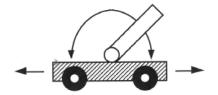
## Sisteme bazate pe reguli în medii incerte - aplicație pentru pendul inversat



Să se proiecteze și să se implementeze un modul de control pentru balansarea unui pendul inversat amplasat pe o mașină în mișcare. Pendulul este atașat pe mijlocul mașinii astfel încât el se poate efectua mișcări pe o rază de 180°. Mașina se poate deplasa doar înainte sau înapoi.

Scopul sistemului este să regleze viteza de deplasare a mașinii (mare înapoi, mică înapoi, aproximativ zero, mică înainte, mare înainte) în funcție de unghiul de deviație al pendulului (negativ, zero și pozitiv) și de viteza unghiulară a pendulului (negativă, zero, pozitivă) – a se vedea Figura 5, Figura 6, Figura 7. Baza de reguli este dată în Tabel 2.

Unghi\ Viteză	Pozitiv	Zero	negativ
unghi			
ulară			
Pozitiv	Mare înainte	Mică înainte	Aproximativ zero
Zero	Mică înainte	Aproximativ zero	Mică înapoi
Negativ	Aproximativ zero	Mică înapoi	Mare înapoi

Tabel 2 Baza de reguli pentru funcționarea pendulului

Proiectați un sistem fuzzy care să estimeze viteza mașinii pentru diferite valori ale unghiului de deviație și a vitezei unghiulare a pendulului (ex. un unghi de  $\pi/16$  și o viteză unghiulară de -1).

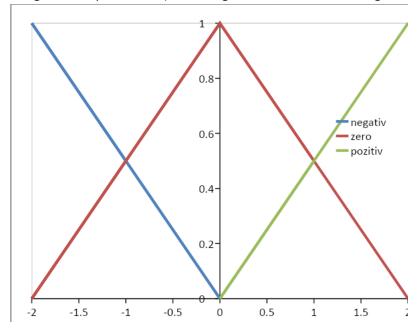


Figura 5 Unghiul de deviație al pendulului (exprimat ca multiplu de-al lui  $\pi/4$ )

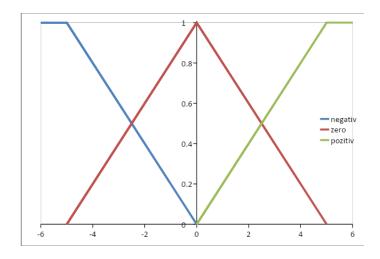


Figura 6 Viteza unghiulară al pendulului (exprimat ca multiplu de-al lui π)

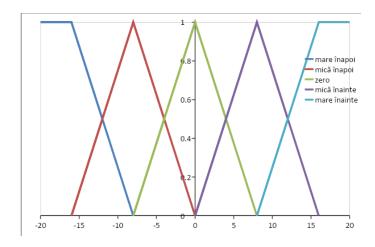


Figura 7 Viteza maşinii (exprimată în m/s)

Inferența  $\theta = \pi/16$   $\omega = -1$  V=?

Se aplică pe rând regulile (din Tabelul 2).

R1: dacă  $\theta$  e pozitiv și  $\omega$  e pozitivă atunci v este Mare înainte

Se determină gradul de apartenență a valorii  $\theta = \pi/16=0.5$  (pe grafic) la mulțimea fuzzy pozitiv. Pentru aceasta se are în vedere faptul că mulțimea fuzzy pozitiv a variabilei unghiul de deviație este de formă triunghiulară, funcția de apartenență fiind

$$\mu(x) = \max \left\{ 0, \min \left\{ \frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{c-x}{c-b} \right\} \right\}$$

cu a = 0, b = c = 2, deci 🖸

$$\begin{array}{l} \mu_{\text{Pozitiv}}(~\theta=\pi~/16) = & \mu_{\text{Pozitiv}}(0.5) = \max\{0, \, \min\{(0.5\text{-}0)/(2\text{-}0), \, 1, \, (2\text{-}\,\pi~/16)/(2\text{-}2)\}\} \\ \mu_{\text{Pozitiv}}(~\theta=\pi~/16) = 0.25 \end{array}$$

