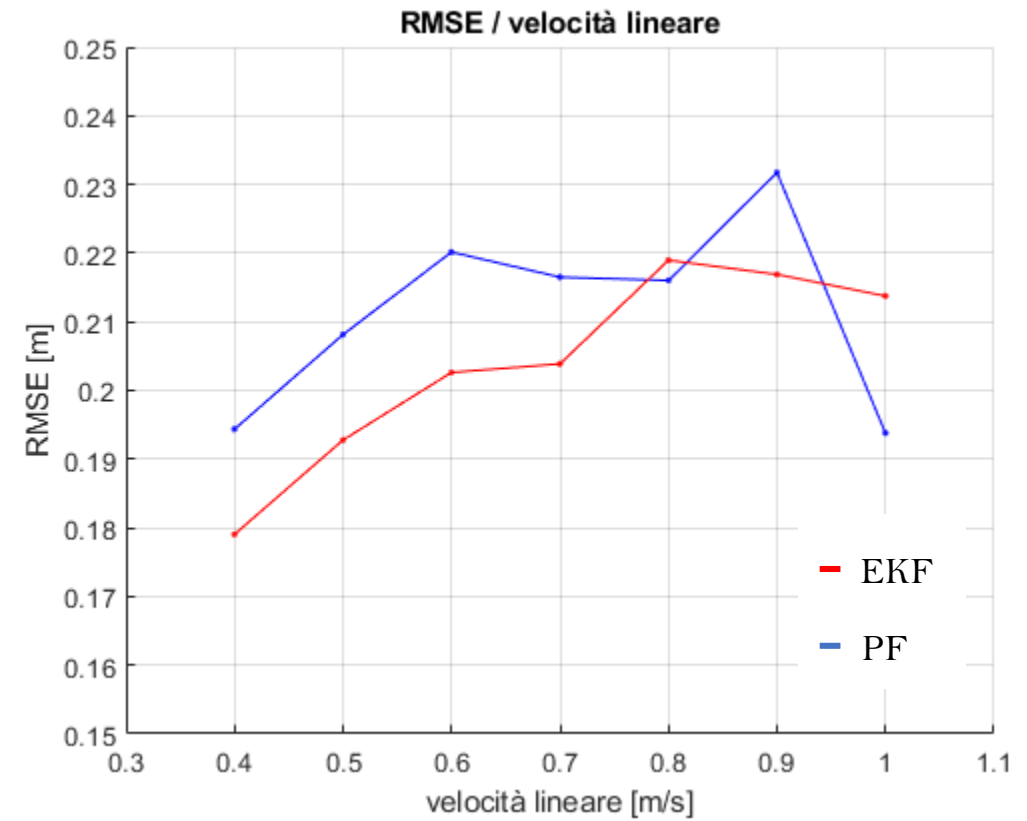
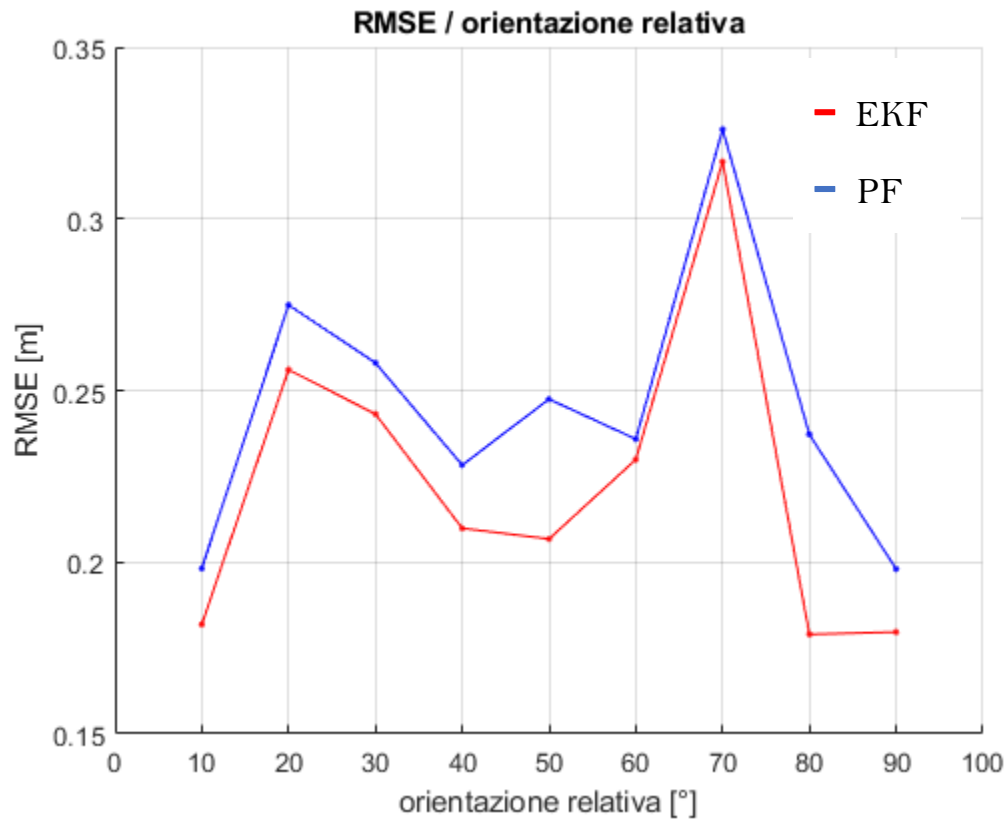
SIMULAZIONI E CONFRONTO