Similar, se determină gradul de apartenență a valorii  $\omega$ =-1 la mulțimea fuzzy pozitivă  $\mu_{\text{Pozitivă}}(\omega$ =-1) = 0.0

Deci, aplicând operatorul de min (corespunzător legării premiselor regulii 1 prin \$I) se obține:  $\mu_{Mare \hat{I}nainte}(v) = min\{\mu_{Pozitiv}(\theta=\pi/16), \mu_{Pozitiv}(\omega=-1)\} = min\{0.25, 0.0\} = 0.0$ 

Mulțimea fuzzy rezultat este nulă.

R2: dacă  $\theta$  e pozitiv și  $\omega$  e zero atunci v este mică înainte  $\mu_{\text{Pozitiv}}(\theta=\pi/16)=0.25$   $\mu_{\text{Zero}}(\omega=-1)=0.8$ 

$$\begin{split} &\mu_{\text{Mic}\tilde{a}\hat{n}\text{ainte}}(\text{v}) = \text{min}\{\mu_{\text{Pozitiv}}(\,\theta = \pi\,/16),\,\mu_{\text{ZEro}}(\,\omega = -1)\} = \text{min}\{0.25,\,0.8\} = 0.25\\ &\text{Mul}\\ \dot{\tau}\text{imea fuzzy rezultat este partea haṣurată cu gri a mul<math>\dot{\tau}$$
imii "Mică înainte".} \end{split}

R3: dacă  $\, heta\,$  e pozitiv și  $\,\omega\,$  e negativă atunci v este aproximativ zero

$$\mu_{Pozitiv}(\theta = \pi / 16) = 0.25$$

$$\mu_{\text{Negativ}\check{\text{a}}}(\omega = -1) = 0.2$$

 $\mu_{\text{AproximativZero}}(v) = \min\{\mu_{\text{Pozitiv}}(\ \theta = \pi \ / 16), \ \mu_{\text{Negativă}}(\ \omega = -1)\} = \min\{0.25, \ 0.2\} = 0.2\}$ 

Mulțimea fuzzy rezultat este partea hașurată cu gri a mulțimii "Aproximativ zero".

R4: dacă  $\, heta\,$  e zero și  $\,\omega\,$  e pozitivă atunci v este Mică înainte

$$\mu_{\text{zero}}(\theta = \pi / 16) = 0.75$$

$$\mu_{\text{Pozitiv}\check{a}}(\omega = -1) = 0.0$$

 $\mu_{\text{Mic}\check{\text{a}}\hat{\text{l}}\text{nainte}}(\text{v}) = \min\{\mu_{\text{zero}}(\ \theta = \pi\ / 16),\ \mu_{\text{Pozitiv}\check{\text{a}}}(\ \omega = -1)\} = \min\{0.75,\ 0.0\} = 0.0$ 

Mulțimea fuzzy rezultat este nulă.

R5: dacă  $\theta$  e zero și  $\omega$  e zero atunci v este aproximativ zero

$$\mu_{\text{zero}}(\theta = \pi/16) = 0.75$$

$$\mu_{7aro}(\omega = -1) = 0.8$$

 $\mu_{AproximativZero}$  (v) = min{ $\mu_{Zero}$ ( $\theta = \pi / 16$ ),  $\mu_{ZEro}$ ( $\omega = -1$ )} = min{0.75, 0.8} = 0.75

Multimea fuzzy rezultat este partea hașurată cu gri a multimii "Aproximativ zero".