Parete iniziale	Profondità [m]	Distanza dalla parete [m]	Verso di ispezione	Orientazione relativa	Velocità [m/s]		RMSE _x [m]	RMSE _y [m]	RMSE _z [m]	RMSE _{tot} [m]
BC	5	8	Orario	0°	0,4	EKF	0.11475	0.13636	0.017229	0.17905
						PF	0.14011	0.13351	0.017912	0.19436
BC	5	8	Orario	0°	0,5	EKF	0.11709	0.15193	0.019213	0.19278
						PF	0.14712	0.14573	0.020966	0.20814
BC	5	8	Orario	0°	0,6	EKF	0.12838	0.1554	0.02069	0.20263
						PF	0.15855	0.15108	0.022418	0.22015
BC	5	8	Orario	0°	0,7	EKF	0.12298	0.16103	0.022473	0.20387
						PF	0.14904	0.15503	0.025017	0.2165
BC	5	8	Orario	0°	0,8	EKF	0.12557	0.17776	0.024139	0.21897
						PF	0.13523	0.16624	0.027239	0.21602
BC	5	8	Orario	0°	0,9	EKF	0.12529	0.17532	0.024641	0.21689
						PF	0.15459	0.17039	0.027631	0.23172
BC	5	8	Orario	0°	1,0	EKF	0.13288	0.16541	0.02597	0.21375
						PF	0.12436	0.14599	0.02781	0.19379