R6: dacă  $\theta$  e zero și  $\omega$  e negativă atunci v este mică înapoi

$$\mu_{\text{zero}}(\theta = \pi/16) = 0.75$$

$$\mu_{\text{Negativ}\check{a}}(\omega = -1) = 0.2$$

 $\mu_{\text{Mic}\check{a}\hat{l} \cap apoi}(v) = \min\{\mu_{\text{zero}}(\theta = \pi/16), \mu_{\text{Negativ}\check{a}}(\omega = -1)\} = \min\{0.75, 0.2\} = 0.2$ 

Multimea fuzzy rezultat este partea hașurată cu gri a multimii "Mică înapoi".

R7: dacă  $\theta$  e negativ şi  $\omega$  e pozitivă atunci v este aproximativ zero

$$\mu_{\text{negativ}}(\theta = \pi / 16) = 0.0$$

$$\mu_{\text{Pozitiv}\check{a}}(\omega = -1) = 0.0$$

 $\mu_{\mathsf{AproximativZero}}(\mathsf{v}) = \min\{\mu_{\mathsf{Negativ}}(\ \theta = \pi\ / 16),\ \mu_{\mathsf{Pozitiv\~a}}(\ \omega = -1)\} = \min\{0.0,\ 0.0\} = 0.0\}$ 

Multimea fuzzy rezultat este nulă.

R8: dacă  $\theta$  e negativ și  $\omega$  e zero atunci v este mică înapoi

$$\mu_{\text{Negativ}}(\theta = \pi / 16) = 0.0$$

$$\mu_{Zero}(\omega = -1) = 0.8$$

 $\mu_{\text{Mic}\tilde{a}\hat{l}\text{napo}i} \text{ (v) = min} \{\mu_{\text{Negativ}} (\theta = \pi/16), \, \mu_{\text{ZEro}} (\omega = -1)\} = \min\{0.0, \, 0.8\} = 0.0$ 

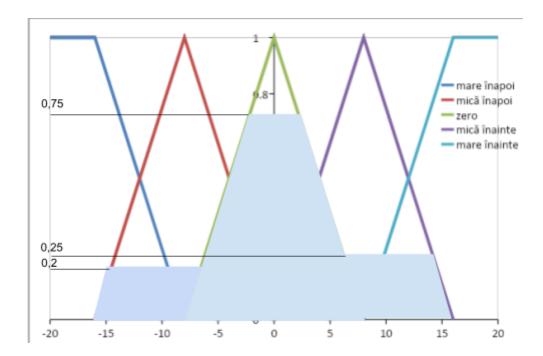
Multimea fuzzy rezultat este nulă.

R9: dacă  $\, heta\,$  e negativ și  $\,\omega\,$  e negativă atunci v este Mare înapoi

 $\mu_{\text{Negativ}}(\theta = \pi/16) = 0.0$ 

 $\mu_{\text{Negativ}\check{a}}(\omega = -1) = 0.2$ 

 $\mu_{\text{Marelinapoi}}(\text{v}) = \min\{\mu_{\text{Negativ}}(\ \theta = \pi \ / 16), \ \mu_{\text{Negativa}}(\ \omega = -1)\} = \min\{0.0, \ 0.2\} = 0.0$  Mul‡imea fuzzy rezultat este nulă.



Agregarea mulțimilor fuzzy obținute prin aplicarea tuturor regulilor

Defuzzificarea – prin determinarea centrului de greutate COA

(-15\*0.125+(-14-13-12-11-10-9-8-7)\*0.2+(-6)\*0.25+(-5)\*0.375+(-4)\*0.5+(-3)\*0.625+(-2-1+0+1+2)\*0.75+(-3)\*0.625+4\*0.5+5\*0.375+(6+7+8+9+10+11+12+13+14)\*0.25+15\*0.125)/(0.125+8\*0.2+0.25+0.375+0.5+0.625+5\*0.75+0.625+0.5+0.375+9\*0.25+0.125)

COA = 0.378378

Deci, dacă  $\theta = \pi/16$  și  $\omega$  =-1, atunci v va fi 0.378378