Tabella con i valori dell'RMSE in base ai parametri di missione



SIMULAZIONI E CONFRONTO



Prestazioni “quasi” identiche



SIMULAZIONI E CONFRONTO

$v = 0,4 \text{ m/s}$

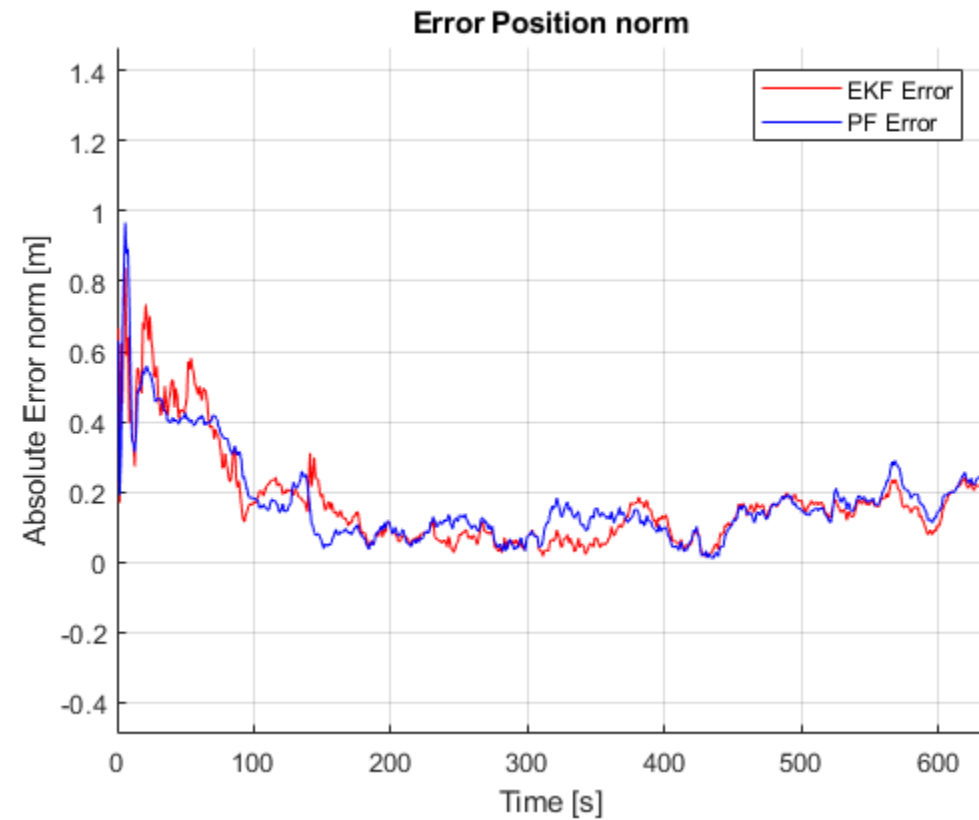
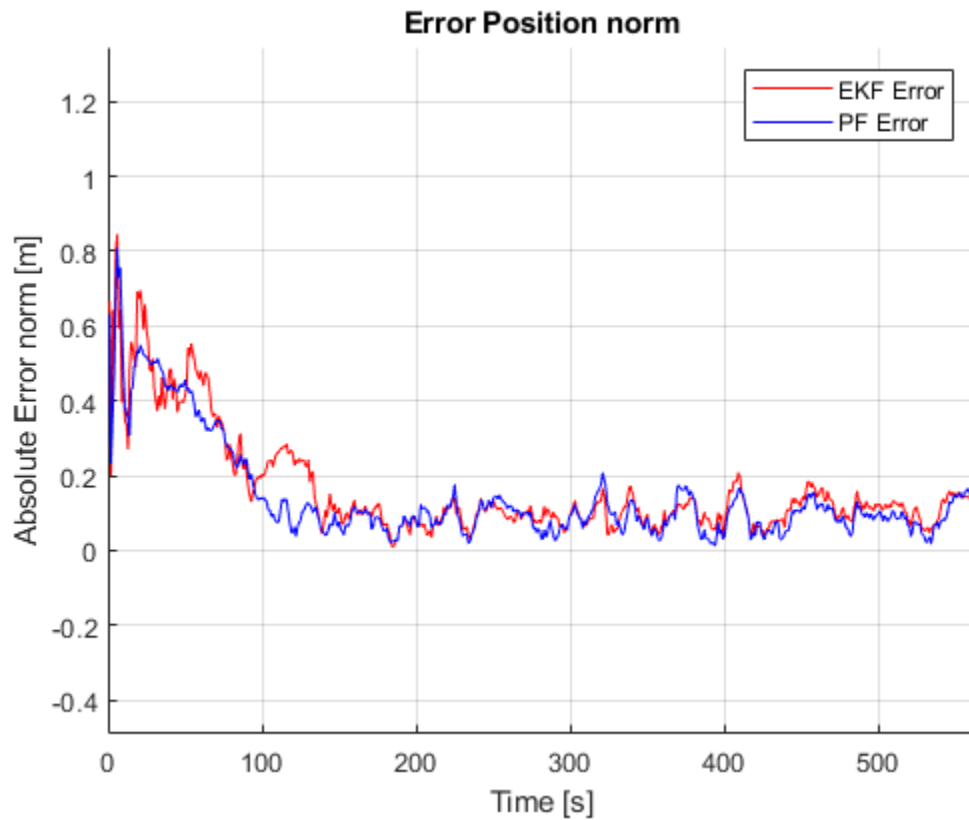
$\text{RMSE}_{\text{EKF}} = 0.17905 \text{ m}$

$\text{RMSE}_{\text{PF}} = 0.19436 \text{ m}$

$v = 0,8 \text{ m/s}$

$\text{RMSE}_{\text{EKF}} = 0.21375 \text{ m}$

$\text{RMSE}_{\text{PF}} = 0.19379 \text{ m}$



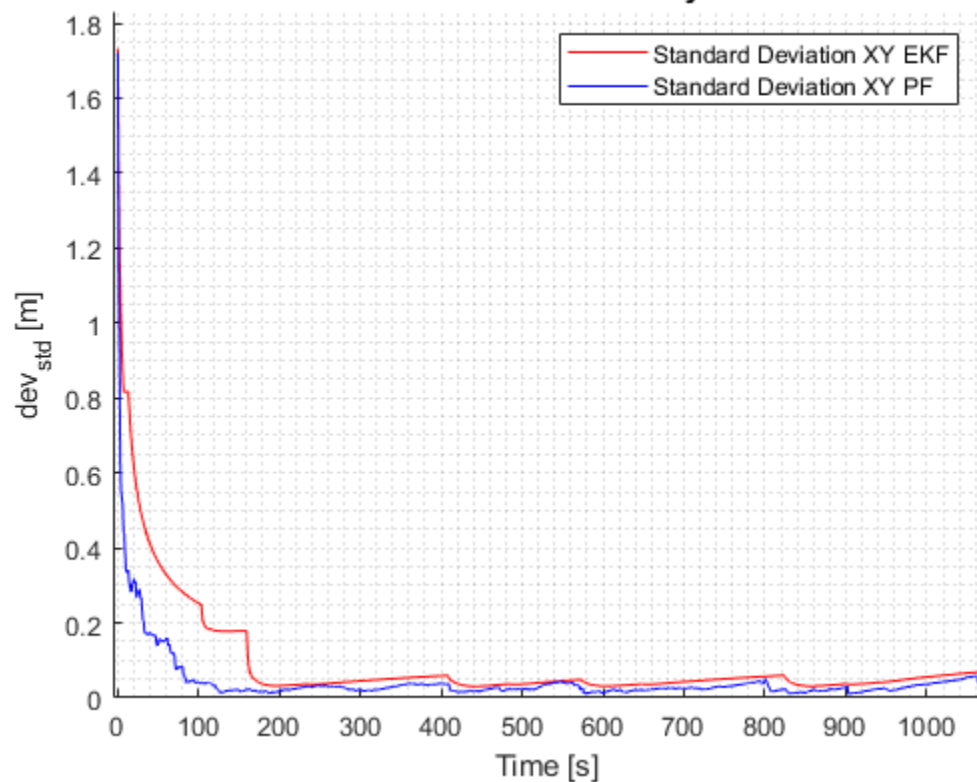


SIMULAZIONI E CONFRONTO

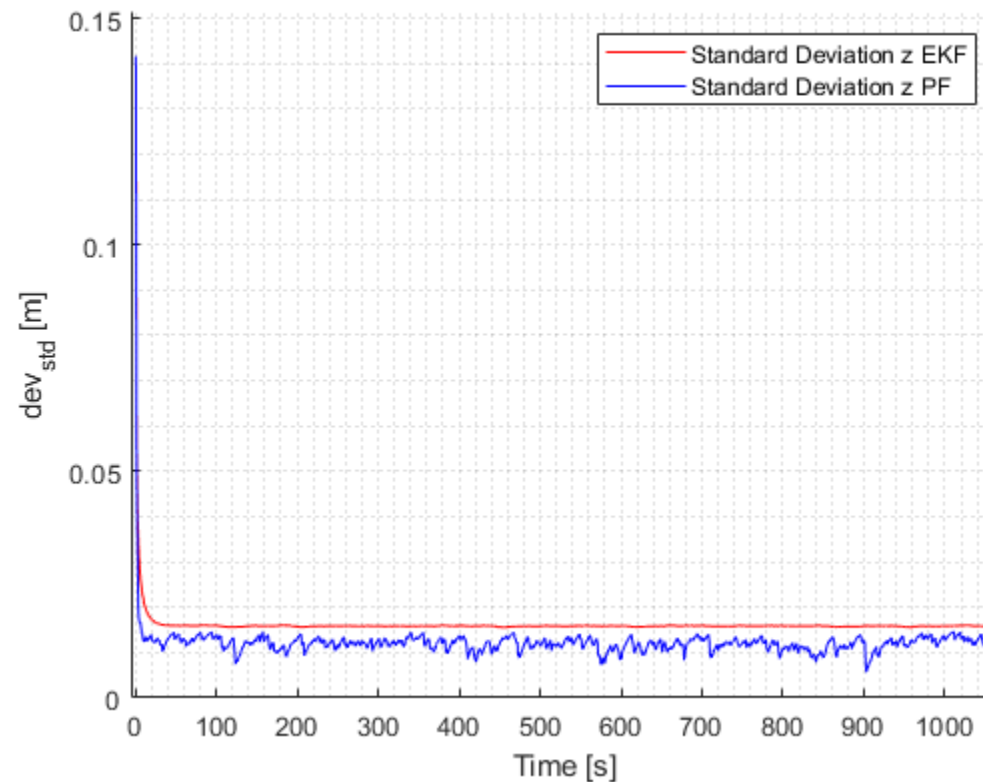
Esempio caso generale

Parete iniziale	Profondità	Distanza dalla parete	Verso di ispezione	Orientazione relativa	Velocità
AB	5 m	8 m	Orario	30°	0,4 m/s

Standard Deviation xy



Standard Deviation z





CONCLUSIONI

I due filtri risultano essere entrambi adatti alla missione

Il filtro EKF è più preciso in media di **1,5 cm** sul RMSE.

I valori medi di RMSE sui dati collezionati sono:

$$\begin{aligned} RMSE_{EKF} &= 0,2144 \text{ m} \\ RMSE_{PF} &= 0,2303 \text{ m} \end{aligned}$$

Tutti i rumori sono stati generati come *rumori gaussiani a media nulla*.

Il sistema non è fortemente non lineare.



BIBLIOGRAFIA

- [1] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp, A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking, *IEEE Trans. Signal Process.* 50 (2) (2002) 174–188.
- [2] F. Gustafsson, Particle filter theory and practice with positioning applications, *IEEE Aerospace Electron. Syst. Mag.* 25 (7) (2010) 53–82.
- [3] Tiancheng Li, Miodrag Bolic', and Petar M. Djuric', Resampling Methods for Particle Filtering, *IEEE Signal Processing Magazine* [70-86] May 2015,

Appunti del Corso Identificazione Sistemi Incerti, A.Caiti, R.Costanzi, Università di Pisa 2019,
Slides del Corso Identificazione Sistemi Incerti, A.Caiti, R.Costanzi, Università di Pisa 2019,
Appunti del Corso Sistemi Subacquei, A.Caiti, R.Costanzi, Università di Pisa 2019,
Slides del Corso Sistemi Subacquei, A.Caiti, R.Costanzi, Università di Pisa 2019,

Contatti: m.borraccino@studenti.unipi.it



Grazie per
l'attenzione